

THESE

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
(Diplôme National – Arrêté du 25 Avril 2002)

Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur et Aéronautique

Spécialité : Génie Mécanique, Productique, Transport

Présentée par :

Christophe MINET

Lubrification mixte dans les étanchéités dynamiques : application aux garnitures mécaniques d'étanchéité

Directeur de thèse : **Bernard Tournier**

Co-Directeur de thèse : **Noël Brunetière**

Thèse soutenue le vendredi 10 Juillet 2009

JURY

Rapporteurs	Benyebka Bou-Saïd , Maître de Conférences, INSA Lyon François Robbe-Valloire , Professeur, SupMéca Paris
Examineurs	Guy Bayada , Professeur, INSA Lyon Noël Brunetière , Chargé de Recherche, LMS Poitiers Michel Fillon , Directeur de recherche, LMS Poitiers Didier Fribourg , Ingénieur, CETIM Nantes Bernard Tournier , Professeur, Université de Poitiers

Lubrification mixte dans les étanchéités dynamiques :
application aux garnitures mécaniques d'étanchéité

Table des matières

Table des matières	5
Notations	7
Avant-propos	13
Introduction	15
1 Garnitures mécaniques	19
1.1 Etanchéités d'arbres tournants	19
1.2 Principe de fonctionnement.....	21
1.2.1 Généralités.....	21
1.2.2 Phénoménologie.....	22
1.3 Caractéristiques	22
1.3.1 Matériaux	22
1.3.2 Conicité	23
1.3.3 Liaisons	24
1.3.4 Etanchéité	24
1.3.5 Compensation et équilibrage.....	25
2 Etude bibliographique	27
2.1 Lubrification hydrodynamique entre surfaces non lisses.....	27
2.1.1 Deux approches	28
2.1.2 L'approche stochastique.....	28
2.1.3 L'approche déterministe.....	33
2.2 Contact entre surfaces rugueuses	35
2.2.1 Méthodes stochastiques de contact	35
2.2.2 Méthodes déterministes de contact	40
2.3 Lubrification mixte.....	42
2.3.1 Approches stochastiques	42
2.3.2 Approches déterministes	44
2.3.3 Lubrification mixte dans les garnitures mécaniques	45
2.4 Synthèse et conclusions.....	47
3 Caractérisation et modélisation des surfaces rugueuses.....	49
3.1 Les outils de la caractérisation	50
3.1.1 Obtention des paramètres	50
3.1.2 Techniques et appareils de mesure.....	51
3.2 Modélisation de la rugosité des surfaces.....	54
3.2.1 Principaux paramètres de la caractérisation statistique.....	54

3.2.2	Bibliographie des modèles de simulation numérique de surface rugueuse.....	57
3.2.3	Simulation numérique de surface rugueuse	60
3.3	Etude métrologique des états de surface des garnitures mécaniques	66
3.3.1	Bibliographie des études expérimentales	66
3.3.2	Etude métrologique	67
3.3.3	Commentaires.....	81
3.4	Evaluation des modèles de génération de surface rugueuse	83
3.4.1	Caractéristiques choisies	83
3.4.2	Aspect visuel	84
3.4.3	Distribution des hauteurs.....	86
3.4.4	Analyse statistique des sommets d'aspérité	87
3.5	Synthèse	92
4	Modélisation numérique de l'écoulement	95
4.1	Problématique.....	95
4.1.1	Géométrie et hypothèses retenues	95
4.1.2	Théorie	99
4.2	Modélisation du contact	101
4.2.1	Hypothèses	101
4.2.2	Formulation théorique	102
4.3	Modélisation de l'écoulement par la méthode des volumes finis	104
4.3.1	Présentation	104
4.3.2	Résolution.....	105
4.3.3	Epaisseur minimale admissible	106
4.3.4	Zones de contact.....	107
4.4	Résolution numérique	108
4.4.1	Méthode numérique.....	108
4.4.2	Calcul de la pression	109
4.4.3	Recherche de la position d'équilibre	110
4.5	Synthèse	112
5	Lubrification mixte.....	113
5.1	Présentation de l'étude	113
5.1.1	Situation	113
5.1.2	Contraintes	114
5.2	Etude du cas de référence.....	118
5.2.1	Caractéristiques des surfaces.....	118
5.2.2	Comportement des surfaces	119
5.3	Etude paramétrique	130
5.3.1	Paramètres de l'étude	131
5.3.2	Synthèse	148
	Conclusions et perspectives	151
	Références bibliographiques	155
A	Mesure par microscopie interférométrique confocale.....	167
B	Paramètres statistiques relevés sur les échantillons de l'étude métrologique	169
C	Validation numérique de l'algorithme de cavitation.....	179
D	Validation du modèle d'écoulement	183
	Liste des figures	187
	Liste des tableaux	191

Notations

a	rayon de contact d'une aspérité (m) grand axe de l'ellipse de contact (m)
a_{kl}	coefficients de la méthode de Patir (m)
A	amplitude adimensionnée
A_c	aire de contact (m^2)
A_i	constantes introduites par Patir et Cheng
A_t	aire totale de contact (m^2)
b	petit axe de l'ellipse de contact (m)
b_h	coefficient d'équilibrage
b_{kl}	coefficients de la méthode autorégressive (m)
c_{ij}	coefficients de la méthode des volumes finis (m^3/Pa)
C	constante introduite par Patir et Cheng
C_f	couple de frottement visqueux (Nm)
C_{f_2}	couple de frottement sec (Nm)
C_1, C_2	critères de convergence
d	distance de séparation entre les surfaces (m) diamètre (m)
D	variable universelle
$\mathcal{D}()$	densité spectrale de puissance
E	module d'élasticité (Pa)

E'	module d'élasticité équivalent du modèle GW (Pa)
$E\{ \}$	espérance mathématique
f	coefficient de frottement calculé
f_s	coefficient de frottement initial
F	fonction bascule
F_{ferm}	force de fermeture (N)
F_{hs}	force hydrostatique (N)
F_{ouv}	force d'ouverture (N)
F_{res}	effort exercé par les éléments élastiques (N)
F_{sec}	effort au joint secondaire (N)
$\text{FFT}()$	transformée de Fourier rapide
G	paramètre de service
h	épaisseur de film (m)
h_r	hauteur rugueuse (m)
h_{ref}	épaisseur minimale de film (m)
h_T	épaisseur locale de film (m)
h_0	épaisseur nominale de film (m)
H	épaisseur de film adimensionnée par l'écart-type
\mathcal{H}	dureté Brinell (Pa)
k	ellipticité du contact
\mathcal{K}	matrice des coefficients d'influence
K_u	coefficient d'étalement d'une distribution (« kurtosis »)
K_{u_η}	coefficient d'étalement des nombres aléatoires générés
L	distance entre les centres des anneaux de la garniture (m)
l_x, l_y	dimensions de la surface rugueuse (m)
m_k	moment central d'ordre k de la distribution (m^k)
n_{ce}	nombre de nœuds qui changent d'état
n_{ec}	nombre d'éléments cavités
n_{sc}	nombre de sommets en contacts
N	nombre d'ondulations d'une surface

N, M	dimensions de la surface rugueuse discrétisée
N_r	nombre d'éléments du maillage dans la direction radiale
N_θ	nombre d'éléments du maillage dans la direction circonférentielle
p	pression dans le film (Pa)
p_c	pression de contact (Pa)
p_{cav}	pression dans un élément cavité (Pa)
p_{MAX}	pression maximale admissible (Pa)
p_{ref}	pression de référence (Pa)
$p_r()$	probabilité
$q()$	débit massique (kg/s)
r, θ, z	variables d'espace en coordonnées cylindriques (m, rad, m)
r	rayon (m)
(r_x, r_y)	rayons de courbure au sommet d'une aspérité (m)
(r_r, r_θ)	
r_h	rayon hydraulique (m)
$R()$	fonction d'autocorrélation
Rq	écart-type de la rugosité d'un profil (m)
s	constante introduite par Patir et Cheng
S	aire où s'applique la pression extérieure (m ²)
S_a	écart arithmétique de la rugosité d'une surface (m)
S_{al}	longueur de la plus rapide décroissance à 20 % de la FAC (m)
S_{dr}	surface développée (m ²)
S_h	aire où s'applique la pression intérieure (m ²)
Sk	coefficient d'asymétrie d'une distribution (« skewness »)
Sk_η	coefficient d'asymétrie des nombres aléatoires générés
SSk_z	coefficient d'asymétrie requis pour la surface rugueuse
SKu	coefficient d'étalement d'une surface
SKu_z	coefficient d'étalement requis pour la surface rugueuse
S_{mmr}	volume moyen de matière (m ³)
S_{mvr}	volume moyen de vide (m ³)

S_q	écart-type de la rugosité d'une surface (m)
SSk	coefficient d'asymétrie d'une surface
Std	orientation de la texture d'une surface (°)
Str	rapport d'aspect de la texture d'une surface
Su	terme source (Pa)
u	déplacement (m)
V^x, V^y, V^z	vitesse linéaire (m/s)
$V^r(r, \theta, z)$	vitesse radiale (m/s)
$V^\theta(r, \theta, z)$	vitesse circonférentielle (m/s)
$V^z(r, \theta, z)$	vitesse axiale (m/s)
W	charge appliquée (N)
W_c	charge de contact sur un sommet d'aspérité (N)
W_h	portance hydrodynamique (N)
W_{hs}	portance hydrostatique (N)
W_t	charge totale de contact (N)
x, y, z	variables d'espace en coordonnées cartésiennes (m)
z	hauteur rugueuse simulée
α_i	constantes introduites par Patir et Cheng
β	angle de conicité (rad)
γ	paramètre d'orientation du motif de rugosité
	constante introduite par Johnson
γ_e	paramètre d'écoulement
Γ	courbure adimensionnée
δ	rugosité combinée (m)
	constante introduite par Johnson
δ_i	amplitude de la rugosité (m)
Δ	longueur d'onde de la rugosité (m)
Δh	incrément de la séparation des faces (m)
Δp	différence de pression (Pa)
$\Delta r, \Delta \theta$	distance entre deux nœuds du maillage régulier (m)

$\Delta x, \Delta y$	échantillonnage dans la direction x , y (m)
ΔX	échantillonnage (m)
Δz	amplitude maximale d'une ondulation (m)
ε	densité spectrale constante introduite par Johnson valeur du critère C2
ζ	constante introduite par Johnson
η	nombres aléatoires générés
θ_i	coefficients utilisés dans la méthode de Bakolas
κ_i	constante
λ	constante introduite par Johnson
λ_x, λ_y	longueur de corrélation dans la direction x , y (m)
$\lambda_r, \lambda_\theta$	longueur de corrélation dans la direction r , θ (m)
μ	viscosité dynamique (Pa.s)
ν	coefficient de Poisson
ρ	densité (kg/m ³)
ρ_0	densité prise comme référence (kg/m ³)
σ_s	écart-type des hauteurs des sommets des aspérités (m)
τ_{rz}	contrainte de cisaillement (Pa)
ϕ	terme de déphasage
$\phi()$	fonction de densité de probabilité
ϕ_s	facteur de débit, terme de cisaillement
ϕ_x	facteur de débit dans la direction x
ϕ_y	facteur de débit dans la direction y
ψ	indice de plasticité
ω	pulsation spatiale (m ⁻¹) interférence de contact (m)
Ω	vitesse angulaire du rotor (rad/s)
*	paramètres adimensionnés

< >	valeur moyenne
	valeur à la frontière de l'élément du maillage
1	stator
2	rotor
eq	équivalent
ext	extérieur
int	intérieur
MAX	maximum
min	minimum
moy	moyen

Avant-propos

Depuis 2004, le CETIM, le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Université de Poitiers et le CNRS ont poursuivi l'élaboration de synergies entre recherche et industrie, en développant des projets de recherche communs dans le domaine des étanchéités dynamiques.

L'étude de la lubrification mixte dans les garnitures mécaniques a été soutenue par le CETIM comme étude « générique » (commande CETIM n°815620 D, CNRS n° 781379). Elle s'inscrit dans le partenariat LMS-CETIM, formalisé par la convention (n° CETIM : 182286, n°CNRS : 781929) de Laboratoire Commun LERDED (Laboratoire d'Etude de Recherche et de Développement des Etanchéités Dynamiques) qui a été signée en mai 2008.

Introduction

L'introduction d'un fluide lubrifiant dans un système mécanique (moteurs à explosion, transmissions, pompes...) permet de réduire les efforts de frottement s'exerçant entre des composants en mouvement relatif. La présence d'un fluide, quelle que soit sa nature, implique de recourir à un dispositif d'étanchéité. De la fiabilité de ce dernier dépend la durabilité du système. Une grande endurance de l'étanchéité est en effet recherchée, principalement pour des raisons d'ordre écologique, si le fluide revêt un caractère dangereux, et économique, afin de limiter les opérations de maintenance. Les garnitures mécaniques d'étanchéité sont des composants robustes qui remplissent parfaitement ces obligations, et dont la compétitivité est évaluée en examinant deux paramètres principaux qui sont le débit de fuite et le frottement.

Entre autres facteurs, la qualité des états de surface a une influence certaine sur les performances d'une garniture. La dégradation de ceux-ci par usure au cours du fonctionnement tend à augmenter le débit de fuite. Par ailleurs, des surfaces trop rugueuses peuvent occasionner d'éventuelles fuites à l'arrêt.

L'évolution du frottement dans une garniture est souvent observée en fonction du paramètre de service G (« duty parameter »). C'est un nombre sans dimension dont la définition est comparable à celle du nombre de Hersey rencontré dans l'étude des paliers :

$$G = \frac{\mu \Omega (r_{ext}^2 - r_{int}^2)}{2W} \quad (0-1)$$

Dans cette formulation, μ est la viscosité dynamique du fluide, Ω est la vitesse de rotation, r_{int} et r_{ext} sont les rayons intérieur et extérieur de la garniture et W est la charge supportée. Le nombre G évalue la contribution des effets hydrodynamiques à la séparation des faces de la garniture. Il permet de distinguer la transition entre les régimes de lubrification mixte et hydrodynamique, laquelle intervient généralement autour de $5 \cdot 10^{-8}$. En dessous de cette valeur, les conditions de fonctionnement sont défavorables à l'établissement d'un film fluide complet entre les faces du joint, et une partie de la charge est supportée par les surfaces, en contact. C'est le régime de fonctionnement usuel des garnitures mécaniques. L'épaisseur moyenne séparant les surfaces solides est, dans ces conditions, du même ordre de grandeur

que l'amplitude moyenne de leur rugosité¹. Le frottement étant plus important pour ce régime, il est toutefois préférable de fonctionner à la limite du régime hydrodynamique. La transition entre les régimes mixte et hydrodynamique est voisine du minimum de la courbe de Stribeck (fig. 0.1) :

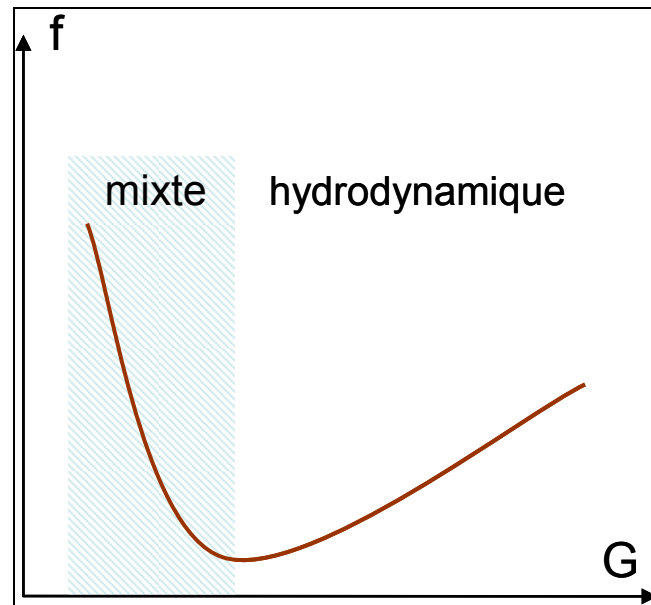


Figure 0.1 – Allure typique d'un graphe f-G

Si la théorie et la modélisation numérique de la lubrification thermoélastohydrodynamique des surfaces lisses séparées par un film lubrifiant sont assez bien maîtrisées, les recherches concernant les contacts lubrifiés, influencés par la microgéométrie ou la texture des surfaces, où peuvent coexister portance hydrodynamique et portance des contacts des surfaces solides rugueuses, sont comparativement moins avancées. En tribologie, les études expérimentales portant sur la lubrification mixte sont relativement rares. Le très grand nombre de paramètres à prendre en compte et les interactions associées, ainsi que l'évolution des surfaces du fait de l'usure n'y sont pas étrangers. Cela s'explique aussi par la difficulté d'effectuer des mesures, par exemple de charge de contact ou d'épaisseur de film, au milieu d'écoulements aussi minces que le micron. Dans ces conditions, le recours aux modélisations numériques s'avère nécessaire. D'autres complications se présentent alors, la principale étant certainement due à l'échelle d'observation des phénomènes modélisés, qui est très inférieure aux dimensions globales des composants étudiés. La taille des maillages utilisés devient rapidement énorme, ne serait-ce que pour décrire des aires de contact de l'ordre du centimètre carré, malgré la progression constante des moyens de calcul.

Les approches basées sur une reproduction aussi fidèle que possible des phénomènes mis en jeu sont dites déterministes. A l'inverse, la modélisation stochastique utilise des valeurs moyennes des grandeurs à représenter. Bien que plus répandue dans les études antérieures, l'approche stochastique ne rend pas compte des effets hydrodynamiques ou des contacts locaux à l'échelle des rugosités. Ce constat, ainsi que le faible nombre d'études de validation de ces modèles nous ont amenés à préférer une démarche déterministe.

¹ Les défauts géométriques des surfaces sont généralement évoqués sous le nom de « rugosité », sans plus de précisions, bien que ce terme soit initialement employé pour désigner spécifiquement les fréquences hautes de ces défauts.

Agencement du mémoire

Le premier chapitre est une présentation des garnitures mécaniques d'étanchéité. Leur principe de fonctionnement ainsi que leurs caractéristiques générales y sont brièvement détaillés.

Une revue bibliographique est consignée dans le deuxième chapitre. Elle porte sur la modélisation numérique de la lubrification mixte et de ses composantes, à savoir les écoulements de film mince entre surfaces rugueuses et la mécanique du contact des aspérités. Ces thématiques sont abordées en distinguant les approches stochastiques et déterministes. Nous expliquons ensuite pourquoi ce sont ces dernières qui nous paraissent les plus adaptées à notre étude.

Le troisième chapitre est consacré à la caractérisation des surfaces. Les principales techniques actuellement utilisées pour effectuer des relevés de rugosité sont rapidement présentées, ainsi que les paramètres statistiques usuels permettant de la décrire. Une bibliographie des méthodes numériques de génération de surface rugueuse est effectuée, et des exemples de surfaces simulées à partir d'une de ces méthodes sont proposés. Une étude métrologique d'échantillons de garnitures mécaniques est ensuite détaillée. Elle permet de disposer de valeurs réelles des paramètres requis pour la simulation de rugosité. Finalement, une comparaison entre des échantillons mesurés et simulés est effectuée pour évaluer la représentativité de la technique de génération de surface rugueuse.

Une fois que la microgéométrie des surfaces de garnitures mécaniques est correctement décrite, le problème de lubrification mixte peut être abordé. C'est l'objet du quatrième chapitre. La configuration géométrique et le traitement de l'écoulement sont présentés en premier. Seule une portion angulaire de la garniture est discrétisée, et l'équation de Reynolds est appliquée. La prise en compte du contact élastique au sommet des aspérités d'une surface rugueuse est ensuite exposée. Les particularités de la modélisation sont précisées, ainsi que la méthode de résolution faisant appel aux volumes finis.

Cette description fait ensuite place au cinquième chapitre, lequel présente une étude paramétrique menée à partir de notre modèle de lubrification mixte. L'influence du maillage et celle du choix de la série aléatoire générant les rugosités sont analysées. Un cas de référence est étudié en détail. L'influence des paramètres pris en compte dans la modélisation est ensuite évaluée point par point. Des courbes de Stribeck sont reproduites pour chaque cas considéré.

Enfin, le chapitre conclusions et perspectives dégage les connaissances nouvelles issues des résultats obtenus, en rappelant le contexte dans lequel le problème de lubrification mixte dans les garnitures mécaniques a été traité. La pertinence des choix effectués et les suites à donner à cette étude sont alors discutées.

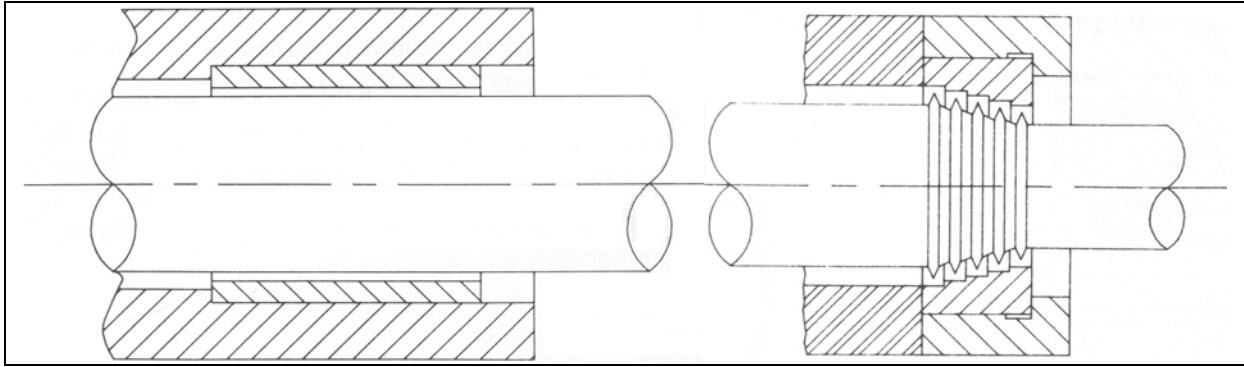
1 Garnitures mécaniques

1.1 Étanchéités d'arbres tournants

Dans les applications technologiques, la fonction « étanchéité » consiste à séparer deux milieux fluides de nature et/ou d'états physico-chimiques différents. Le but est de minimiser ou d'empêcher une contamination d'un milieu par l'autre, afin d'éviter une pollution, une réaction chimique, une avarie ou surtout une fuite qui conduit à une perte de performances. Lorsque l'écoulement intervient entre deux surfaces en mouvement relatif, il est alors question d'étanchéité « dynamique ».

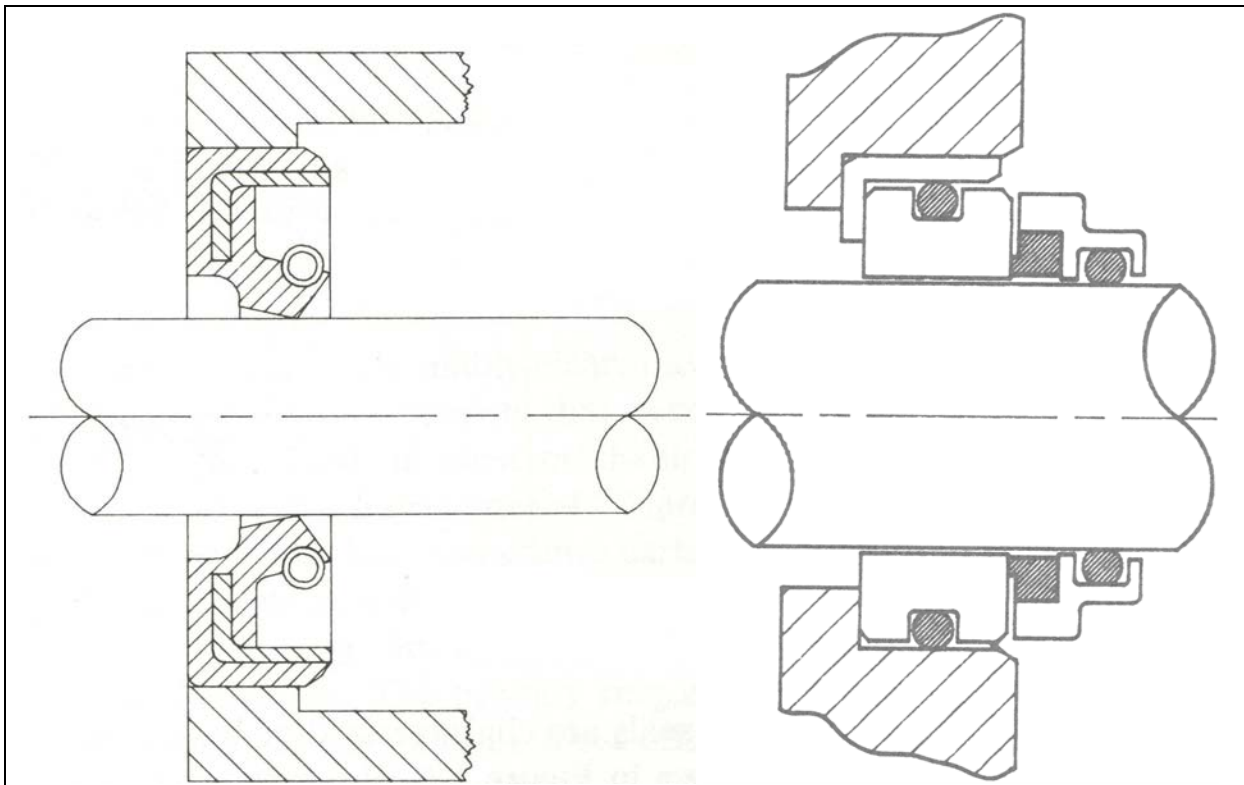
Des solutions technologiques spécifiques sont retenues, selon que les surfaces d'un mécanisme sont en contact permanent ou non ; leur choix dépend de l'application (encombrement, géométrie des pièces, coût), des fluides en présence (pression, température) et des performances recherchées (débit de fuite, durée de vie, fiabilité). Quelques-unes des plus couramment rencontrées sont présentées sur les figures 1.1 et 1.2.

Dans un joint annulaire, l'écoulement autour de l'arbre est causé par la différence de pression entre ses deux extrémités (fig. 1.1a). La résistance à l'écoulement dépend de la longueur de la portée et du jeu radial. Un joint labyrinthe présente une série de « chicanes » sur le parcours du fluide (fig. 1.1b). Les pertes de charge occasionnées font fortement chuter le débit. Ces deux types d'étanchéités fonctionnent sans contact, avec un jeu fixe. L'écoulement s'effectue dans la direction axiale.



Figures 1.1a/1.1b – Joint annulaire / Joint labyrinthe (d'après [1])

Les joints à lèvre peuvent assurer une étanchéité radiale ou axiale. Ils sont généralement en élastomère. Il y a contact entre l'arbre et la surface intérieure du joint, mais sur une aire très réduite. A l'inverse, cette aire peut être très étendue sur une garniture mécanique (fig. 1.2b). Ces deux dispositifs d'étanchéité fonctionnent en conditions de lubrification hydrodynamique ou mixte.



Figures 1.2a/1.2b – Joint à lèvre / Garniture mécanique (d'après [1])

Les garnitures mécaniques sont employées dans un grand nombre de configurations, particulièrement dans des applications à hautes performances (vitesses élevées, forts gradients de pression, hautes températures). Ces composants peuvent être utilisés pour tous types de fluides suivant les matériaux en présence [1].

Dispositif d'étanchéité	Joints annulaires, joints labyrinthes (fuite axiale)	Joints à lèvres (fuite axiale ou radiale)	Garnitures mécaniques (fuite radiale)
Température (°C)	peu d'influence, large domaine	-50 à 150	< 500
Vitesse de glissement admissible (m/s)	élevée (haut nombre de Reynolds)	moyenne (< 10 m/s)	élevée (> 10 m/s)
Gradients de pression (MPa)	0 à 5	0 à 0,5	0 à 20
Types de produits	gaz / liquides	liquides / pâtes / graisses	gaz / vapeurs / liquides / pâtes / graisses

Tableau 1.1 – Domaines d'utilisation des principaux dispositifs d'étanchéité d'arbres tournants

1.2 Principe de fonctionnement

1.2.1 Généralités

Une garniture mécanique assure l'étanchéité entre deux éléments mécaniques en rotation relative, en contact sur deux surfaces planes annulaires (fig. 1.3).

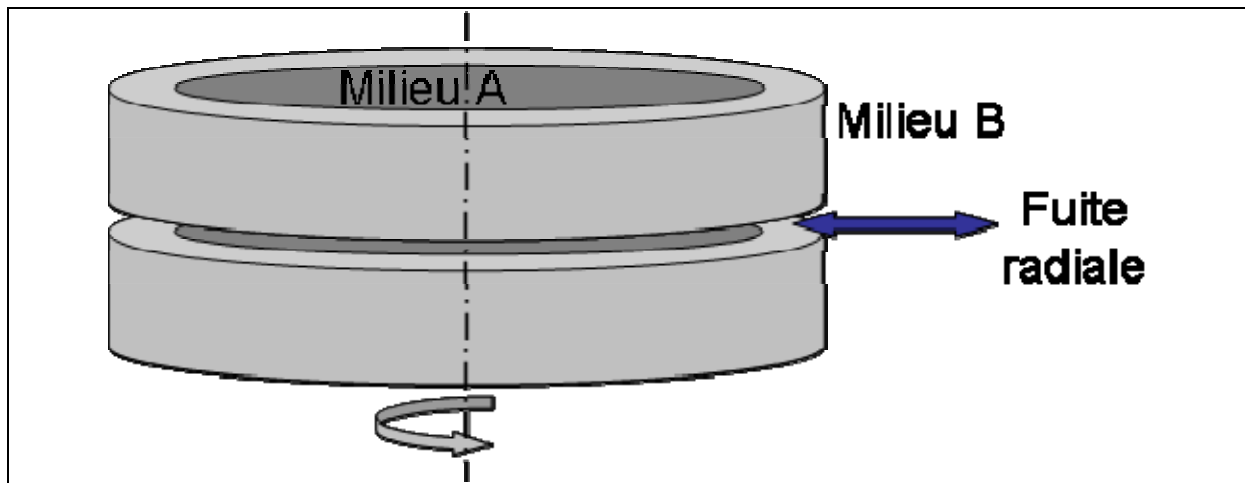


Figure 1.3 – Description sommaire d'une garniture mécanique

Le contact entre les deux faces permet de séparer les fluides situés respectivement à l'intérieur et à l'extérieur des anneaux. Or, compte tenu du glissement relatif entre les deux surfaces de la garniture, celles-ci sont soumises à un processus d'usure pouvant s'avérer important, voire destructeur. Bien que certaines applications particulières nécessitent un contact permanent, dans la majeure partie des cas un film lubrifiant est présent et limite ainsi cette usure. En

contrepartie, la fuite ainsi provoquée doit être réduite au minimum acceptable pour assurer de bonnes performances à l'étanchéité. La configuration de fonctionnement optimale d'une garniture mécanique est donc celle qui minimise à la fois le frottement et le débit de fuite.

1.2.2 Phénoménologie

De nombreux phénomènes physiques interviennent au sein d'une garniture mécanique lors du fonctionnement.

Outre le frottement entre les surfaces solides constituant les deux anneaux de la garniture, le mouvement relatif de ceux-ci crée une portance au sein du très mince film fluide présent dans l'interface. Cette charge ainsi que les forces de contact doivent équilibrer les efforts extérieurs au joint.

Les phénomènes thermiques sont généralement très influents dans les garnitures mécaniques, en raison de la faible épaisseur du film et des vitesses de rotation parfois élevées causant un fort cisaillement du film. Le frottement sec ou visqueux entraîne une dissipation de chaleur qui tend à perturber les paramètres tribologiques du contact. Les modifications induites concernent :

- les caractéristiques du fluide (viscosité) avec possibilité de changements de phase,
- la microgéométrie locale en raison des déformations thermoélastiques des surfaces,
- les propriétés mécaniques des matériaux.

Ces phénomènes ont eux-mêmes des répercussions sur le comportement dynamique de l'étanchéité, et sur les conditions de lubrification dans l'interface.

1.3 Caractéristiques

1.3.1 Matériaux

Les matériaux les plus utilisés pour constituer les anneaux des garnitures mécaniques sont à base de carbone. Les pièces en graphite sont en effet réputées pour leur endurance au frottement, et les céramiques (carbures de Silicium ou Tungstène), très résistantes, atteignent des durées de vie élevées. Les autres matériaux présents dans les applications courantes sont généralement métalliques (aciers traités, fontes).

Les surfaces sont obtenues après de soigneuses opérations d'usinage offrant des états de surface aussi fins que possible. Les épaisseurs de film entre les faces des garnitures sont alors de l'ordre du micron dans les applications usuelles. Le rodage des faces (surtout s'il est suivi d'un polissage) contribue à réduire l'amplitude des rugosités, et ainsi diminuer cette épaisseur tout en augmentant le taux de surface en contact (fig. 1.4).

La planéité des surfaces est particulièrement indiquée pour maximiser l'aire de contact et ainsi remplir l'objectif d'une fuite minimale. Cela conduit à un fonctionnement en régime mixte.

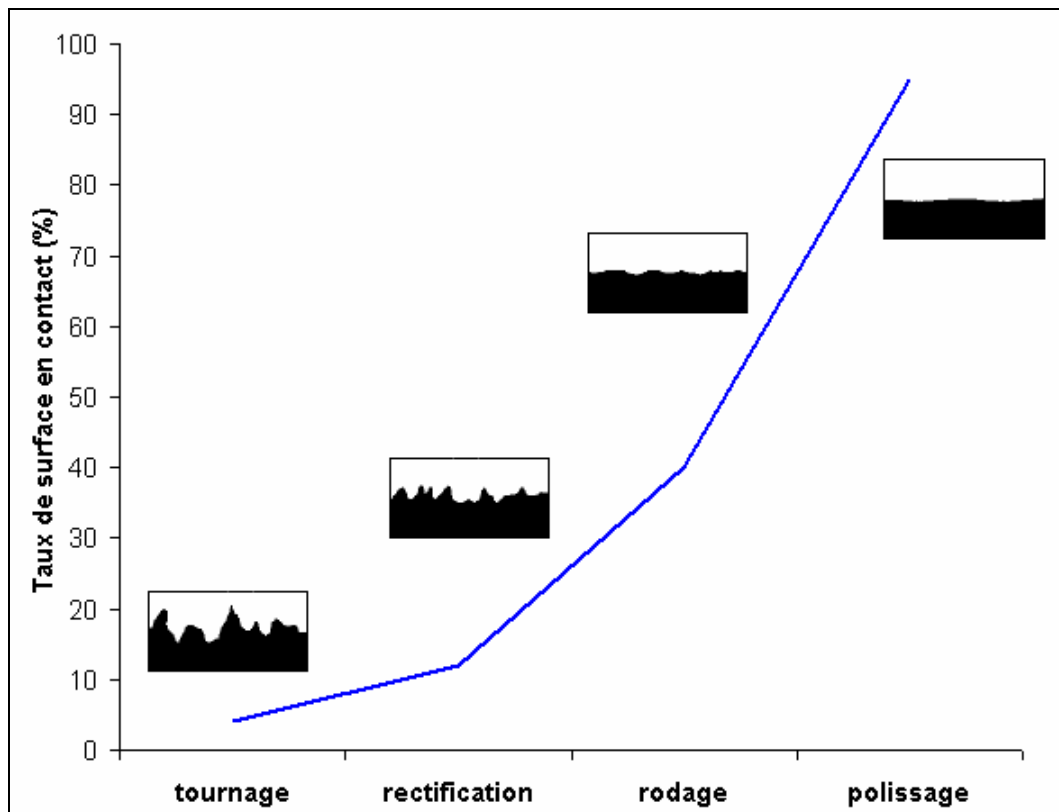
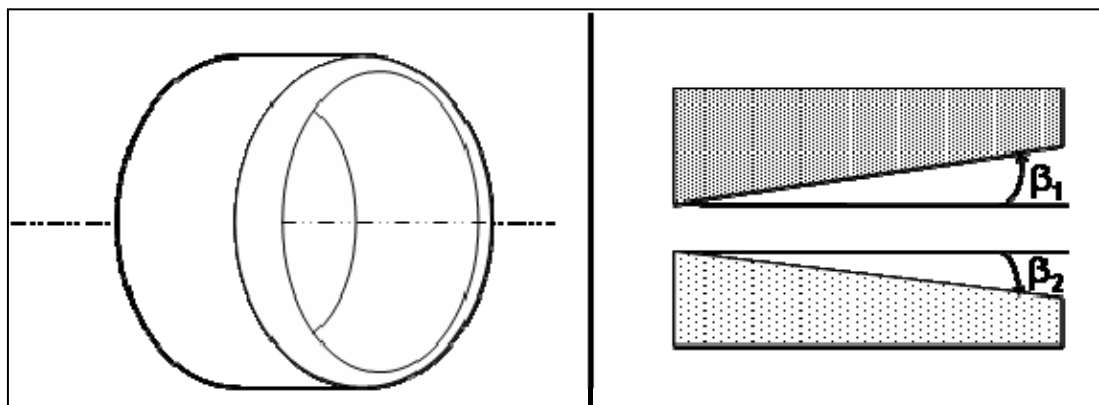


Figure 1.4 – Taux de surface en contact selon l'opération d'usinage (d'après [2])

1.3.2 Conicité

A l'inverse, en régime de lubrification hydrodynamique, il est préférable que les faces de la garniture ne soient pas parfaitement planes. Des études ont montré que certaines configurations conduisent à un fonctionnement instable du joint ; la stabilité du film en opération est alors obtenue si les faces forment un convergent dans le sens de l'écoulement de fuite [3]. Une faible conicité de l'interface est donc recherchée (fig. 1.5a). Cela correspond à un angle d'inclinaison de l'ordre de 10^{-3} radians (fig. 1.5b) ; cette conicité est le plus souvent contrôlée par les déformations des faces en fonctionnement. Ces déformations sont d'origine mécanique (pressions des fluides) ou thermique (dilatations, déformations thermoélastiques).



Figures 1.5a/1.5b – Conicité radiale / Interface convergente

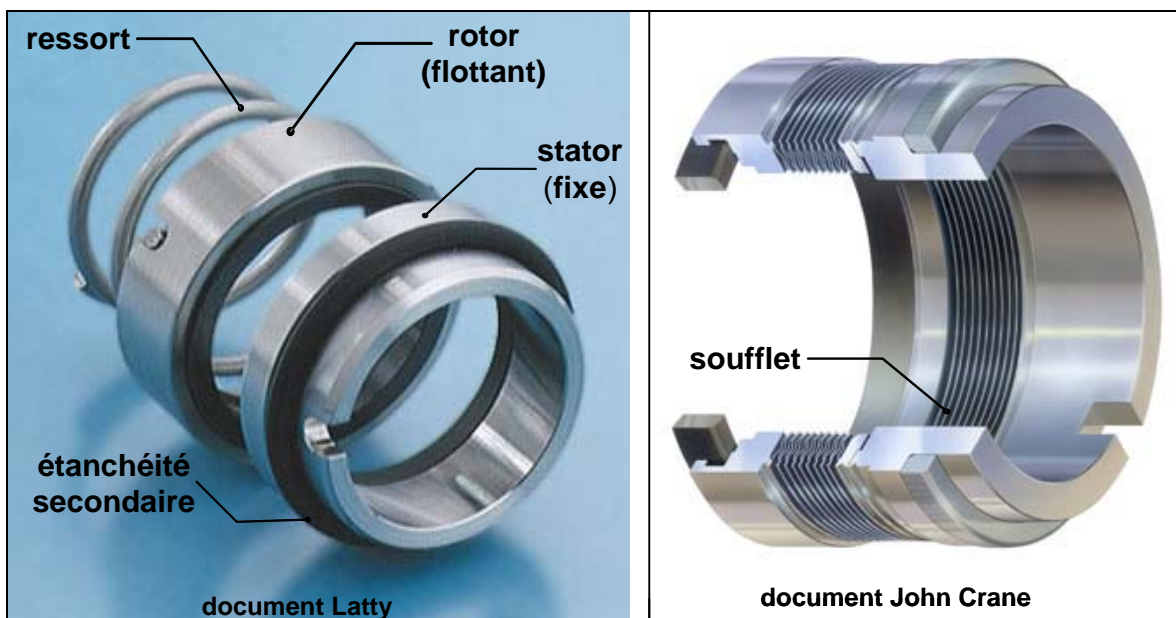
1.3.3 Liaisons

Chaque anneau d'une garniture est lié à un support, lui-même lié soit à l'arbre soit au logement. Ces supports sont appelés « rotor » s'ils tournent par rapport à l'axe principal, ou « stator » s'ils sont bloqués en rotation autour de cet axe. Dans la majorité des applications, un des deux anneaux est fixe par rapport à l'axe du joint. Les faces de frottement sont en liaison encastrement avec leur support respectif. Les éléments tournants disposent généralement de mouvements supplémentaires : ils sont « flottants ». L'agencement le plus fréquent de la pièce flottante est la liaison à trois degrés de liberté, autorisant trois mouvements de faible débattement : une translation suivant l'axe de révolution des anneaux, et deux rotations autour des deux autres axes de directions radiales. L'avantage de cette liaison « flexible » est de faciliter l'entraînement dynamique du mésalignement de l'anneau flottant par celui de l'anneau rigide [3], ce qui réduit ainsi le mésalignement relatif des deux faces.

1.3.4 Etanchéité

L'élément flottant est soumis à deux forces axiales opposées : d'une part l'action de la pression statique des fluides, qui tend à rapprocher les faces (la force de fermeture), et d'autre part la portance engendrée par les effets hydrostatique et hydrodynamique dans le film lubrifiant, qui tend à séparer les faces (la force d'ouverture). L'épaisseur du film et donc le débit de fuite dépendent directement de l'équilibrage de ces forces.

En l'absence de pression des fluides, des éléments déformables élastiques permettent de maintenir les faces en contact pour assurer l'étanchéité [1]. Les composants les plus fréquemment rencontrés pour exercer l'effort nécessaire – de faible intensité – sont les ressorts et les soufflets (figs. 1.6).



Figures 1.6a/1.6b – Garniture avec ressort / Anneau flottant avec soufflet

L'étanchéité dite « secondaire » est réalisée entre l'anneau et son support, le plus souvent au moyen d'un joint torique (sur la figure 1.6a, le joint secondaire du rotor n'est pas visible). Les

principaux paramètres à prendre en compte lors de la conception sont : la température atteinte lors du fonctionnement, les contraintes causées par la pression et les dilatations, et la compatibilité chimique avec les fluides. Le joint secondaire est un élément capital dans le fonctionnement d'une garniture, car il détermine les efforts statiques exercés par les fluides, et influence de facto le comportement vibratoire de l'anneau. Signalons que l'emploi d'un soufflet remplit également la fonction d'étanchéité secondaire, ce qui évite d'utiliser un joint en élastomère (fig. 1.6b).

1.3.5 Compensation et équilibrage

La notion de compensation se rapporte à l'équilibre statique de l'élément flottant [4]. Les fluides exercent des pressions sur la face arrière du support et tendent à maintenir les anneaux en contact. La section annulaire sur laquelle chacune de ces pressions est appliquée (S_h pour la pression extérieure p_{ext} , $S - S_h$ pour la pression intérieure p_{int}) dépend du rayon hydraulique r_h (fig. 1.7). L'effort résultant subi par le support flottant est :

$$F_{hs} = \pi(r_{ext}^2 - r_h^2)p_{ext} + \pi(r_h^2 - r_{int}^2)p_{int} \quad (1-1)$$

A cette force hydrostatique s'ajoutent F_{res} , la charge appliquée au niveau des ressorts ou des éléments élastiques, et F_{sec} , celle exercée par les joints toriques (étanchéités secondaires). La somme de ces efforts constitue la force de fermeture du joint :

$$F_{ferm} = F_{hs} + F_{res} + F_{sec} \quad (1-2)$$

Les actions F_{res} et F_{sec} sont souvent négligées, du fait de leur faible part à la force de fermeture. Dans ce cas, l'équation d'équilibre de la pièce flottante s'écrit :

$$\pi(r_{ext}^2 - r_{int}^2)p_{moy} = \pi(r_{ext}^2 - r_h^2)p_{ext} + \pi(r_h^2 - r_{int}^2)p_{int} \quad (1-3)$$

La pression moyenne p_{moy} est celle qui règne dans l'interface. Soit le coefficient de compensation (ou d'équilibrage) b_h , défini comme étant le rapport de la section S_h soumise à la pression extérieure et de la surface de contact subissant la pression p_{moy} :

$$b_h = \frac{S_h}{S} = \frac{r_{ext}^2 - r_h^2}{r_{ext}^2 - r_{int}^2} \quad (1-4)$$

Ce nombre caractérise l'importance de la charge due à la pression des fluides.

Dans l'exemple de la figure 1.7, c'est la pression extérieure au joint qui est la plus importante ($p_{ext} > p_{int}$). Dans ces conditions :

$$\frac{1}{2}(p_{ext} + p_{int}) \leq p_{moy} < p_{ext} \quad (1-5)$$

Le rayon hydraulique choisi est tel que $r_{int} < r_h < r_{ext}$; les valeurs du coefficient d'équilibrage sont donc elles aussi bornées :

$$0,5 \leq b_h < 1 \quad (1-6)$$

Dans ce cas, la garniture est dite « compensée ». Si au contraire le coefficient d'équilibrage est supérieur à 1, la force de fermeture ne peut pas être équilibrée par la force (d'ouverture)

due à l'effet hydrostatique. Il y a alors contact des faces et la garniture est dite « non compensée ». Si le coefficient d'équilibrage est inférieur à 0,5, c'est la force d'ouverture qui est prépondérante et les faces s'écartent, entraînant une large fuite.

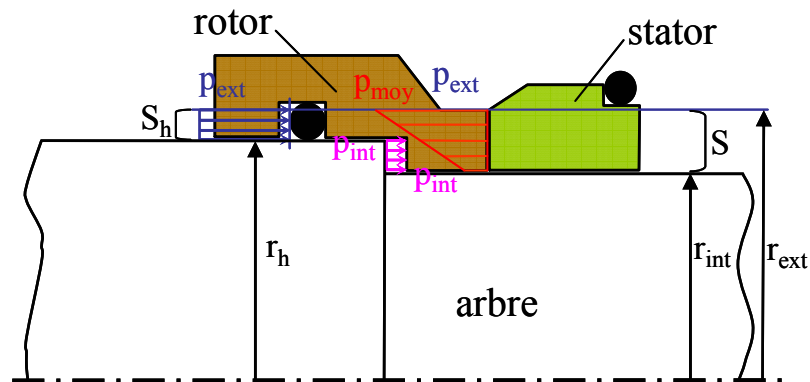


Figure 1.7 – Compensation dans une garniture mécanique

2 Etude bibliographique

La lubrification mixte des surfaces résulte de la coexistence de zones lubrifiées et de zones en contact. Le film fluide est alors très mince en comparaison des autres dimensions du contact. Ainsi, les caractéristiques de l'écoulement sont fortement influencées par la microgéométrie des surfaces. Dans ce chapitre, nous allons répertorier les principaux travaux consacrés à l'étude des contacts lubrifiés, en nous restreignant aux cas où les rugosités des surfaces jouent un rôle majeur. Nous commencerons donc par voir au moyen de quelles méthodes les effets de la rugosité sont pris en compte dans la résolution des problèmes de lubrification.

Le contact entre deux surfaces rugueuses est l'autre composante incontournable du traitement de la lubrification mixte. L'exposé des travaux disponibles sera effectué similairement à la lubrification entre faces rugueuses, c'est-à-dire en distinguant les approches stochastiques des approches déterministes.

La troisième partie de ce chapitre passera en revue les modèles numériques de lubrification mixte. Ils sont généralement issus de la combinaison d'un modèle de lubrification et d'un modèle de contact. Nous constaterons que très peu d'entre eux ont été appliqués aux garnitures mécaniques d'étanchéité.

2.1 Lubrification hydrodynamique entre surfaces non lisses

Parmi les équations générales de la lubrification, la plus couramment utilisée est l'équation de Reynolds, qui traduit la conservation du débit massique au sein d'un écoulement de film mince [5]. Elle est issue des équations de la mécanique des films minces visqueux, qui sont elles-mêmes déduites des équations de la mécanique des milieux continus (loi fondamentale de la dynamique, loi de comportement du fluide, loi de conservation de la masse). L'emploi de l'équation de Reynolds suppose d'étudier l'écoulement laminaire en film mince complet

d'un fluide newtonien, sans glissement entre le fluide et les parois du contact, en négligeant les forces massiques extérieures et les forces d'inertie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) &= 6\rho(V_2^x - V_1^x) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(V_2^y - V_1^y) \frac{\partial h}{\partial y} \\ + 6h \frac{\partial [\rho(V_1^x + V_2^x)]}{\partial x} + 6h \frac{\partial [\rho(V_1^y + V_2^y)]}{\partial y} + 12\rho V_1^z + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (2-1)$$

Cette équation suppose que la masse volumique et la viscosité du fluide ne varient pas selon l'épaisseur du film.

2.1.1 Deux approches

Il y a deux manières d'étudier l'influence de la rugosité des surfaces dans les écoulements en film très mince :

- l'approche déterministe consiste à définir aussi fidèlement que possible les grandeurs en présence au moyen de fonctions mathématiques. Dans le cadre de la lubrification des surfaces rugueuses, cela consiste à prendre en compte la rugosité dans l'équation de l'épaisseur du film. Les solutions numériques nécessitent alors d'employer des maillages très fins.
- l'approche stochastique repose sur des considérations probabilistes. Les grandeurs sont remplacées par la somme d'une partie moyenne et d'une partie aléatoire. En lubrification, cela revient à considérer un contact lisse entre deux surfaces séparées par la valeur moyenne de l'épaisseur de film. La rugosité est prise en compte par des coefficients pondérateurs appelés « facteurs d'écoulements », introduits dans l'équation de Reynolds. Leur obtention nécessite que le problème ait été traité préalablement de manière déterministe.

2.1.2 L'approche stochastique

Ce sont les méthodes stochastiques qui ont offert les premières avancées dans l'étude de la lubrification des surfaces non lisses. Les premiers résultats significatifs ont été publiés par Tzeng et Saibel en 1967 [6]. Les auteurs ont étudié des patins infiniment longs présentant des surfaces striées transversalement, et ont assimilé le motif de rugosité à une quantité δ superposable à l'épaisseur nominale du film :

$$h = h_0 + \delta \quad (2-2)$$

Chaque grandeur est alors traitée comme étant la somme d'une valeur moyenne (l'espérance mathématique) et de fluctuations aléatoires dues aux aspérités des surfaces. Tzeng et Saibel ont intégré, dans l'équation de Reynolds, l'espérance mathématique de chaque terme pour obtenir l'espérance mathématique de la pression. Leurs résultats montrent que la charge et le cisaillement augmentent sensiblement par rapport au cas des faces lisses pour une même épaisseur nominale du film. Christensen [7], puis Christensen et Tonder [8] [9] ont poursuivi cette approche pour plusieurs types de paliers ; ces auteurs ont développé une équation de Reynolds généralisée incompressible applicable à des rugosités unidimensionnelles orientées transversalement ou longitudinalement. Rhow et Elrod ont ensuite choisi le cas d'un patin présentant des rugosités dirigées selon deux orientations [10], tandis que Chow et Cheng ont appliqué cette approche à un contact de roulement [11].

En 1973, Elrod a examiné le cas d'un patin présentant des stries obliques [12]. Il a introduit deux nouvelles terminologies, parlant de rugosité de Reynolds ou de Stokes suivant que l'une ou l'autre de ces équations est applicable, par comparaison de la longueur d'onde de la rugosité Δ et de l'épaisseur de film h . Dans le cas du régime de Stokes, le terme Δ est inférieur à h : il n'est alors plus possible d'effectuer les simplifications conduisant à l'équation de Reynolds pour résoudre le problème. Pour que celle-ci soit applicable, il faut en effet que l'épaisseur de film soit petite devant toutes les autres dimensions du contact. Sun et Chen, en 1977, se sont intéressés à la rugosité de Stokes [13]. Tout comme Elrod, ils ont souligné que le problème comporte alors deux échelles : l'une est la longueur du contact et l'autre est la longueur d'onde Δ . La grande majorité des recherches ultérieures ont délaissé cet aspect et se sont basées sur une rugosité de Reynolds, ce qui laisse à penser que la condition $h \ll \Delta$ est très souvent vérifiée.

Les publications des travaux de Patir et Cheng en 1978 et 1979 [14] [15] ont représenté une avancée particulièrement novatrice des études stochastiques en lubrification des surfaces rugueuses. Leur modèle (modèle PC) a constitué une telle évolution qu'il est encore utilisé plus de trente ans après sa présentation. Cherchant à améliorer la géométrie de rugosité prise en compte dans les modèles existant à l'époque, les auteurs ont proposé une nouvelle écriture de l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{V_1^x + V_2^x}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{V_1^x - V_2^x}{2} Rq \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2-3)$$

Cette équation de Reynolds modifiée par rapport à la forme générale (2-1) est adaptée à la modélisation du contact de roulement pur. Les termes ϕ_x et ϕ_y sont dénommés facteurs d'écoulement en pression (« pressure flow factors »). Ils prennent en compte les effets de la rugosité en comparant le débit moyen d'une surface rugueuse à celui d'une surface lisse ayant la même géométrie nominale. Le terme ϕ_s est le facteur de cisaillement (« shear flow factor »). Il traduit le débit additionnel dû au glissement à l'intérieur d'un contact rugueux.

Les coefficients pondérateurs ϕ , parfois appelés facteurs de débit, ont été obtenus au moyen d'un calcul déterministe de l'écoulement entre deux surfaces rugueuses élémentaires. Ces surfaces ont été générées par une méthode de simulation numérique développée par Patir dont nous reparlerons dans la suite du mémoire [16]. L'équation de Reynolds a été résolue pour l'épaisseur de film locale h , définie similairement à (2-2), Rq désignant l'écart-type de la rugosité « combinée » δ :

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 \quad (2-4)$$

δ_1 et δ_2 sont les amplitudes de la rugosité mesurées à partir des plans moyens des surfaces (fig. 2.1).

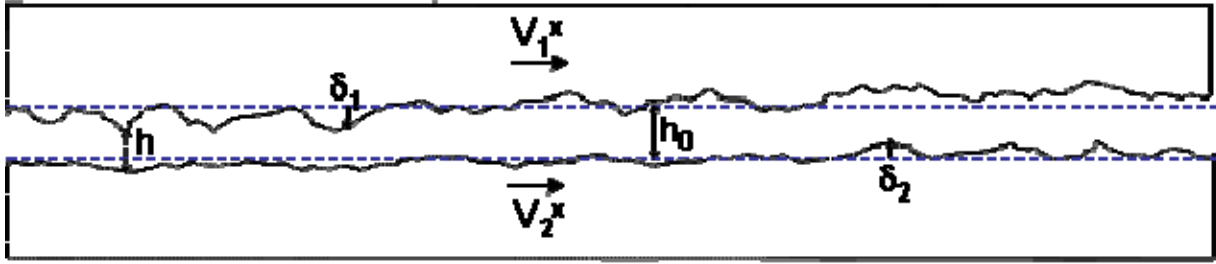


Figure 2.1 – Notations d'épaisseur de film

Patir et Cheng ont calculé la moyenne des facteurs d'écoulement sur dix simulations. En fait, ils n'ont pris en compte qu'un seul paramètre statistique (Rq), ce qui est insuffisant pour caractériser complètement une rugosité particulière. En effet, la valeur de l'écart-type peut se rapporter à un ensemble de surfaces rugueuses très différentes, et donc à des débits d'écoulement très différents. La méthode ne permet de calculer qu'une valeur moyenne du coefficient d'écoulement : c'est une des limitations de cette approche.

Les écritures mathématiques de ces coefficients ont été énoncées et font apparaître deux paramètres importants qui sont depuis fréquemment employés dans la littérature :

- l'épaisseur de film adimensionnée par l'écart-type de la rugosité $H = \frac{h_0}{Rq}$,
- l'orientation des rugosités γ .

Nous reviendrons sur la définition du paramètre γ dans le chapitre 3. S'il vaut 1, la rugosité est isotrope. Plus sa valeur est éloignée de 1 et plus l'orientation de la rugosité est marquée : longitudinale si γ est supérieur à 1, transversale dans le cas contraire.

Le coefficient ϕ_x est formulé comme suit [14] :

$$\begin{aligned} \phi_x(H, \gamma) &= 1 - C \exp(-sH) & \gamma \leq 1 \\ \phi_x(H, \gamma) &= 1 + C H^{-s} & \gamma > 1 \end{aligned} \quad (2-5)$$

Les constantes C et s ont été déterminées par les auteurs. L'autre facteur d'écoulement en pression se déduit de ϕ_x :

$$\phi_y(H, \gamma) = \phi_x\left(H, \frac{1}{\gamma}\right) \quad (2-6)$$

Patir et Cheng ont ensuite exprimé le facteur de cisaillement ϕ_s en considérant cette fois un contact de glissement [15] :

$$\begin{aligned} \phi_s(H, \gamma) &= A_1 H^{\alpha_1} \exp(\alpha_2 H^2 - \alpha_3 H) & H \leq 5 \\ \phi_s(H, \gamma) &= A_2 \exp(-0,25 H) & H > 5 \end{aligned} \quad (2-7)$$

Les constantes A_i et les exposants α_i ont là encore été déterminés par les auteurs pour différentes valeurs de γ . Selon eux, les effets de la rugosité commencent à intervenir lorsque $H \leq 3$ et le contact intervient pour des valeurs inférieures. A contrario, lorsque $H \gg 3$ la théorie des surfaces lisses apparaît suffisamment précise pour résoudre le problème : les coefficients ϕ_x et ϕ_y tendent alors vers 1 et le coefficient ϕ_s tend vers 0.

Plusieurs auteurs ont à leur tour tenté de calculer les facteurs d'écoulement. Elrod a introduit une expression analytique du coefficient ϕ_x faisant apparaître l'épaisseur du film et les caractéristiques de rugosité [17]. Des résultats voisins ont été obtenus par Tripp au moyen d'un développement asymptotique [18]. En 1980, Tonder a développé un modèle numérique inspiré de celui de Patir et Cheng quoique donnant des résultats sensiblement éloignés [19]. L'auteur a choisi de nouvelles conditions aux limites, jugées plus appropriées physiquement, mais s'est limité à l'étude d'une seule surface, à la rugosité isotrope. Teale et Lebeck [20] ont été plus critiques vis-à-vis du modèle PC, montrant notamment que les valeurs des coefficients de débit varient sensiblement selon les conditions aux limites et les grilles de différences finies utilisées. Leurs résultats sont en effet différents bien qu'ils aient utilisé les équations du modèle PC. Teale et Lebeck ont également fait remarquer que des débits unidirectionnels tels que ceux imposés par Patir et Cheng ne peuvent pas correctement décrire des problèmes bidimensionnels. En autorisant un flux dans la direction transversale (fig. 2.2), les effets de la rugosité sur le débit sont moins accentués.

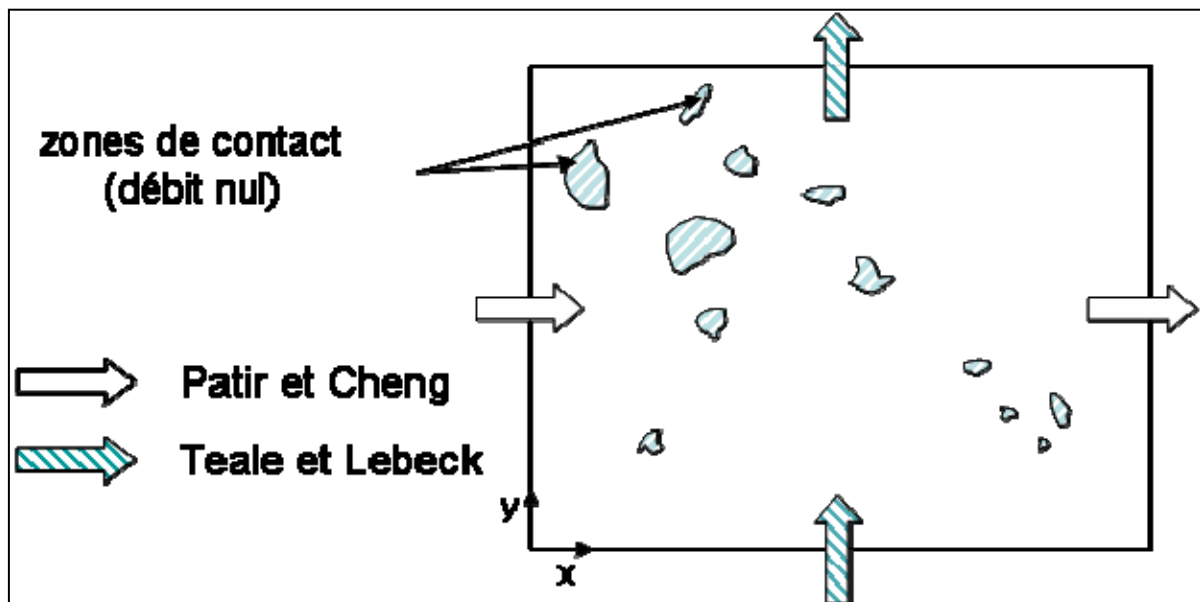
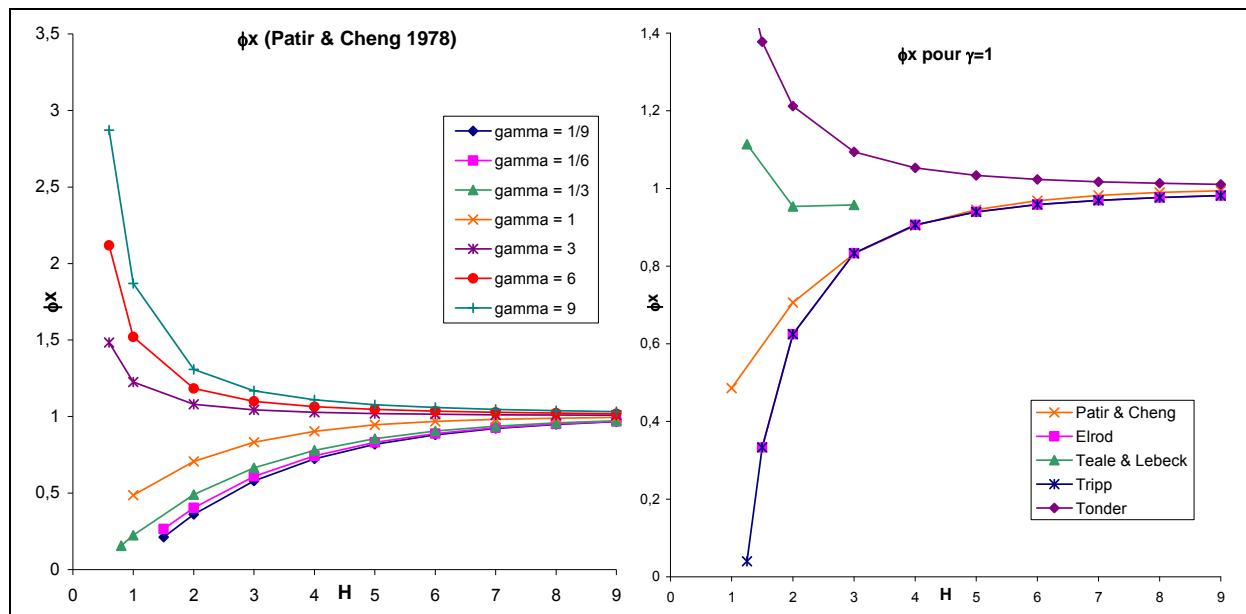


Figure 2.2 – Volume de contrôle et conditions aux limites

En 1989, Hu et Zheng ont étudié ces aspects en comparant les résultats des quatre études précitées au modèle PC [21]. Ils ont considéré que la condition proposée par Patir et Cheng imposant un gradient de pression transversal nul sur les bords du domaine, si elle est limitative physiquement, est raisonnable statistiquement. Ils ont montré que la distinction entre les modèles de Tripp et de Patir et Cheng résulte également de la différence entre les surfaces employées, en plus des diverses conditions aux limites retenues.



Figures 2.3a/2.3b – Coefficients ϕ_x obtenus par Patir et Cheng / Comparaison de plusieurs approches ultérieures pour $\gamma = 1$

Le facteur d'écoulement en pression du modèle PC a été tracé pour différentes orientations de la rugosité sur la figure 2.3a ci-dessus. Sa valeur tend vers l'unité lorsque H augmente, puisque la rugosité a moins d'influence sur le débit dans un film plus épais. Les rugosités dirigées selon la direction de l'écoulement ($\gamma > 1$) favorisent le débit, ce qui se traduit par un accroissement de la valeur de ϕ_x lorsque H diminue. C'est l'inverse dans le cas d'une rugosité orientée transversalement. Pour une surface isotrope ($\gamma = 1$), la valeur du coefficient ϕ_x est toujours inférieure à 1 du fait de la présence des rugosités dans l'interface. L'écart entre la courbe correspondante et celle obtenue pour $\gamma > 3$ laisse supposer qu'il existe une orientation (longitudinale) pour laquelle les rugosités n'ont pas d'effets sur le débit ($\phi_x = 1$), même pour de faibles valeurs de H . Malheureusement Patir et Cheng n'ont pas fourni les valeurs des constantes C et s de l'équation (2-5) qui auraient permis de calculer ϕ_x pour un paramètre γ compris entre 1 et 3. La figure 2.3b présente les coefficients ϕ_x obtenus par les autres auteurs précités dans le cas d'une surface à la rugosité isotrope. Les diverses formules utilisées sont regroupées dans le tableau 2.1.

Auteurs	Equations	Domaine de définition
Patir et Cheng	$\phi_x(H, \gamma) = 1 - C \exp(-sH)$	$\gamma \leq 1$
	$\phi_x(H, \gamma) = 1 + C H^{-s}$	$\gamma > 1$
Elrod, Tripp	$\phi_x = 1 + \frac{3}{H^2} \left(1 - \frac{3}{1 + \gamma^2} \right)$	$\forall \gamma$
Tonder	$\phi_x = 1 + 0,85H^{-2}$	$\gamma = 1$

Tableau 2.1 – Coefficients ϕ_x

Par la suite, le modèle PC a été utilisé tel quel à plusieurs reprises, appliqué aux paliers de bielle [22] ou aux paliers lisses [23] [24]. Plus récemment, de nouveaux auteurs ont proposé

de l'améliorer. En 2001, Harp et Salant ont introduit un quatrième facteur d'écoulement pour inclure les effets de cavitation au sein du contact rugueux [25]. Ce coefficient représente la diminution de la densité du fluide au sein des zones de rupture du film pouvant apparaître dans les creux de la surface rugueuse. Ces effets affectent le débit dans la direction de l'écoulement ainsi que la quantité de fluide contenue dans le volume de contrôle. Les auteurs ont réécrit les trois autres facteurs d'écoulement en fonction de l'indice de cavitation, qui est une fonction de la viscosité du fluide, de la pression, de la vitesse de glissement des surfaces et des caractéristiques de la rugosité. Les facteurs d'écoulement en pression ainsi obtenus sont cependant très peu différents de ceux de Patir et Cheng.

En 2003, Epstein et al. ont étudié un contact élastohydrodynamique (EHD) sollicité en fatigue [26]. Kim et Cho, en 2007, ont analysé l'influence de la déformation sur les facteurs d'écoulement, pour des surfaces Gaussiennes ou non soumises à un contact normal [27]. Leurs coefficients tiennent compte de l'asymétrie et de l'étalement de la distribution des hauteurs de rugosité, plutôt que du paramètre γ .

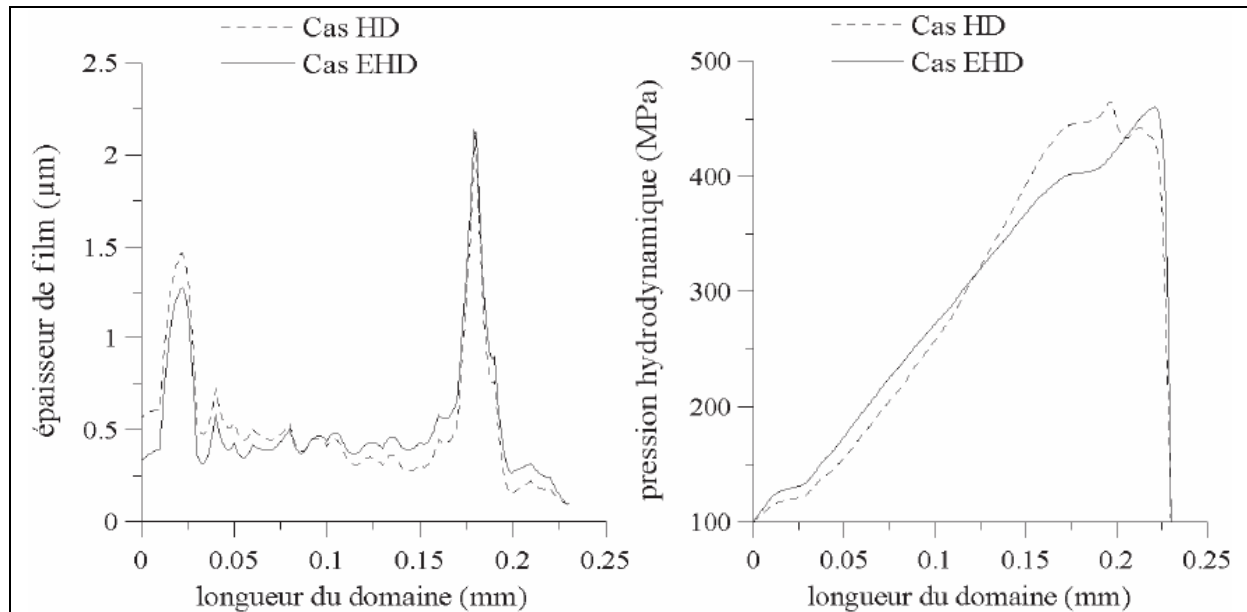
2.1.3 L'approche déterministe

L'autre manière d'aborder la lubrification par film mince entre surfaces rugueuses que nous avons évoquée en tête de chapitre est l'approche déterministe, permettant une description plus réaliste des phénomènes étudiés.

Initialement limités à des surfaces élémentaires pour offrir le support de simulation nécessaire aux approches stochastiques, les modèles déterministes ont profité de la progression constante des moyens de calcul pour offrir une alternative acceptable. Le raffinement des maillages, certes encore insuffisant pour discrétiser des joints ou des paliers dans leur intégralité, a tout de même permis l'essor de la modélisation EHD appliquée à des domaines restreints.

Dans l'approche déterministe, l'équation de Reynolds est utilisée sous sa forme classique. La rugosité est prise en compte dans l'épaisseur de film. Dans la littérature, il existe peu de modèles déterministes dédiés à la résolution du seul problème de lubrification entre surfaces rugueuses. Les publications sur le sujet portent principalement sur l'étude de contacts lubrifiés linéiques ou ponctuels.

Les premières études EHD ont été consacrées à des géométries très simples. Goglia et al. ont modélisé un contact linéique de glissement pur entre un plan et une aspérité isolée [28] ou un profil sinusoïdal [29]. Venner et Ten Napel [30] ainsi que Lubrecht et Venner [31] ont étudié des contacts linéiques basés sur la description de profils rugueux mesurés, tandis que Lubrecht et al. se sont intéressés à un contact ponctuel [32]. Ces derniers ont pris en compte des surfaces aux rugosités orientées longitudinalement ou transversalement à la direction de glissement, pour ensuite effectuer des comparaisons avec le modèle de Patir et Cheng. Plus récemment, Riche et Villechaise ont proposé une étude des microcontacts rencontrés dans les paliers de moteurs thermiques [33]. Ils se sont basés sur un profil rugueux mesuré pour simuler un contact linéique très chargé (figs. 2.4). Dans ce type de contact, la pente de la rugosité peut être localement grande. De plus, la longueur d'onde des rugosités est parfois du même ordre de grandeur que l'épaisseur de film. Ces particularités ont incité les auteurs à traiter le problème par les équations de Reynolds d'une part (cas HD), et par celles de Navier-Stokes d'autre part (cas EHD). La comparaison des résultats obtenus « permet de conclure positivement sur la validité du modèle de Reynolds appliqué à l'étude d'un contact rugueux ». Les graphes ci-après montrent effectivement que les deux modèles offrent des tendances similaires, bien que les conditions de fonctionnement modélisées soient assez sévères : la pression dans le fluide atteint 450 MPa pour une épaisseur moyenne d'environ 0,5 μm .



Figures 2.4a/2.4b – Variations d'épaisseur de film / Variations de pression (d'après [33])

Dans leur étude, Riche et Villechaise ont par ailleurs remarqué que l'ondulation de la surface joue un rôle important sur la distribution de pression hydrodynamique, au contraire des pics et des creux de la rugosité. A l'aide d'une transformation de Fourier, ils ont effectué une décomposition harmonique du profil rugueux à l'état initial et déformé ; la comparaison des premières fréquences spatiales indique que seules les composantes basses fréquences sont modifiées après déformation.

Une autre difficulté majeure rencontrée dans le problème complet de lubrification déterministe est sa forte dépendance au temps, dû au mouvement relatif des aspérités des surfaces rugueuses en contact. Pour cette raison, la quasi-totalité des modèles déterministes traitent du cas stationnaire : une seule des deux surfaces est considérée comme rugueuse et généralement immobile. Parmi les quelques modèles transitoires existants, nous pouvons retenir celui de Ai et Cheng, dans lequel des profils mesurés ont été utilisés pour modéliser des contacts bidimensionnels [34]. Dans une étude ultérieure ils ont employé des surfaces simulées pour traiter le contact tridimensionnel, mais en imposant la stationnarité de la surface rugueuse [35].

Les études exposées jusqu'à présent dans ce paragraphe supposent toutes que le film lubrifiant est complet. Le problème de rupture du film a tout de même été traité à certaines reprises. En 1996, Evans et Snidle ont considéré des surfaces rugueuses aux rugosités transversales à la direction du glissement pour étudier le rayage [36]. D'après eux, ce sont les fuites occasionnées par les creux de la rugosité situés sur les bords du domaine modélisé qui perturbent le mécanisme de formation du film. Ce phénomène avait été mis en évidence auparavant dans l'étude expérimentale de Patching et al. [37].

L'adjonction d'un modèle de contact des aspérités relève de la lubrification mixte ; ce thème sera détaillé dans la troisième partie de ce chapitre. Nous pouvons cependant évoquer la manière dont les auteurs concernés ont traité le seul problème de lubrification. Dans ces études, et sauf mentions contraires, l'équation de Reynolds est utilisée dans les zones lubrifiées, et les modèles simulent le contact entre une surface lisse et une surface rugueuse comportant plusieurs aspérités.

Le modèle présenté en 1997 par Hua et al. [38] [39] a été amélioré ensuite par Jiang et al. [40] dans l'application aux contacts EHD de type sphère/plan. La pression hydrodynamique a été calculée par la méthode des différences finies. Des conditions d'égalité sur les pressions locales ont été imposées aux limites entre zones de contact et zones lubrifiées, afin d'obtenir la continuité de la pression sur l'ensemble du domaine. En 1999, Zhu et Hu ont présenté un modèle tridimensionnel de lubrification mixte incluant les effets transitoires [41]. Des surfaces mesurées ont fourni les données concernant la rugosité. En 2000, Shi et Salant ont complété le modèle de Jiang et al. pour inclure les effets de cavitation entre les aspérités de la surface rugueuse [42]. Dernièrement, Dobrica et al. ont modélisé un palier partiel fonctionnant en conditions de lubrification mixte [43]. Les surfaces rugueuses ont été obtenues par simulation. Ils ont comparé leurs résultats au modèle de Patir et Cheng, et ont constaté que celui-ci sous-estimait les effets de la rugosité (en particulier sur le couple de frottement), tout en suivant les tendances du modèle déterministe.

Une approche différente, basée sur le principe d'homogénéisation, a également été employée pour étudier l'influence des rugosités sur le comportement des contacts lubrifiés. Cette méthode utilise les échelles multiples. Elle est employée lorsqu'un petit paramètre ε a une influence non négligeable sur la solution du problème. L'homogénéisation consiste à décomposer le problème à traiter en deux formulations distinctes : un problème local dépendant de la variable ε et un problème « homogénéisé » fonction des variables globales. La rugosité est prise en compte de manière déterministe, ce qui évite de recourir à des paramètres statistiques ou aux facteurs d'écoulement. L'analyse se base sur la description de profils de surface simplifiés, comme par exemple un motif périodique, ce qui la rend adaptée à l'étude des surfaces texturées. Initialement proposée par Elrod [12], cette approche a été approfondie par Bayada et Chambat dans les années 1980 [44]. Elle a ensuite été utilisée à plusieurs reprises, par Buscaglia et Jaï dans la résolution de l'équation de Reynolds compressible [45], ou encore Kane et Bou-Saïd pour la modélisation d'un palier très chargé et lubrifié par un fluide Newtonien ou non [46]. Ces derniers ont également montré que la méthode d'homogénéisation permet de modéliser des surfaces dont les motifs rugueux sont orientés de manière quelconque par rapport à la direction de l'écoulement. En comparaison, l'approche de Patir et Cheng est limitée à deux orientations (parallèle ou perpendiculaire à l'écoulement). Par la suite, Bayada et al. ont proposé un modèle tenant compte des effets de cavitation [47] [48].

2.2 Contact entre surfaces rugueuses

La caractérisation précise du contact entre deux surfaces est primordiale pour analyser les problèmes de tribologie tels que l'étanchéité, le frottement et l'usure, et constitue un passage obligé avant d'engager l'élaboration d'un modèle de lubrification mixte. Ce problème a été traité à maintes reprises, mais bien évidemment les travaux publiés n'ont pas tous été développés dans l'optique d'un couplage avec un problème de lubrification. L'étude du contact des aspérités peut elle aussi être abordée de manière déterministe ou stochastique, et ce sont là encore ces dernières qui prédominent dans la littérature.

2.2.1 Méthodes stochastiques de contact

Les premières études fiables du contact élastique ont été formulées par Hertz à la fin du XIX^e siècle. Il a proposé des formulations analytiques des déplacements normaux intervenant à la

surface de deux solides en contact. Les cas élémentaires des solides de révolution ont été repris dans l'ouvrage de Johnson [48].

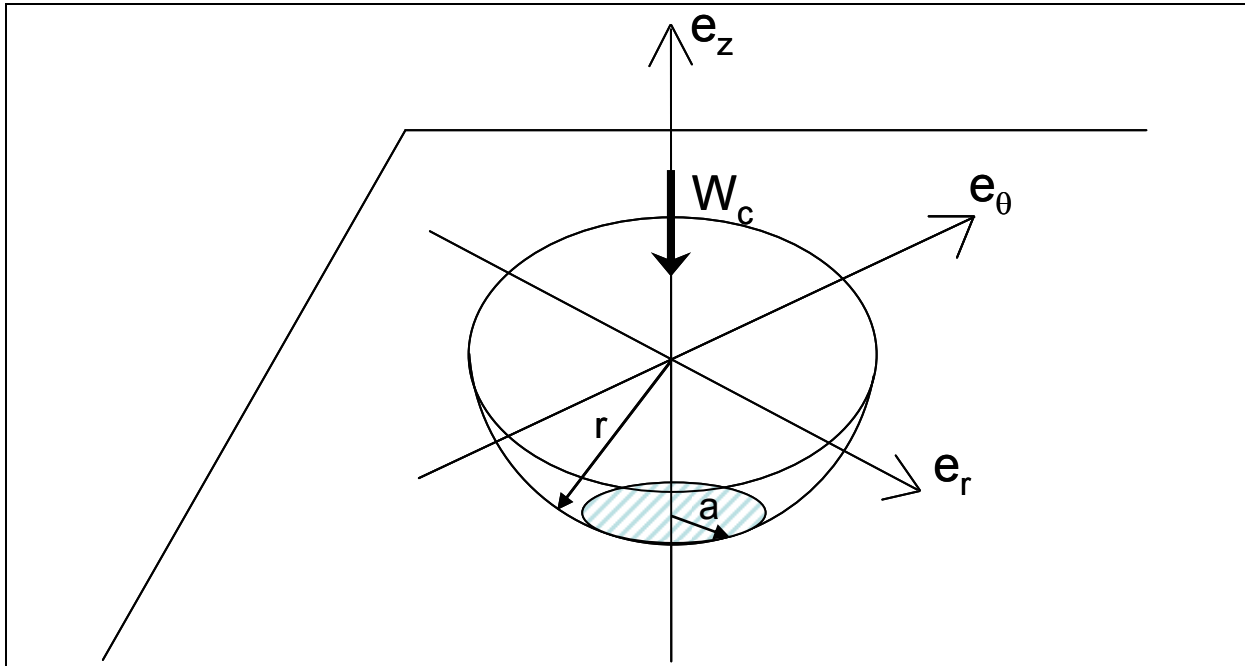


Figure 2.5 – Contact sphère/plan

Pour la description du contact sphère/plan (fig 2.5), les hypothèses suivantes ont été énoncées :

- les surfaces sont continues,
- les dimensions du contact sont très inférieures à celles des solides en présence (contact « non-conforme »),
- le frottement est négligé.

Le rayon du contact est une fonction de l'interférence ω et du rayon d'aspérité r :

$$a = 2\sqrt{r\omega} \quad (2-8)$$

L'aire de contact est égale à :

$$\pi a^2 = 4\pi r\omega \quad (2-9)$$

La charge de contact vaut :

$$W_c = \frac{4}{3} E' \sqrt{r\omega^3} \quad (2-10)$$

En supposant une répartition de pression parabolique, la pression de contact maximale est :

$$p_{cMAX} = \frac{4}{3} \frac{E'}{\pi} \sqrt{\frac{\omega}{r}} \quad (2-11)$$

E' désigne le module d'élasticité équivalent du contact :

$$E' = \frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (2-12)$$

Abott et Firestone [50] ont énoncé le premier modèle du contact plastique. Dans leurs travaux, l'aire du contact est simplement l'intersection géométrique d'une surface plane avec le profil original de la surface rugueuse. La pression de contact est égale à la dureté du matériau. En 1972, Pullen et Williamson ont amélioré ce modèle en imposant la conservation du volume des zones où les aspérités plastifient (modèle PW) [51].

La plupart des études stochastiques existantes considèrent que le contact intervient entre une surface lisse et une surface rugueuse présentant des aspérités de géométrie simple, le plus souvent sphérique. En général, les aspérités sont supposées plus élastiques que la surface en regard, le problème revenant à étudier la déformation d'une aspérité sur un plan rigide. Dans le cas contraire, si c'est la rugosité qui est supposée rigide (aspérités indéformables), cela équivaut à traiter un problème d'indentation pure. Nous délaierons cet aspect qui ne s'applique pas aux garnitures mécaniques.

L'approche la plus souvent rencontrée dans la littérature consiste à n'étudier que le contact ponctuel entre une aspérité et un plan, et de proposer des formulations mathématiques de l'aire et de la charge de contact correspondantes. Pour obtenir les valeurs se rapportant à la totalité du contact, les formules sont ensuite intégrées sur l'ensemble du domaine étudié, lequel comprend plusieurs aspérités. Celles-ci sont supposées réparties de part et d'autre du plan moyen de la surface, selon une distribution statistique connue. Comme dans l'étude de la lubrification stochastique, c'est l'écart entre la zone de contact et le plan moyen de la surface, communément appelé distance de séparation, auquel il est fait référence.

Sur la figure 2.6 présentée page suivante, ω est la profondeur d'interférence, r est le rayon d'une aspérité et d désigne la distance de séparation. Parmi les modèles du comportement mécanique du contact des surfaces rugueuses qui ont été proposés, une partie se rapporte aux contacts lourdement chargés, avec de très faibles distances de séparations des faces et des déformations plastiques des aspérités. L'autre partie de ces modèles se rapporte aux contacts légèrement chargés, avec des épaisseurs de séparation plus grandes, où les aspérités de la surface comportent une zone de déformation plastique entourée d'une zone de déformation élastique. C'est le domaine de la déformation élastoplastique.

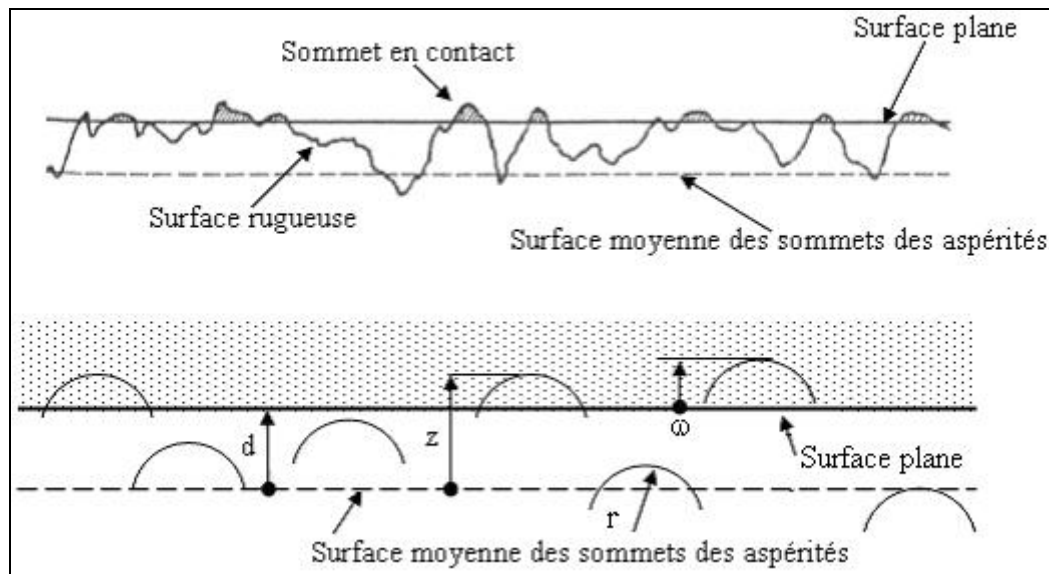


Figure 2.6 – Notations ; contact entre une surface rugueuse et un plan

Greenwood et Williamson ont proposé en 1966 le premier modèle stochastique du contact entre deux surfaces rugueuses (modèle GW) [52], qui semble toutefois inspiré des travaux de Zhuravlev [53] [54]. Dans ce modèle, le sommet des aspérités, réparties aléatoirement de part et d'autre d'un plan moyen, est représenté par des hémisphères de même rayon. Il n'y a pas de déformation d'ensemble : les aspérités se déforment séparément et sont supposées suffisamment éloignées les unes des autres pour ne pas interagir pendant la déformation. Les hauteurs des sommets des aspérités sont des quantités aléatoires et leur distribution statistique est connue. Ce modèle classique est basé sur la solution de Hertz pour une seule aspérité sphérique et élastique. Les relations de l'aire réelle de contact et de la charge, fonctions de la hauteur de séparation des surfaces, ont été obtenues, mais le comportement plastique des matériaux a été négligé dans le calcul. Les auteurs ne font que décrire la plasticité, en introduisant un nouveau paramètre appelé indice de plasticité du contact, qui permet d'évaluer l'étendue relative de la zone susceptible de subir des déformations plastiques :

$$\Psi = \frac{E'}{\mathcal{H}} \sqrt{\frac{\sigma_s}{r}} \quad (2-13)$$

Ce coefficient combine les propriétés du matériau (dureté \mathcal{H} , module d'Young équivalent E') et de la topographie des solides en contact (écart-type des hauteurs des sommets σ_s , rayon d'aspérité r).

Le modèle GW est adapté à la prédiction du comportement élastique des surfaces en contact, et continue à être utilisé de nos jours. Il a par la suite été modifié pour prendre en compte plusieurs aspects, par exemple les surfaces courbes [55], celles comportant des aspérités mésalignées [56], des rayons d'aspérité non uniformes [57], ou des aspérités ellipsoïdales et paraboloidales [58].

En se basant sur les résultats des modèles GW et PW, Chang, Etsion et Bogy ont développé en 1987 un modèle du contact élastoplastique des aspérités (Modèle CEB) [59]. Applicable aux contacts modérément chargés, leur étude reprend la majorité des hypothèses du modèle GW. La déformation est élastique et plastique : l'aspérité reste dans le domaine élastique jusqu'à une valeur critique de l'interférence, au-delà de laquelle la conservation du volume de

l'extrémité de l'aspérité (plastifiée) est imposée. Les auteurs ont supposé que la pression moyenne de contact reste alors constante. Avec ce modèle, il existe cependant une discontinuité de la charge de contact lors de la transition du régime élastique au régime élastoplastique. Plusieurs auteurs ont poursuivi dans cette voie, cherchant notamment à mieux décrire la transition entre les régimes de déformation élastique et plastique. En 1999, Liu et al. ont effectué une revue des modèles de contact alors disponibles, sans se limiter aux seules approches stochastiques [60]. En 2000, Zhao, Maletta et Chang ont présenté un modèle de « microcontact » élastoplastique entre deux surfaces planes (modèle ZMC) [61]. Ils ont conservé les hypothèses des modèles GW et CEB relatives à la géométrie et à la distribution des aspérités. Les relations exprimant la pression de contact moyenne et l'aire de contact moyenne au niveau des aspérités ont été formulées de manière à assurer la continuité de la charge et de l'aire entre les trois régimes de déformation (élastique, élastoplastique, plastique). Elles ont été établies en se basant sur les théories de Hertz pour le contact élastique, et d'Abbott et Firestone pour le contact plastique. La déformation élastoplastique est abordée en reliant la pression moyenne à la valeur de l'interférence [62]. Les conditions aux limites sur celle-ci permettent d'assurer la continuité des formules.

Robbe-Valloire et al. ont tenu compte de la distribution statistique des hauteurs et des rayons d'aspérités, ces derniers n'étant plus supposés constants [63]. Une écriture différente du modèle ZMC a été établie pour la pression de contact, faisant toujours appel à une fonction logarithmique. Pour caractériser le contact, les auteurs ont proposé d'évaluer la simple proportion de charge (resp. d'aire) transmise par les aspérités plastifiées relativement à la charge (resp. l'aire) totale de contact, plutôt que d'utiliser l'indice de plasticité tel qu'introduit dans le modèle GW : dans sa définition première, ce paramètre ne tient en effet pas compte de la part de charge transmise.

Zhao et Chang ont remanié le modèle ZMC en s'affranchissant de l'hypothèse de non-interaction des aspérités en déformation [64]. Ils ont considéré le couplage global comme étant élastique (la déformation pouvant être localement plastique) afin d'appliquer le principe de Saint-Venant. Un « territoire » est défini autour de chaque aspérité. Le déplacement au niveau d'une aspérité dû à la déformation des aspérités voisines est obtenu en soustrayant le déplacement dû aux pressions appliquées hors du territoire d'aspérité du déplacement du plan moyen (causé par la pression moyenne) de la surface rugueuse.

Kogut et Etsion ont effectué une analyse très précise du contact normal entre une sphère et un plan rigide, à l'aide de la méthode des éléments finis (modèle KE) [65] [66]. Les auteurs ont établi que l'évolution du contact élastoplastique peut se diviser en trois principaux stades, selon la valeur du rapport entre l'interférence et l'interférence critique de déformation élastique : aire de contact élastique avec amorce de plasticité sous la surface de contact, aire de contact élastoplastique, aire de contact entièrement plastique. En interpolant les résultats numériques, ils ont établi des formules adimensionnées de l'aire et de la charge du contact. Des discontinuités sont toujours présentes au début et à la fin du régime de déformation élastoplastique. Kogut et Etsion ont effectué des comparaisons avec les modèles CEB et ZMC pour évaluer l'aire totale et la charge totale de contact. Ces derniers donnent des résultats assez éloignés de la solution éléments finis, surtout le modèle CEB.

Le modèle KE a ensuite été amélioré par Jackson et Green (modèle JG) [67]. Ces derniers ont affiné le maillage de la sphère et modélisé cinq comportements de matériaux métalliques, en ne faisant varier que la limite élastique des matériaux (module d'élasticité et coefficient de Poisson inchangés). Les résultats obtenus par éléments finis pour l'aire de contact et la charge de contact sont proches de ceux du modèle KE, tout en gommant les discontinuités de celui-ci. Les auteurs ont toutefois constaté que ces valeurs sont fortement dépendantes de la

géométrie (déformée) du contact quel que soit le régime de déformation, ainsi que des propriétés du matériau en régime élastoplastique et plastique. En se basant sur la description de leurs résultats pour des interférences élevées, ils ont signalé que l'hypothèse considérant la dureté comme un paramètre fixe d'un matériau est inexacte. Une comparaison des modèles KE et JG au moyen d'un calcul par éléments finis a été menée par Quicksall et al [68]². Par rapport à la solution, des pourcentages d'erreur généralement inférieurs à 5 % ont été obtenus, le modèle JG offrant les meilleurs résultats.

En 2005, Lin et Lin ont également étudié le contact normal entre une sphère déformable et un plan rigide, mais par une méthode analytique [69]. Ils ont obtenu des expressions de la charge et de l'aire de contact continues sur tous les régimes de déformation.

La littérature traitant de la modélisation du contact sphère/plan par des méthodes analytiques ou numériques est donc particulièrement fournie. En revanche, l'extension des formules issues de ces modèles à un contact comprenant plusieurs aspérités reste sujette à caution. Les validations expérimentales de ces modèles sont en effet pratiquement inexistantes, et pour deux raisons principales : d'une part à cause de leur complexité de mise en œuvre, puisqu'il est très délicat d'effectuer des relevés in situ, et d'autre part du fait de la difficulté de tirer des conclusions satisfaisantes d'une confrontation entre résultats expérimentaux et numériques, ces derniers étant issus de modèles présentant de trop nombreuses hypothèses simplificatrices.

2.2.2 Méthodes déterministes de contact

L'approche déterministe nécessite une description complète de la géométrie des surfaces en présence. Cependant, de nombreux modèles utilisent une hypothèse qui est commune aux modèles stochastiques, consistant à étudier un contact dit « équivalent » en ramenant l'étude à l'interaction entre une surface rugueuse et une surface lisse.

La démarche de résolution consiste soit à déterminer le déplacement et la pression de contact locaux connaissant la distance de séparation des plans moyens des surfaces, soit plus fréquemment à calculer la pression de contact (connaissant la charge appliquée) pour ensuite accéder aux champs de déplacements. Dans ce cas, celui-ci est obtenu en résolvant le système :

$$u = \mathcal{K} p_c \quad (2-14)$$

Dans cette équation, u est le vecteur déplacement, p_c désigne le vecteur pression de contact et \mathcal{K} est la matrice des coefficients d'influence (ou matrice de compliance). Chaque élément \mathcal{K}_{ij} de la matrice \mathcal{K} contient la déformation subie par le nœud u_j sous l'effet de la pression $p_{c i}$.

Dans une étude publiée en 1972, Kalker et Van Randen ont eu recours au principe du minimum de l'énergie potentielle [70], lequel énonce que « le champ des contraintes équilibrant un solide soumis à des actions extérieures s'obtient à partir du champ des déformations minimisant l'énergie potentielle totale complémentaire ». Du fait de moyens de calcul très limités à l'époque, les maillages ne contenaient que quelques dizaines de nœuds. Cette approche variationnelle a été réintroduite par Bhushan pour étudier des zones beaucoup plus étendues [71] [72]. Les surfaces rugueuses utilisées ont été obtenues par simulation, tout comme dans l'étude de Kumar et al [73].

Les méthodes analytiques offrent généralement une solution exacte mais peuvent nécessiter des calculs lourds. Les méthodes d'approximation telles que la formulation des résidus pondérés ou la méthode des moindres carrés ont été employées pour tenter de trouver un

² Pour des raisons de délais d'impression, le modèle JG [67] n'est paru qu'après cette étude.

compromis entre la durée et la précision du calcul [74] [75]. Elles sont basées sur l'évaluation de l'écart (le résidu) entre une valeur initiale de la pression de contact satisfaisant les conditions aux limites, et la solution à obtenir. Lorsque le critère de minimisation du résidu est atteint, la pression de contact ainsi obtenue permet de remonter au champ de contraintes dans les solides.

Le traitement du problème de contact a été grandement amélioré par les développements successifs de diverses méthodes numériques. La résolution du système (2-14) a d'abord été effectuée au moyen de méthodes directes, lesquelles consistent à inverser la matrice des coefficients d'influence. Puisque le nombre d'éléments de celle-ci est égal au carré du nombre de nœuds du maillage, l'inversion n'est envisageable que si le domaine étudié est restreint (quelques milliers de nœuds au maximum avec les ordinateurs actuels). Lorsque les maillages étudiés sont de grandes dimensions, où si les zones de contact sont très étendues, il faut rechercher des aménagements pour accélérer le calcul, ou bien employer une autre méthode, plus rapide.

Une première amélioration consiste à réduire la taille de la matrice \mathcal{K} aux seuls nœuds en contact. L'inversion est donc plus aisée à effectuer, mais il faut en revanche recalculer la matrice (et donc l'inverser à nouveau) à chaque modification de la zone de contact. D'après Allwood, le gain en temps de calcul et espace mémoire est intéressant tant que le nombre de nœuds en contact n'excède pas 5000 [76].

Lorsque le maillage comprend un nombre de nœuds important, l'emploi d'une méthode itérative pour résoudre le système (2-14) permet de réduire le temps de calcul par rapport aux méthodes directes. La méthode de Gauss-Seidel a été utilisée par Vollebregt [77], tandis que Allwood [76] a préféré une méthode de gradient conjugué, plus rapide et limitant l'espace mémoire requis.

Enfin la méthode d'intégration rapide MLMI (Multi-Level Multi-Integration), parfois dénommée MLMS (Multi-Level Multi-Summation), constitue un outil particulièrement indiqué dans l'accélération des calculs. C'est un algorithme « multigrille » dont le principe est exposé dans un article de Brandt et Lubrecht [78].

Une revue comparative de ces approches a été menée par Allwood en 2005 [76]. L'auteur a proposé, pour chaque catégorie, un algorithme optimal en termes de vitesse de convergence, de précision de calcul, et d'espace mémoire. Jusqu'à 2000 nœuds en contact, les méthodes directes à « set actif » (dont la résolution s'effectue sur la zone de contact uniquement) sont les meilleures. Au-delà, la vitesse de convergence se dégrade et l'espace mémoire nécessaire devient très important. Ce sont alors les méthodes à intégration rapide qui s'avèrent les plus intéressantes, mais elles ne fournissent qu'une solution approchée. L'auteur a constaté une erreur de 0,5 % par rapport aux méthodes directes. Les solutions itératives classiques sont évidemment plus lentes, mais demeurent moins imprécises et nécessitent moins d'espace mémoire que les méthodes MLMS.

Allwood a fait état d'autres possibilités pour accélérer la résolution du système (2-14). Parmi celles-ci, la plus intéressante consiste à employer une transformation de Fourier. Ju et Farris sont a priori les premiers à l'avoir mise en œuvre dans l'étude des contacts rugueux [79]. La relation (2-14) est évaluée dans le domaine fréquentiel, et le déplacement u est ensuite obtenu par transformée (rapide) inverse. Cependant, des erreurs sont introduites car la pression de contact n'est pas assimilable à une série (ou une portion de série) infinie. En dépit de nombreuses tentatives d'amélioration [80] [81] consistant à agrandir les maillages pour repousser les erreurs aux extrémités, ce qui au passage ralentit sérieusement les calculs, cette approche demeure moins précise que les méthodes d'intégration rapide.

Dans une étude récente complétant leur modèle de lubrification déterministe [43], Dobrica et al. ont ajouté l'influence des rugosités [82]. Après une analyse approfondie des techniques numériques existantes, ils ont proposé une méthode d'interpolation des déplacements sur deux niveaux de raffinement. Les matrices de coefficients d'influence ont été calculées en éléments finis, ce qui a limité la taille des maillages. Des grilles de plus de trois millions de nœuds ont cependant été utilisées, tout en limitant le temps de calcul à quelques minutes, ce qui constitue une performance notable.

2.3 Lubrification mixte

Tel qu'il est traité dans la littérature, le régime de lubrification mixte concerne généralement des contacts EHD chargés. Dans l'ensemble, les études référencées dans le paragraphe suivant sont basées sur la combinaison de modèles de lubrification et de contact déjà présentés dans ce chapitre.

2.3.1 Approches stochastiques

En 1992, Yamaguchi et Matsuoka ont combiné les modèles GW et PC pour présenter l'un des premiers modèles de frottement mixte basé sur le couplage entre un modèle de mécanique du contact des aspérités et un modèle d'écoulement [83]. Les effets de cavitation sont traités globalement en annulant les zones de pression négatives dans le domaine (conditions de Reynolds). Des comparaisons avec des résultats expérimentaux provenant de plusieurs sources ont été effectuées.

Wang et al. ont proposé en 1997 un modèle de lubrification mixte pour paliers courts [84]. L'équation de Reynolds moyenne du modèle PC a été utilisée pour résoudre le problème d'écoulement entre surfaces rugueuses. Le contact a été traité avec le modèle de Lee et Ren [85], qui est une évaluation directe du système (2-14) mais utilisant une matrice de coefficients d'influence symétrique : l'espace mémoire nécessaire pour cette partie du calcul est alors considérablement réduit. Les déformations sont supposées élastiques, et les matrices de compliance ont été calculées par la méthode des éléments finis.

Van Ostayen a élaboré un modèle de lubrification mixte pour une butée hydrostatique [86]. Les effets thermiques et les déformations sont pris en compte dans cette application particulière basée sur le fonctionnement d'un des portails (aux embases immergées) du port d'Amsterdam. Le contact intervient au niveau des guidages en raison de la forte charge statique causée par le poids de la structure. Les irrégularités de la piste, constituée d'un matériau polymère, comportent une composante d'ondulation déterministe (périodique) et une composante de rugosité stochastique (Gaussienne). Pour l'écoulement, l'auteur a préféré utiliser une formulation aménagée du modèle PC proposée par Wilson et Marsault ne faisant intervenir que l'épaisseur locale de film dans l'équation de Reynolds, au lieu de l'épaisseur nominale [87].

Jackson et Green ont également fait appel aux considérations stochastiques pour étudier le comportement d'une butée sous les différents régimes de lubrification [88]. Le modèle PC est employé pour modéliser l'écoulement, tandis que le problème de contact est traité à l'aide du modèle JG [67]. Les effets thermiques ont été pris en compte. Les auteurs ont tracé plusieurs courbes de Stribeck dont le minimum est correctement décrit. Ils ont ensuite effectué, pour un cas de calcul, une comparaison avec l'évolution du coefficient de frottement mesuré sur leur propre banc d'essai [68]. Il ne leur a pas été possible de déceler une correspondance entre les

valeurs numériques et expérimentales. Ces dernières sont très dispersées et toujours supérieures à celles données par leur modèle (fig. 2.7).

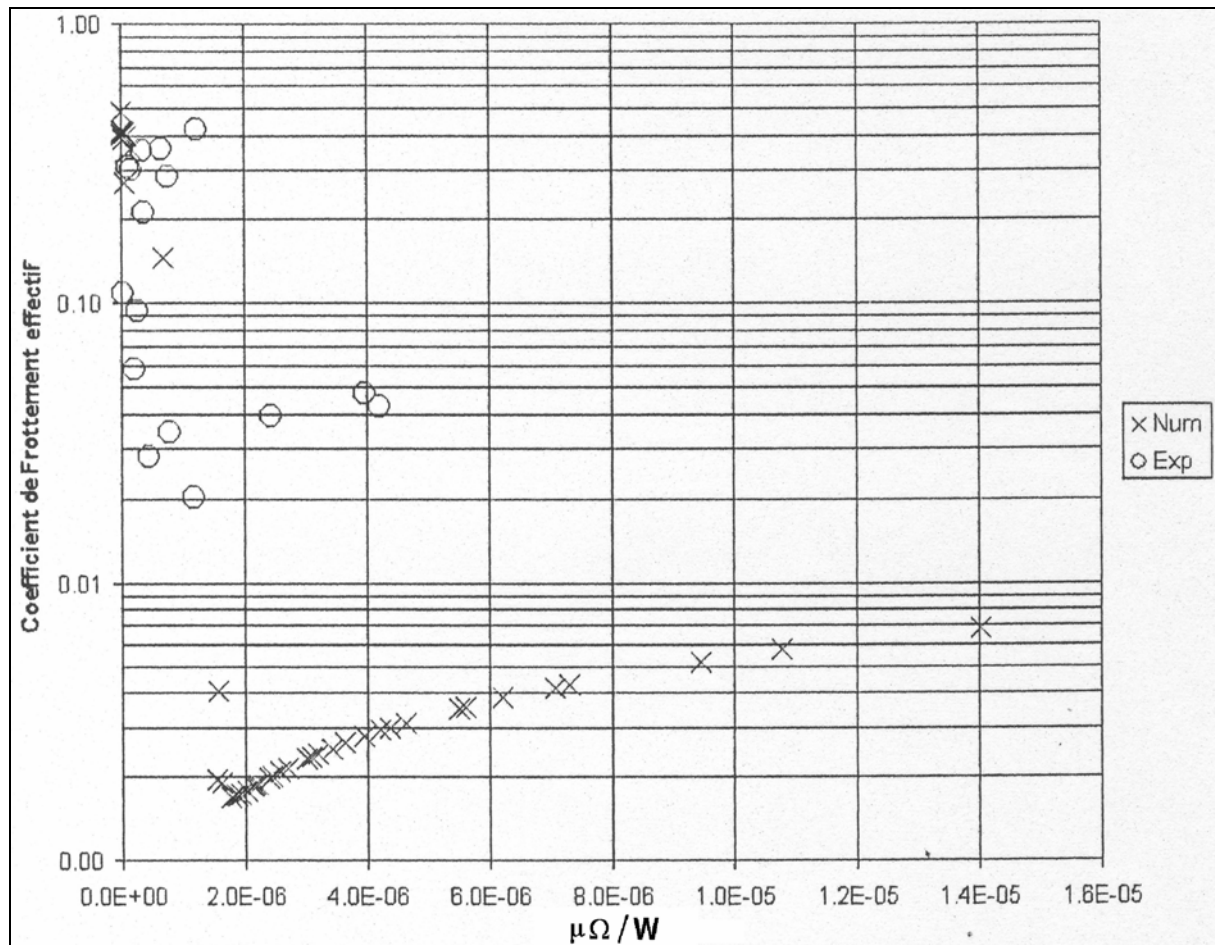


Figure 2.7 – Comparaison entre résultats numériques et expérimentaux (d’après [88])

Jackson et Green ont avancé plusieurs hypothèses pour tenter d’expliquer les variations constatées. Dans la partie décroissante de la courbe (lubrification limite et mixte), ils ont considéré que les écarts étaient dus à l’usure des surfaces, non prise en compte dans la modélisation. Pour la partie hydrodynamique, où théoriquement le contact n’intervient pas, ils ont proposé quatre interprétations :

- la rugosité des surfaces testées peut présenter des pics très hauts, non présents dans le modèle qui suppose une microgéométrie Gaussienne,
- les surfaces présentent éventuellement des ondulations,
- l’usure entre le démarrage et le fonctionnement en régime établi du dispositif expérimental a pu modifier la géométrie du palier,
- des vibrations de la machine ont peut-être entraîné un contact périodique, en dépit d’une portance hydrodynamique suffisante pour séparer les surfaces.

Les auteurs ont supposé que cette dernière raison était la plus plausible pour expliquer l’élévation du frottement.

Bien que le modèle numérique développé dans cette étude tienne compte de nombreux paramètres, sa tentative de validation avortée confirme que l'approche stochastique n'est pas encore apte à fournir des supports de modélisation suffisamment fiables.

2.3.2 Approches déterministes

Les modèles déterministes de lubrification mixte sont encore relativement peu nombreux dans la littérature. Le premier d'entre eux est celui de Jiang et al. [40], qui ont étudié l'interaction entre une forme sphérique et un plan rugueux. C'est un modèle EHD qui tient compte des effets piezo-visqueux. La rugosité est issue d'un profil mesuré dont les extrémités sont supposées sphériques ou elliptiques. Le maillage utilisé comprend environ 180000 nœuds (421 x 421), et a été discrétisé en différences finies. L'équation de Reynolds a été résolue par une méthode multigrille utilisant un algorithme de relaxation. Une condition d'égalité a été imposée aux frontières d'aspérités entre la pression dans le film et la pression de contact. Ce choix a été effectué pour assurer la continuité de la pression dans le domaine, mais paraît discutable puisque a priori rien ne justifie qu'une pression « solide » soit égale à la pression régnant dans le fluide environnant. Par ailleurs, les auteurs ont privilégié la rapidité de calcul au détriment de la précision pour la détermination des déplacements et des pressions de contact, en préférant utiliser les transformées de Fourier. En dehors de ces remarques, la démarche d'ensemble a été très bien détaillée. C'est a priori le premier modèle à avoir résolu simultanément le contact et l'écoulement.

Shi et Salant ont étudié le cas d'un joint à lèvres en imposant une rugosité périodique, afin de résoudre le problème de contact à l'aide des transformées de Fourier [42]. Le contact est supposé purement élastique. Leur modèle complète celui de Jiang et al. [40] en incluant le cisaillement et les effets de cavitation, et n'a pas encore eu de suite à ce jour.

Un autre modèle présent dans la littérature, et très utilisé par la suite, est celui de Zhu et Hu (modèle ZH) [41]. Ses auteurs l'ont testé à plusieurs reprises pour différents types de surfaces rugueuses (sinusoïdales ou issues de plusieurs procédés d'usinage) [89] [90] [91] [92]. C'est un modèle transitoire qui inclut les variations de densité et de viscosité du fluide, mais pas les effets de cavitation. Similairement au modèle de Jiang et al., la continuité de la pression est imposée dans tout le domaine. Les auteurs ont choisi de résoudre une équation de Reynolds « réduite » sur les bords d'aspérités où la pente de la rugosité est trop élevée pour que l'équation de Reynolds classique puisse s'appliquer. Dans ces zones, son premier membre s'annule en même temps que l'épaisseur, mais la pente dans la direction du mouvement peut ne pas être nulle. Cette forme réduite est :

$$V^x \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad \text{si } h = 0 \quad (2-15)$$

Dans les zones de contact, l'équation précédente se réduit à :

$$\frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \text{si } \frac{\partial h}{\partial t} = h = 0 \quad (2-16)$$

Le fait d'utiliser une seule et même équation pour calculer deux grandeurs totalement différentes (pression hydrodynamique et pression de contact) est contestable. De plus, les formules (2-15) et (2-16) ne contiennent aucun terme se rapportant explicitement à la pression. En fait, les auteurs ont émis l'hypothèse que « la solution de l'équation de Reynolds pour $h = 0$ donnerait le même résultat que celui de l'équation de contact ». Cette stratégie est également une conséquence de la non-stationnarité du modèle : les auteurs ont considéré, à

juste titre, que la recherche des zones de contacts et la définition des conditions aux limites associées seraient très pénalisantes, car fortement dépendantes du temps. Le principal avantage de cette option est de ne pas avoir besoin d'un modèle de contact des aspérités.

Cette approche a été réutilisée à plusieurs reprises : Epstein et al. ont étudié les effets de la fatigue [26], tandis que Wang et al. ont effectué des comparaisons avec l'approche dite « macro-micro » [93], qui est un couplage entre un modèle stochastique (ici celui de Patir et Cheng) et un modèle déterministe (celui présenté par Polonsky [81]). Dans cette dernière étude, les auteurs ont effectué une comparaison avec le modèle ZH et ont conclu que la précision de l'approche « macro-micro » dépendait de celle du calcul des facteurs d'écoulement. Ils ont conseillé de n'appliquer leur modèle que dans les contacts où H est supérieur à 1, et de préférer un modèle de contact sec dans le cas contraire, les facteurs d'écoulement étant alors moins précis.

Par la suite, le modèle ZH a été repris dans l'analyse de surfaces présentant des textures [94], pour différentes surfaces non Gaussiennes simulées [95], ou encore pour décrire l'usure [96]. Wang et al. ont comparé les pressions relevées dans différents contacts de roulement ou de glissement [97]. Les surfaces réelles étudiées ont été obtenues par plusieurs processus d'usinage se distinguant par l'écart-type et l'orientation des rugosités.

Une contribution importante a été apportée récemment par Dobrica et al. selon une approche différente des modèles de lubrification mixte cités jusqu'à présent [43] [82]. Leur étude déterministe est dédiée à la modélisation du frottement mixte dans les paliers hydrodynamiques, appliquée à des paliers partiels. Ces composants fonctionnent généralement sous de lourdes charges, ce qui signifie que les zones de contact, parfois très étendues, ne peuvent être traitées par un simple modèle de contact ponctuel. Après avoir effectué une comparaison de leurs résultats avec ceux du modèle PC [43], les auteurs ont pris en compte le contact des aspérités [82]. Dans cette dernière étude, une approche basée sur les matrices de coefficients d'influence a été retenue. Des maillages à plusieurs niveaux de raffinement ont été utilisés pour le calcul des déplacements : une grille fine dans le voisinage immédiat des nœuds chargés et, dans les zones éloignées du point de contact, une discrétisation plus grossière fournissant des résultats en bon accord avec ceux que donnerait le maillage fin. Un gain de temps appréciable a pu être obtenu grâce à ce constat. Le choix du degré de raffinement est un compromis entre l'espace mémoire disponible, la taille de la matrice de compliance (calculée par un code éléments finis) et le niveau de précision acceptable. Ainsi, des aires de contact plus étendues que dans les études existantes (jusqu'à 3,6 cm²) ont pu être modélisées sans pour autant atteindre les limites des dispositifs de calcul.

2.3.3 Lubrification mixte dans les garnitures mécaniques

La majorité des modèles de lubrification mixte dédiés à des applications spécifiques ont été développés pour décrire le comportement de paliers ou butées soumis à de fortes charges. Néanmoins, il existe un nombre substantiel d'études concernant spécifiquement les garnitures mécaniques d'étanchéité. Nous n'avons sélectionné que celles où les effets de la rugosité ont été pris en compte.

En 1979, Lebeck a introduit un modèle de frottement mixte appliqué à l'analyse d'une garniture mécanique dans le cas hydrostatique [98]. Dans ce modèle axisymétrique, la pression est déterminée à l'aide du modèle PC et la charge du contact à partir du modèle PW. Les deux surfaces sont supposées rugueuses et isotropes (profils Gaussiens). L'épaisseur de film inclut une composante d'usure dépendante de la vitesse de glissement et de la pression de

contact moyenne. Lebeck a évalué l'influence de nombreux paramètres, notamment la rugosité et l'usure, sur les performances de l'étanchéité. Il a prouvé que le débit de fuite était considérablement réduit en diminuant la rugosité des faces ou la conicité, à l'inverse du frottement. Les conditions de fonctionnement optimales correspondent bien à des surfaces aux rugosités faibles et légèrement coniques, comme cela a déjà été évoqué au chapitre 1. Une simulation en mode transitoire a montré qu'après seulement 100 heures les surfaces étaient parallèles, quelles que soient les valeurs initiales de la conicité ou l'importance des distorsions thermiques. L'auteur en a déduit que l'analyse d'une garniture aux faces parallèles pouvait s'avérer suffisante pour étudier les effets à long terme de la rugosité.

Lebeck a ensuite complété son modèle théorique en y incluant le changement de phase [99]. Il a constaté que la capacité de charge de la fraction fluide était plus élevée en présence de vapeur que dans un écoulement monophasique (de gaz ou de liquide).

En 1994, Etsion et Front ont proposé un modèle de lubrification mixte d'une garniture mécanique dans le cas statique [100]. Le problème de contact a été traité par le modèle CEB, en reprenant ses hypothèses pour la description de la rugosité. Les auteurs se sont principalement intéressés à l'influence de la charge sur le débit de fuite et l'épaisseur de film adimensionnée en fonction de l'indice de plasticité du contact (2-13). Dans leurs résultats numériques, ils ont constaté que la charge était principalement plastique.

Ruan, Salant et Green ont réalisé un modèle stochastique de lubrification mixte pour une garniture mécanique dans le cas hydrostatique [101]. Eux aussi ont utilisé le modèle CEB dans leur étude, laquelle prend en compte la déformation des faces de la garniture ainsi que les effets thermiques. La géométrie de la garniture est supposée axisymétrique et le modèle PC est utilisé pour l'écoulement. Ils ont présenté quelques résultats en distinguant le type de fluide modélisé (gaz, liquide, diphasique). Les auteurs disposant de très peu de données issues de l'expérience (parfois une unique valeur), il est difficile de partager leur avis quant au « bon agrément » entre les résultats du modèle et celles-ci. Les effets de la rugosité ne sont observés qu'en référence au paramètre γ , qui n'est certainement pas aussi représentatif que ne l'aurait été l'écart-type, par exemple. Il faut néanmoins rappeler que seuls deux paramètres (H et γ) traduisent l'influence de la rugosité dans le modèle PC.

Une contribution très intéressante a été apportée par Lubbinge en 1999, qui a étudié le comportement isotherme d'une garniture mécanique [102]. Le contact élastique des aspérités a été pris en compte avec le modèle GW, et les effets de cavitation ont été représentés par les conditions de Reynolds. L'épaisseur de film a été calculée pour trois conditions de pression (basse, moyenne, haute) et contient une composante d'ondulation sous la forme d'une fonction harmonique. L'auteur a réalisé une étude paramétrique très poussée à l'issue de laquelle des courbes de variations du coefficient de frottement ont été tracées. L'écriture du paramètre de service G étant indépendante des paramètres de rugosité, l'auteur a préféré utiliser la vitesse de rotation comme référence. Les paramètres les plus influents sur l'évolution du frottement sont la conicité des faces, la charge axiale, l'amplitude des ondulations et l'écart-type de la distribution [des hauteurs] des sommets d'aspérité. Un banc d'essai spécifique a également été réalisé pour valider le modèle. Mis à part un cas où seuls les optimums des courbes sont correctement décrits, le frottement n'ayant pas pu être mesuré au début du régime mixte, les résultats du modèle se sont avérés en très bon accord avec les valeurs expérimentales.

En 1999, Lebeck a présenté un modèle numérique de garniture mécanique à faces alignées fonctionnant en lubrification mixte [103]. Trois composantes de la pression ont été distinguées : part hydrostatique, part hydrodynamique et part supportée par les aspérités. Les résultats incluant la charge supportée et le débit de fuite ont été comparés à des données

expérimentales en analysant les avantages (concordance des valeurs) et les inconvénients (comportement en régime hydrodynamique) du modèle. Sur ce dernier point, Lebeck a tenté d'ajouter à son modèle la prise en compte du mécanisme de génération de portance entre deux plaques planes parallèles en glissement relatif qu'il avait lui-même observé expérimentalement [104] [105]. La formule empirique utilisée pour la portance n'a pas été énoncée dans l'article.

Green, en 2002, a développé une modélisation du comportement dynamique transitoire d'une garniture mécanique d'étanchéité, en incluant le contact des aspérités dans la zone très localisée d'épaisseur minimale de l'interface [106]. L'écoulement est là encore modélisé via l'approche de Patir et Cheng, tandis que le contact des aspérités est traité à l'aide des modèles GW pour le domaine de déformation élastique et CEB pour le domaine plastique.

2.4 Synthèse et conclusions

Nous avons effectué une revue de quelques publications notables dans les domaines de la lubrification entre surfaces rugueuses, du contact des aspérités et de la lubrification mixte. Les travaux existants se démarquent par leur manière d'aborder le problème traité : d'une part les approches stochastiques, consistant à prédire les variations d'ensemble des grandeurs caractéristiques pour définir les domaines de variation de celles-ci, et d'autre part les approches déterministes, qui cherchent à décrire aussi fidèlement que possible les configurations étudiées et les phénomènes mis en jeu.

Dans le cadre de la lubrification des surfaces rugueuses, les approches déterministes utilisent l'équation de Reynolds en décrivant précisément la géométrie de la rugosité. La plupart des études portant sur ce thème traitent de microcontacts EHD, et sont généralement limitées à des maillages de petites dimensions. Les approches stochastiques font elles appel à une équation de Reynolds moyennée, où l'influence de la rugosité sur l'écoulement est prise en compte par des coefficients pondérateurs. Une autre méthode statistique, basée sur l'homogénéisation, peut également être employée pour résoudre le problème. Elle n'est toutefois applicable qu'aux surfaces dont les rugosités sont périodiques, ce qui n'est pas le cas des garnitures mécaniques.

Concernant le contact des aspérités, les nouveaux apports des études déterministes consistent principalement à proposer de nouvelles méthodes de calcul numérique, afin de traiter des zones plus étendues. Les études stochastiques proposent généralement des formules pour l'aire et la charge de contact d'une ou plusieurs aspérités à la géométrie idéale en interaction avec un plan. La grande majorité des modèles considèrent un contact « équivalent » entre une surface lisse et une surface rugueuse, ce qui simplifie grandement la formulation du problème. Cette hypothèse est évidemment éloignée de la réalité, mais il est difficile de s'en affranchir sans compliquer sérieusement les calculs. Elle paraît toutefois acceptable si l'une des surfaces est beaucoup moins rugueuse que l'autre.

La lubrification mixte a été abondamment étudiée depuis la fin des années 1990. Parmi les travaux existants, les modèles déterministes sont très minoritaires. A l'exception du modèle ZH et ses dérivés, et des travaux de Dobrica et al., toutes les études recensées comportent au moins une composante stochastique.

Les études récentes cherchent à ajouter de nouveaux paramètres aux modèles stochastiques existants (cavitation pour le modèle d'écoulement, frottement tangentiel pour le contact des aspérités), ou à perfectionner les composantes déjà prises en compte, ce qui est certainement

la meilleure façon d'améliorer ces modèles. Dans le cas du modèle PC, dont les faiblesses ne semblent pas être encore totalement définies, la rugosité des surfaces n'apparaît que par deux paramètres (H et γ), ce qui paraît limitatif. Certains auteurs travaillent en ce sens [27]. Le nombre et la formulation des hypothèses préalables à l'utilisation des modèles stochastiques constituent un obstacle sérieux à leur utilisation en toute confiance. De plus, les tentatives de validation de ces modèles sont quasiment absentes de la littérature, certainement parce qu'elles sont rarement satisfaisantes.

Pour ces raisons, et bien que leur mise en œuvre soit généralement aisée, les modèles stochastiques existants ne nous paraissent pas suffisamment fiables pour être transférés à notre étude. Il est de toute façon nécessaire de disposer d'un modèle déterministe correct pour ensuite aborder une modélisation stochastique ; or il n'existe pas, à notre connaissance, de modèle déterministe de la lubrification mixte des garnitures mécaniques d'étanchéité. Il est donc naturel d'envisager une telle approche dans la suite de l'étude. Cela nécessite dans un premier temps de définir précisément la géométrie des surfaces à étudier. Dans cette optique, l'utilisation de paramètres supplémentaires semble nécessaire pour garantir la représentativité d'une modélisation de la rugosité.

3 Caractérisation et modélisation des surfaces rugueuses

La caractérisation, la métrologie et la simulation mathématique des surfaces rugueuses constituent de larges domaines dont l'étude préalable est indispensable avant d'effectuer une approche déterministe de la lubrification mixte. Les techniques de caractérisation ont pour buts de décrire la topographie des surfaces afin de mieux comprendre leurs propriétés fondamentales, et de reproduire cette topographie pour in fine contrôler leurs processus de fabrication ou de représentation. En conséquence, une connaissance précise des propriétés de la surface rendra d'autant plus fiable l'obtention ultérieure d'une surface équivalente.

Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter les techniques de mesure et les paramètres mathématiques couramment employés dans la description des surfaces rugueuses, en insistant sur ceux qui nous seront les plus utiles dans l'étude des garnitures mécaniques d'étanchéité. Après un bref rappel bibliographique des méthodes permettant d'obtenir des surfaces rugueuses sous forme numérique, nous détaillerons deux modèles de génération mathématique de surface rugueuse illustrés d'exemples. Une troisième partie exposera les résultats d'une étude métrologique originale menée sur des échantillons de garnitures mécaniques afin de bien évaluer les intervalles de variation des paramètres de caractérisation des surfaces réelles. Nous nous baserons sur ces valeurs pour ensuite effectuer la validation de nos modèles de simulation de rugosité.

3.1 Les outils de la caractérisation

3.1.1 *Obtention des paramètres*

Les paramètres de caractérisation ont tout d'abord été définis pour décrire des profils de rugosité, comme en atteste le standard international de spécification géométrique des produits (GPS) actuel. La norme ISO 4287 recense l'ensemble des paramètres géométriques et statistiques existants dans l'analyse des états de surface [107]. Les plus utilisés se rapportent aux caractéristiques verticales (amplitude), longitudinales ou « hybrides » (combinaison de ces deux aspects) de la rugosité.

De nombreuses surfaces ont des « propriétés fonctionnelles différentes suivant les niveaux », c'est-à-dire que leur rugosité diffère sensiblement selon l'échelle d'observation. Cette description s'applique par exemple aux chemises de cylindres, ou aux garnitures mécaniques ayant fonctionné (Fig. 3.1). Ces surfaces présentent un aspect de type « plateau » relativement lisse, parsemé de vallées profondes. L'analyse des profils extraits sur de telles surfaces est détaillée dans les normes ISO 13565, qui décrivent respectivement la technique de filtrage des profils correspondants [108], la courbe de taux de longueur portante [109] et la courbe de probabilité de matière [110].

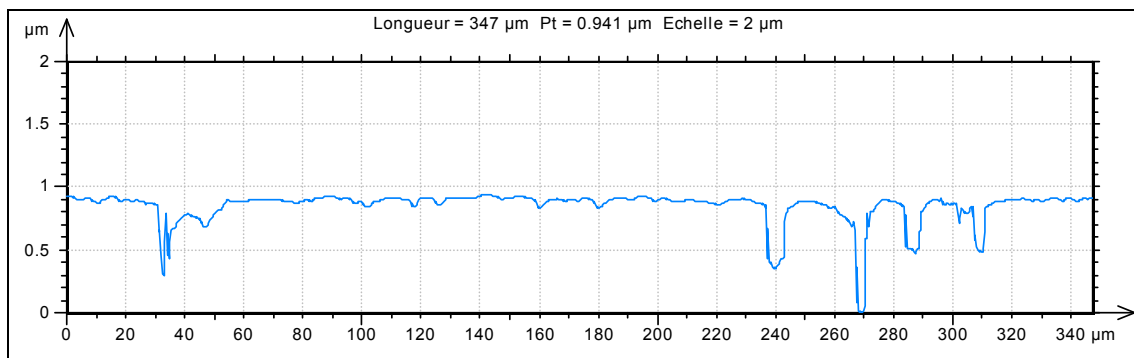


Figure 3.1 – Profil extrait d'une surface de rotor de garniture mécanique rodé

La valeur associée à certains paramètres peut varier suivant l'échelle à laquelle la surface est examinée. Les normes définissent formellement les intervalles de fréquence à respecter, pour l'étendue de mesure comme pour l'échelle de résolution. Il n'y a donc pas d'ambiguïté en se plaçant dans le strict cadre de la norme. En revanche, le caractère exploratoire de nos activités nous conduit à rechercher les limites de validité de nos applications pour ensuite choisir l'échelle d'étude la mieux adaptée.

L'approche fractale, déjà testée par le passé dans des applications concrètes comme le contact inter aspérités [111], permettrait de se démarquer de cette contrainte : une modification de la surface due à l'usure ou au procédé d'usinage peut se traduire par une simple variation de la dimension fractale. Malheureusement aucune notion de mesure n'est liée à ce paramètre, ce qui le rend difficile à interpréter d'un point de vue physique.

La normalisation GPS des surfaces tridimensionnelles a débuté en 2009³. En effet, plusieurs paramètres présents dans la norme ISO 4287 (relative à des profils) peuvent être employés pour la caractérisation spatiale de la rugosité, en étendant leur définition en conséquence. Cela s'avère d'ailleurs nécessaire dans certains cas, par exemple pour l'étude de surfaces anisotropes.

3.1.2 Techniques et appareils de mesure

De nombreux appareils et techniques ont été développés ces cinquante dernières années afin de collecter les données topographiques des surfaces. Les développements de nouveaux procédés ont pu se concrétiser grâce à l'élévation des performances des ordinateurs, et à l'amélioration consécutive des moyens d'acquisition, de stockage et de traitement des données recueillies. Le recours aux appareils de mesure est dicté par la volonté de caractériser le relief des surfaces mais également ses défauts éventuels, comparativement à une géométrie théorique de la surface examinée. Aujourd'hui, les dispositifs de mesure les plus couramment utilisés se basent sur les procédés mécaniques ou optiques.

Méthodes utilisant un procédé mécanique

Palpeurs

Les appareils à détection mécanique sont utilisés depuis des décennies. Ils consistent à déplacer l'extrémité d'un palpeur sensible en léger contact avec la surface selon une trajectoire définie, généralement un profil linéaire. Les variations de relief sont véritablement lues par le capteur, et le signal retranscrit est directement proportionnel à la hauteur mesurée le long de cette trajectoire (fig. 3.2).

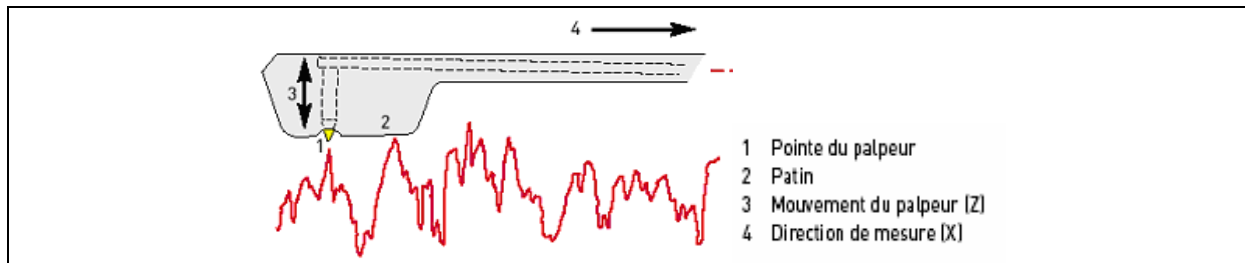


Figure 3.2 – Palpeur mécanique à patin

Les palpeurs mécaniques permettent de mesurer de nombreuses surfaces, mêmes très pentues. La mesure est unidirectionnelle et ne peut s'effectuer que dans un seul sens. Un double balayage (x,y) est donc nécessaire pour analyser une surface. Le diamètre de la pointe, qui est de l'ordre du micromètre, effectue un filtrage des mesures.

Microscopie à force atomique

Cette technique consiste à évaluer les interactions entre l'échantillon à mesurer et une pointe de rayon nanométrique montée sur un cantilever. Trois possibilités de mesures existent : avec contact, avec contact intermittent (la plus répandue) et sans contact. Les forces d'attraction ou de répulsion entre les atomes de la surface et la pointe sondeuse entraînent une déviation de

³ La parution fut trop tardive pour figurer dans ce mémoire. Les définitions de certains paramètres ont toutefois été anticipées dans l'ouvrage de Stout [112].

celle-ci : la flexion de la pointe est ensuite mesurée par déflexion laser. Cette méthode extrêmement précise est limitée à de très faibles étendues verticale et latérale.

Méthodes utilisant un procédé optique

Les procédés optiques permettent de réaliser une mesure sans contact. Il existe une grande variété de méthodes, chacune adaptée à une échelle d'observation. Nous n'en présentons que quelques-unes, toutes utilisables pour caractériser la rugosité d'une surface.

Triangulation laser

Ce système projette un spot sur la surface à mesurer, repéré par un détecteur photosensible disposé sur le côté à un angle donné. L'altitude est déduite de la connaissance de la parallaxe entre le laser et le point d'observation. Ce type de capteur est adapté à l'analyse des surfaces présentant des rugosités très pentues, mais sa résolution verticale n'est pas optimale. De plus, la résolution latérale est limitée par la taille du spot (quelques microns).

Microscopie confocale

Cette technique consiste à effectuer des prises de vue par focalisations successives (balayage vertical), permettant d'obtenir des sections optiques de l'objet. L'image de celui-ci est ensuite reconstruite numériquement. La résolution verticale dépend du grossissement choisi.

Microscopie confocale chromatique

Ce capteur utilise une source lumière blanche, projetant donc un continuum de longueurs d'onde, et un objectif produisant une dispersion des points focaux, créant une aberration chromatique : la mise au point ne s'effectue que sur une seule longueur d'onde à la fois, celle délivrant la plus forte intensité lumineuse (fig. 3.3). La lentille de l'objectif est constituée d'un matériau dont l'indice de réfraction change en fonction de la longueur d'onde du faisceau qui la traverse. Les altitudes sont calculées connaissant la relation entre la distance du point focal et la longueur d'onde retenue.

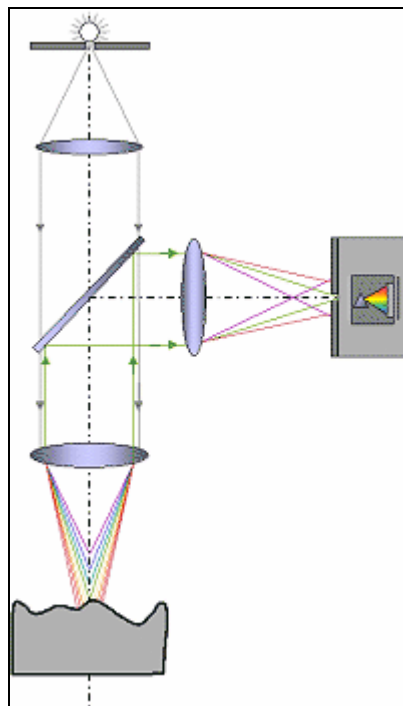


Figure 3.3 – Capteur confocal chromatique

Il est possible d'atteindre une excellente résolution verticale ou latérale suivant les dimensions de l'objet étudié. Cependant les pentes ne doivent pas être trop grandes. Comme pour la triangulation laser, cette méthode nécessite d'effectuer un double balayage de la surface.

Microscopie confocale interférométrique

L'ajout d'un dispositif interférométrique permet de s'affranchir de cette contrainte. Le principe de l'interférométrie consiste à séparer le rayon lumineux émis par la source lumineuse en deux faisceaux distincts, l'un réfléchi par une surface de référence et l'autre par l'objet à étudier. Leurs interférences sont captées par une grille CCD. Le relief se déduit de la différence des chemins optiques. Pour analyser toute la surface, le plan de référence est translaté verticalement par des actionneurs piezo-électriques. Ce type de capteur permet d'atteindre une excellente résolution verticale.

Précision des méthodes

Les méthodes permettant la caractérisation la plus fine sont la microscopie confocale interférométrique et la microscopie à force atomique.

	Amplitude verticale	Résolution verticale	Résolution latérale	Pente maximale mesurable
Palpeur mécanique	2,5 à 0,1 mm	0,04 à 0,002 μm	2 μm	45°
AFM	< 5 μm	< 0,001 μm	1 à 0,001 μm	> 45°
Triangulation laser	10 mm	1 μm	30 μm	40°
Microscopie confocale chromatique	10 à 0,02 μm	0,3 à 0,001 μm	4 à 0,8 μm	13 à 25°
Microscopie confocale interférométrique	< 0,25 mm	< 0,001 μm	7 à 0,4 μm	2 à 30°

Tableau 3.1 – Caractéristiques des principales techniques de mesure

Autres méthodes

Il existe d'autres procédés exploitant une propriété particulière de la surface à mesurer ou remédiant à d'éventuelles insuffisances des techniques décrites précédemment. Par exemple les mesures de capacité peuvent être utilisées pour analyser les surfaces conductrices, et celles par ultrasons permettent d'étudier les surfaces immergées. D'autres consistent à analyser des figures causées par des phénomènes optiques, comme le speckle ou la diffraction de réseaux.

3.2 Modélisation de la rugosité des surfaces

3.2.1 Principaux paramètres de la caractérisation statistique

La hauteur d'une surface rugueuse est considérée comme une variable aléatoire à deux dimensions $z(x,y)$ où z se mesure à partir du plan moyen de la surface. La densité de probabilité de cette variable, par l'examen de sa courbe représentative et de celles de ses moments centrés, permet d'illustrer certains aspects de la rugosité tels que la dispersion ou l'asymétrie (moments d'ordre 3 et 4).

Etant donné qu'une partie du présent chapitre sera consacrée à la représentation numérique des surfaces, une écriture des équations sous forme indicielle semble plus appropriée : la hauteur rugueuse z_{ij} des points de la surface sera désormais définie pour des dimensions $N \times M$ et un échantillonnage unitaire dans les directions x et y ; la moyenne des hauteurs de la surface est supposée nulle (surface normalisée) :

$$\langle z_{ij} \rangle = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij} = 0 \quad (3-1)$$

Le calcul de l'écart-type quadratique de la distribution des hauteurs de rugosité Sq permet d'évaluer l'intervalle de variation de la hauteur de rugosité. Il est préféré à l'écart arithmétique Sa du fait de son usage fréquent en statistiques :

$$Sq = \sigma = \left(\frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3-2)$$

Par définition, l'écart-type d'une distribution statistique n'est autre que la racine carrée de son moment centré calculé à l'ordre 2 :

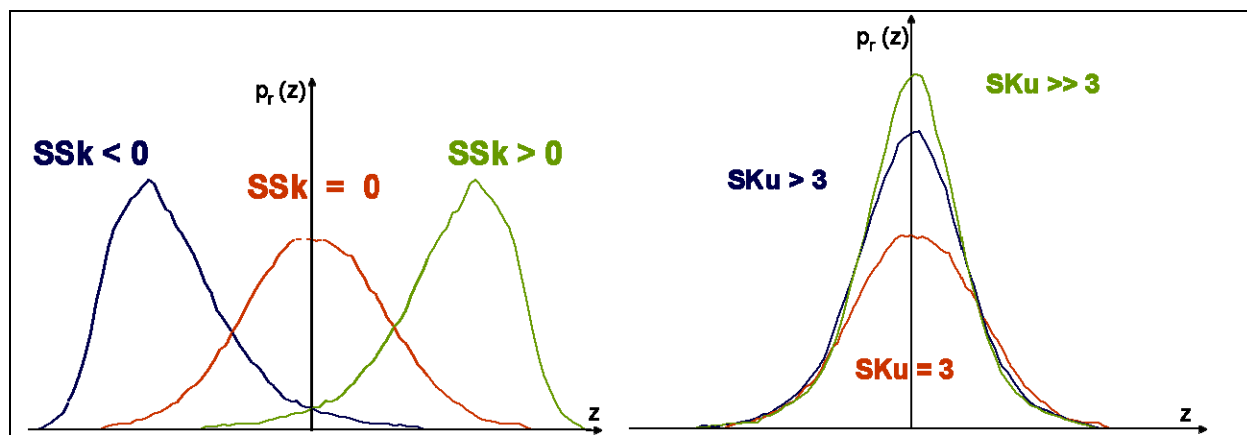
$$m_k = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (z_{ij} - \langle z_{ij} \rangle)^k \quad (3-3)$$

Ces moments sont à l'origine de deux nouveaux termes décrivant la distribution statistique, le paramètre d'asymétrie SSk (« Skewness ») et le paramètre d'étalement SKu (« Kurtosis »). La lettre S initiale indique que le paramètre considéré se rapporte à une surface rugueuse et non un simple profil :

$$SSk = \frac{m_3}{Sq^3} = \frac{1}{NM Sq^3} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^3 \quad (3-4)$$

$$SKu = \frac{m_4}{Sq^4} = \frac{1}{NM Sq^4} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M z_{ij}^4 \quad (3-5)$$

Ces deux grandeurs sont utilisées pour définir la forme et l'agencement de la rugosité d'une surface. Toute série Gaussienne possède un coefficient d'asymétrie de 0 et un coefficient d'étalement de 3. Une valeur nulle du paramètre SSk indique que la distribution est symétrique. Pour les surfaces rugueuses, cela signifie que les vallées et les pics sont répartis de manière égale de part et d'autre du plan moyen. Une valeur négative (resp. positive) de ce paramètre est caractéristique d'une surface présentant plus (resp. moins) de vallées que de pics (fig. 3.4a). La valeur de SKu renseigne sur l'aplatissement de la courbe de distribution des hauteurs (fig. 3.4b). Lorsque les motifs de la rugosité (pics, vallées) sont larges et leurs extrémités peu éloignées du plan moyen, alors $SKu < 3$ et la distribution est resserrée autour de la valeur médiane ; à l'inverse, si les pics pointus et les vallées étroites et profondes prédominent, alors $SKu > 3$ et la distribution est plus large que la distribution normale. En général, les paramètres d'asymétrie et d'étalement varient simultanément.

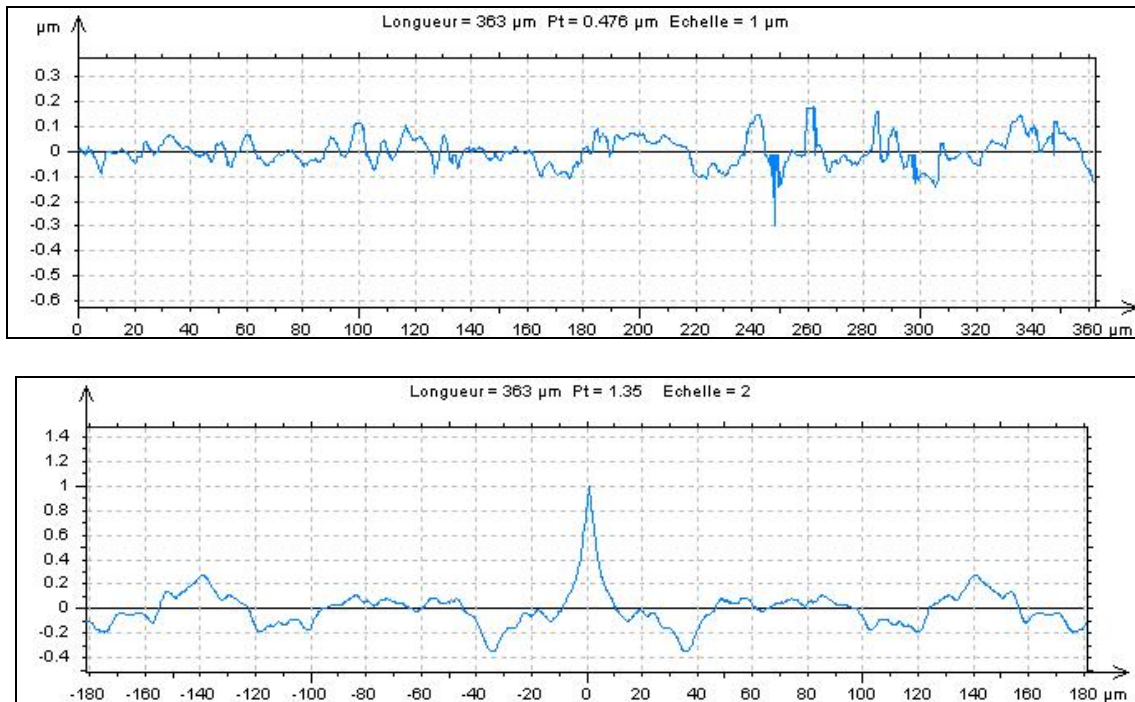


Figures 3.4a/3.4b – Variations de la distribution statistique des hauteurs d'une surface rugueuse : différents paramètres d'asymétrie / d'étalement

L'étude des propriétés spectrales d'une surface rugueuse est un bon complément des méthodes statistiques. Une donnée très intéressante, lorsque l'étude ne concerne pas un seul et unique contact mais la rugosité d'ensemble d'une surface, est apportée par la fonction d'autocorrélation (FAC) de celle-ci. La FAC caractérise le degré de ressemblance entre une surface et elle-même lorsqu'elle est translatée dans une direction. Son calcul permet donc d'évaluer les dépendances internes de la surface considérée (motifs, périodicités...). Elle se définit comme suit :

$$R(\Delta x, \Delta y) = \frac{1}{l_x l_y} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} z(x, y) z(x + \Delta x, y + \Delta y) dx dy \quad (3-6)$$

Pour mieux cerner l'intérêt de cet outil mathématique, il est aisé d'observer un simple profil rugueux plutôt qu'une surface, accompagné de sa FAC (figs. 3.5).



Figures 3.5a/3.5b – Profil rugueux / Fonction d'autocorrélation du profil

La FAC se caractérise par un maximum unique (le pic) égal à 1, lorsque la corrélation est maximale, et une décroissance rapide de sa valeur vers zéro, si le profil n'est pas périodique (fig. 3.5b). En effet les FAC de profils ou surfaces périodiques sont également périodiques. La longueur d'autocorrélation (parfois simplement dénommée longueur de corrélation) dans une direction donnée est la distance calculée entre une abscisse où la fonction a diminué d'une certaine quantité et l'abscisse du maximum de la FAC. Dans l'étude des surfaces rugueuses, les longueurs d'autocorrélation sont généralement choisies de manière à délimiter aussi précisément que possible la forme globale du motif de rugosité. La longueur de corrélation λ peut être assimilée à l'échelle de rugosité dans la direction où elle est évaluée, définissant ainsi la distance au-delà de laquelle un point quelconque n'entretient pas de relation avec les autres points de la surface. Elles sont le plus souvent mesurées à une décroissance de 50, 80 ou 90 % de la valeur maximale de la FAC. Cette valeur fluctue selon les auteurs, mais d'après Stout il est préférable de tronquer la FAC à 80 % de décroissance, car au-delà les perturbations peuvent fausser la représentativité de la longueur d'autocorrélation [112].

Soient $\lambda_{x0,5}$ et $\lambda_{y0,5}$ les longueurs de corrélation, mesurées respectivement suivant x et y, auxquelles la valeur de la FAC a diminué de 50 %. Peklenik a défini le rapport suivant [113] :

$$\gamma = \frac{\lambda_{x0,5}}{\lambda_{y0,5}} \quad (3-7)$$

La valeur de γ renseigne sur l'orientation du motif de rugosité, en évaluant le rapport de la longueur sur la largeur d'une aspérité représentative. Il a été utilisé par Patir et Cheng pour caractériser l'orientation d'une surface rugueuse [14]. Lorsque $\gamma = 1$, la FAC est symétrique par rapport aux directions x et y et la surface est alors isotrope.

Traditionnellement, λ_x est mesurée dans la direction où la corrélation est maximale. Cela correspond le plus souvent à la direction caractérisant l'anisotropie éventuelle de la surface.

En général cette direction est parallèle ou perpendiculaire aux bords de l'échantillon, car les motifs sont principalement causés par le processus d'usinage ou par l'usure due au fonctionnement. L'autre longueur de corrélation λ_y est évidemment mesurée dans la direction perpendiculaire.

3.2.2 Bibliographie des modèles de simulation numérique de surface rugueuse

Au milieu des années 1970, quelques auteurs ont proposé de faire appel à des techniques numériques de génération de surface rugueuse, le plus reconnu d'entre eux étant très certainement Nadir Patir [16]. En effet, si les méthodes profilométriques sont à l'époque assez bien développées, les techniques de mesures surfaciques s'avèrent plus complexes. L'emploi des ordinateurs a permis d'éliminer certaines difficultés rencontrées dans ces méthodes, qu'elles soient matérielles (taille des équipements), ou techniques (recours au filtrage des profils ou au recalage de profils juxtaposés). De plus, pour une étude paramétrique nécessitant l'usage de surfaces aux propriétés statistiques connues, il est plus aisé de générer celles-ci numériquement que de recourir à un procédé mécanique pour les obtenir.

La finalité des algorithmes de simulation de rugosité est de créer un tableau à deux dimensions dont les éléments doivent posséder des caractéristiques statistiques et spectrales voulues. Puisqu'il est très facile de générer des séries de nombres possédant une distribution donnée, en particulier Gaussienne, la difficulté est d'imposer les propriétés spectrales telles que la FAC. Il existe trois principales familles de méthodes permettant d'aborder ce thème. La première est la méthode autorégressive (AR), la deuxième est le procédé à moyenne mobile (MA), ces deux techniques étant des applications particulières du schéma ARMA dénommé « time series ». La troisième approche connue sous le vocable de « function series » se base sur l'emploi de fonctions mathématiques, comme par exemple les séries de Fourier.

Surfaces Gaussiennes

Séries temporelles

La méthode ARMA consiste à étudier la réponse z d'un système linéaire à un bruit blanc η . Transposée à la génération de surfaces, cette relation est du type :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m b_{kl} z_{i-k, j-l} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m a_{kl} \eta_{i+k, j+l} \quad (3-8)$$

Si tous les coefficients a_{kl} de l'équation précédente sont nuls sauf a_{00} , le modèle général devient alors :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m b_{kl} z_{i-k, j-l} = \eta_{ij} \quad (3-9)$$

C'est le schéma AR, utilisé en 1979 par Stauffert [114] ainsi que DeVries [115] pour générer des profils, et par Whitehouse en 1983 pour obtenir des surfaces [116]. Si tous les coefficients b de l'équation (3-8) sont nuls sauf b_{00} , le modèle général devient :

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m a_{kl} \eta_{i+k, j+l} \quad (3-10)$$

C'est le schéma MA, utilisé par Patir [16]. Partant d'une série de nombres aléatoires indépendants et de la définition de la fonction d'autocorrélation, il a obtenu un système non

linéaire reliant les coefficients a_{kl} à ceux de la FAC. La résolution a été effectuée par la méthode de Newton-Raphson, et de bons résultats ont été obtenus avec une FAC de forme exponentielle. En revanche, l'augmentation des longueurs de corrélation, c'est-à-dire les valeurs de n et m , a rendu la convergence plus difficile. Nous reviendrons sur cette méthode de génération de rugosité dans la suite du mémoire.

Séries de fonctions

La génération de surfaces rugueuses par des fonctions mathématiques spécifiques fait généralement appel à des séries harmoniques :

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m a_{kl} [\cos(\omega_k x_i + \phi_k) \cdot \cos(\omega_l y_j + \phi_l)] \quad (3-11)$$

Dans cette équation, a_{kl} est un terme d'amplitude, ω_k et ω_l désignent les pulsations spatiales, ϕ_k et ϕ_l sont des déphasages introduits pour donner un caractère aléatoire aux hauteurs z . En 1990, Majumdar et Tien ont utilisé la fonction fractale de Weierstrass-Mandelbrot pour générer des surfaces fractales [117]. Les termes d'amplitude et de fréquence dépendent de la dimension fractale D et de la densité spectrale ε , laquelle désigne les différences de phase entre les différents modes spectraux :

$$a_{kl} = \frac{1}{\varepsilon^{(2-D)_{kl}}} \quad (3-12)$$

$$\omega_p = 2\pi \varepsilon^p$$

En 1999, Wu a utilisé des séries de Fourier au lieu des fractales, et a obtenu une écriture des coefficients légèrement différente des équations précédentes [118] :

$$a_{kl} = \sqrt{\mathcal{D}(\omega_k, \omega_l)} \quad (3-13)$$

$$\omega_p = \frac{2\pi p}{L}$$

L est la longueur de l'échantillon et \mathcal{D} est la « densité spectrale de puissance », qui se calcule en effectuant la transformée de Fourier rapide (FFT) de la fonction d'autocorrélation :

$$\mathcal{D}(x, \omega) = FFT [R(x, \omega)] \quad (3-14)$$

L'auteur propose que les termes de phase de l'équation (3-11) soient indépendants et distribués uniformément entre 0 et 2π afin d'obtenir une distribution aléatoire. La technique proposée permet de ne pas avoir de système à résoudre pour obtenir la surface, mais n'est pas pour autant rapide à mettre en œuvre car elle nécessite tout de même un grand nombre d'opérations.

Surfaces non Gaussiennes

Les techniques décrites jusqu'à présent ont été mises en œuvre pour générer des surfaces Gaussiennes. Or la plupart des surfaces fonctionnelles ne le sont pas ; pour des applications réalistes il convient de s'intéresser à la simulation de surfaces non Gaussiennes.

Patir a expliqué que sa méthode était apte à produire des surfaces non Gaussiennes, en précisant que le signal initial devait lui aussi être non Gaussien [16]. Watson et Spedding ont utilisé le schéma MA pour créer des profils non Gaussiens [119]. Puisque les générateurs de nombres donnent généralement des séries Gaussiennes, il faut transformer la distribution aléatoire η de manière à lui faire perdre ce caractère Gaussien. Les auteurs ont alors employé le système de translation de Johnson [120] pour modifier les nombres $(Sk_\eta; Ku_\eta)$ de la série initiale. Les coefficients des courbes de Johnson sont déterminés par l'intermédiaire de l'algorithme de Hill et al. [121]. Malheureusement, ces valeurs sont modifiées par la transformation linéaire (3-10). Pour s'affranchir de cet inconvénient, Watson et Spedding ont établi une relation entre le paramètre SSk_z du signal résultant, celui de la série initiale Sk_η et les coefficients a_{kl} ; les paramètres Ku_z et Ku_η ont eux aussi été reliés aux coefficients a_{kl} par une écriture similaire. Ce procédé consiste donc à calculer initialement les nombres $(Sk_\eta; Ku_\eta)$ à imposer au calculateur afin d'obtenir une surface présentant les nombres $(SSk_z; SKu_z)$ voulus. Hu et Tonder ont eu recours à cette technique pour générer des surfaces non Gaussiennes [122]. Cependant, lorsque Ao et al. ont souhaité simuler des surfaces usées en s'inspirant de leurs travaux, ils ont observé une déviation entre les nombres imposés et résultants [123]. Les causes de ces différences ont été imputées à l'algorithme de Hill et al. dont la convergence peut s'avérer délicate.

En 2003, Bakolas a appliqué à son tour cette méthode pour compléter le schéma MA de la méthode de Patir [124]. Il utilise la méthode du gradient conjugué augmenté de l'algorithme de Polak-Ribière pour assurer la convergence tout en minimisant l'espace mémoire nécessaire, bien que les surfaces générées soient de grandes dimensions (1200 x 1200 points). Tout comme Ao et al., Bakolas a constaté des déviations, surtout pour des surfaces présentant un paramètre d'asymétrie très éloigné de 0, bien que la valeur minimale de SSk présentée dans l'article ne soit que de $-0,756$. Wu a de son côté poursuivi son approche évoquée plus haut en l'appliquant à des surfaces non Gaussiennes, cette caractéristique étant elle aussi obtenue via le système de translation de Johnson [125]. Sans effectuer de comparaison avec les autres modèles existants, il préconise simplement que les nombres ne doivent pas être choisis trop grands. Dans ses résultats, la valeur maximale du coefficient d'étalement est égale à 8 (5,501 pour Bakolas).

Kumar et al. [73] ont précisé le domaine de validité des courbes de Johnson en poursuivant l'approche de Hu et Tonder [122]. Ils ont fait remarquer que celui-ci dépend du choix des longueurs d'autocorrélation.

Surfaces bi-Gaussiennes

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la simulation des surfaces obtenues par deux opérations d'usinage successives, la seconde pouvant également être l'usure due au fonctionnement. Effectivement, dans certains cas, la hauteur de rugosité d'une surface peut sembler être le résultat de la superposition de deux distributions distinctes. Leefe a montré que chacune de ces deux distributions peut être supposée Gaussienne [126]. Cette astuce permettrait de s'affranchir des difficultés rencontrées par les auteurs ayant cherché à générer des surfaces non Gaussiennes. Pawlus a repris cette hypothèse à son compte pour obtenir des surfaces « stratifiées », présentant une asymétrie causée par une opération de polissage [127]. Par simple soustraction, il combine les caractéristiques de deux surfaces Gaussiennes, l'une représentant les vallées de la surface finale, et l'autre, de moindre dispersion, représentant l'aspect de type « plateau ». Cette approche semble intéressante mais la manière de contrôler la valeur des paramètres de la surface finale tels que les nombres $(SSk; SKu)$ n'est pas précisée.

Le recours aux techniques numériques pour représenter des surfaces a donc été largement exploré au cours des trente dernières années. Les études ont d'abord concerné la génération de surfaces Gaussiennes, ce qui est maintenant bien maîtrisé ; en attendant de disposer d'un modèle analytique fiable de la génération des surfaces « bi-Gaussiennes », des améliorations restent à apporter pour parvenir à générer des surfaces non Gaussiennes avec exactitude. En effet, comme nous le verrons plus loin dans ce mémoire, les surfaces réelles que nous allons être amenés à étudier (et donc à simuler aussi fidèlement que possible) sont principalement non Gaussiennes.

L'impossibilité de contrôler totalement le processus constitue donc le principal point faible de cette approche. Cependant, parmi toutes celles présentées, les méthodes faisant appel aux fractales ou aux séries de Fourier ne semblent pas être les mieux adaptées à notre étude. Les premières sont difficiles à valider puisqu'elles ne font pas appel aux unités dimensionnelles. Les secondes présentent l'inconvénient de ne plus être fiables dès que le caractère non Gaussien de la surface commence à être affirmé, ou lorsque les longueurs de corrélation sont grandes, ce qui pourtant est souvent le cas dans la réalité. Les méthodes analytiques, malgré quelques défauts que nous allons souligner, constituent la façon la plus sûre de parvenir à des résultats réalistes et utilisables par la suite.

3.2.3 Simulation numérique de surface rugueuse

Tenant compte des commentaires apportés aux différents modèles de simulation de rugosité, nous avons choisi la méthode de Patir [16] pour simuler des échantillons représentatifs de surfaces de garnitures mécaniques d'étanchéité. Nous suivrons l'exemple de Bakolas [124] pour générer des surfaces non Gaussiennes, en utilisant le système de translation de Johnson [120] et l'algorithme de Hill et al. [121] pour modifier les paramètres d'asymétrie et d'aplatissement de la séquence de nombres aléatoires.

Modèle mathématique

Notre modèle reprend le schéma MA détaillé précédemment :

$$z_{ij} = \sum_{k=-n}^n \sum_{l=-m}^m a_{kl} \eta_{i+k, j+l} \quad (3-15)$$

Les nombres n et m sont choisis suffisamment grands de façon à ce que pour tous entiers p et q choisis tels que $p > n$ et $q > m$ la valeur de la FAC soit proche de zéro :

$$R(p, q) = E \{ z_{ij} z_{i+p, j+q} \} \approx 0 \quad \begin{cases} p > n \\ q > m \end{cases} \quad (3-16)$$

L'équation choisie par Patir pour la FAC est :

$$R(p, q) = Sq^2 \exp \left[\ln(0,1) \sqrt{\left(\frac{p \Delta x}{\lambda_x} \right)^2 + \left(\frac{q \Delta y}{\lambda_y} \right)^2} \right] \quad (3-17)$$

C'est une fonction décroissante dans laquelle le coefficient 0,1 représente la valeur atteinte par la FAC au bout d'une longueur d'autocorrélation. Patir a en effet choisi de ne mesurer les longueurs de corrélation qu'après une décroissance de 90%. Dans leurs travaux, Patir [16] et Bakolas [124] n'ont utilisé qu'un quart du domaine de définition de la fonction d'autocorrélation, en démarrant à zéro les sommes de l'équation (3-15). Le nombre

d'opérations est considérablement réduit mais la distribution engendrée est alors dissymétrique, comme l'a signalé Dobrica [128]. Cela est d'autant plus gênant si les nombres aléatoires η_{ij} ne sont pas Gaussiens et que le coefficient d'étalement de la série aléatoire est grand. Pour le démontrer, considérons un nombre η_{IJ} dont la valeur est éloignée de la valeur moyenne de la série η . Ce nombre intervient dans le calcul des points z_{ij} tels que $I - n < i < I$ et $J - m < j < J$, mais pas dans celui des points dont le rang est supérieur à I ou J . Cela signifie que si la surface possède un pic élevé ou un creux profond au point z_{IJ} , une grande variation de la hauteur pourra être observée avec les points z_{I+1J} , z_{IJ+1} et z_{I+1J+1} .

Puisque les nombres de la série η_{ij} sont indépendants et de variance unitaire, il peut être démontré que :

$$R(p, q) = \sum_{k=-n+p}^n \sum_{l=-m+q}^m a_{kl} a_{k-p, l-q} \quad (3-18)$$

Cette équation représente un système non linéaire de $(2n + 1)(2m + 1)$ équations. Le nombre d'inconnues peut être réduit de manière significative en tenant compte des propriétés de symétrie de la FAC et des coefficients a_{kl} car :

$$R(p, q) = R(-p, -q) \quad (3-19)$$

Ceci permet de diviser le nombre d'équations par deux. Il est fréquent que la FAC soit également symétrique par rapport aux directions x et y :

$$R(p, q) = R(-p, q) \quad (3-20)$$

$$R(p, q) = R(p, -q)$$

Le nombre d'équations à résoudre dans le système (3-18) n'est plus que $(n + 1)(m + 1)$ si les conditions (3-19) et (3-20) sont vérifiées. Patir a employé la méthode de Newton-Raphson pour parvenir à déterminer les coefficients a_{kl} [16]. Selon Bakolas, cette méthode peut conduire à des difficultés de convergence et nécessiter un espace mémoire très conséquent si n et m sont grands [124]. Toutefois, dans notre étude réduite aux surfaces représentatives des états de surface de garnitures mécaniques, lesquelles possèdent généralement des longueurs de corrélation modérées, nous n'avons pas rencontré de problèmes en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson.

La modification des paramètres d'asymétrie et d'étalement de la série η_{ij} doit permettre d'obtenir une surface non Gaussienne. Pour cela nous utilisons les relations établies par Watson et Spedding [119] reliant les nombres $(Sk_\eta ; Ku_\eta)$ des nombres aléatoires à ceux de la surface finale :

$$SSk_z = \frac{\sum_{i=-q}^q \theta_i^3}{\left(\sum_{i=-q}^q \theta_i^2 \right)^{\frac{3}{2}}} Sk_\eta \quad (3-21)$$

$$SKu_z = \frac{Ku_\eta \sum_{i=-q}^q \theta_i^4 + 6 \sum_{i=-q}^{q-1} \sum_{j=i+1}^q \theta_i^2 \theta_j^2}{\left(\sum_{i=-q}^q \theta_i^2 \right)^2} \quad (3-22)$$

avec :

$$\begin{aligned} \theta_i &= \theta_{(k-1)n+l} = a_{kl} \\ q &= nm \end{aligned} \quad (3-23)$$

Les paramètres $(Sk_\eta ; Ku_\eta)$ sont imposés par le système de translation de Johnson, lequel propose trois courbes d'interpolation [120] :

$$S_U : x = \gamma + \delta \sinh^{-1} \left(\frac{\eta - \xi}{\lambda} \right) \quad (3-24)$$

$$S_L : x = \gamma + \delta \ln \left(\frac{\eta - \xi}{\lambda} \right) \quad (3-25)$$

$$S_B : x = \gamma + \delta \ln \left(\frac{\eta - \xi}{\xi + \lambda - \eta} \right) \quad (3-26)$$

Dans ces trois équations, x désigne la série Gaussienne initiale et η la séquence dérivée comportant les paramètres d'asymétrie et d'étalement imposés. Les coefficients γ , δ , λ et ξ sont déterminés par l'algorithme de Hill et al. afin que la surface z_{ij} comporte les caractéristiques désirées [121]. Les nombres $(Sk_\eta ; Ku_\eta)$ sont tels que :

$$Ku_\eta - Sk_\eta^2 \geq 1 \quad (3-27)$$

Démarche

La procédure à mener pour générer une surface est la suivante :

- Connaissant la FAC de la surface, les équations (3-18) sont résolues avec l'algorithme de Newton-Raphson en décomposant le système par la méthode de Gauss. Si la FAC est de forme exponentielle, la convergence est atteinte en une dizaine d'itérations tout au plus.
- A partir des coefficients θ_i et des paramètres d'asymétrie et d'étalement souhaités pour la surface finale, les nombres $(Sk_\eta ; Ku_\eta)$ à imposer sont déterminés au moyen des équations (3-21) et (3-22). La courbe de translation adéquate parmi (3-24), (3-25) et (3-26) ainsi que ses coefficients caractéristiques sont obtenus à l'aide de l'algorithme de Hill et al.
- Une séquence Gaussienne suffisamment grande est générée puis modifiée à l'aide des courbes de Johnson.
- La matrice z_{ij} est calculée par la transformation linéaire (3-15).

Méthode simple

Nous avons également mis en œuvre un second modèle basé sur la méthode dite « simple » de Patir [16], laquelle ne modifie que la première étape de la procédure exposée précédemment.

Il s'agit toujours d'un schéma MA équivalent à l'équation (3-15), mais simplifié par l'attribution d'une forme bilinéaire aux profils principaux de la FAC, les autres étant paraboliques. L'équation retenue est :

$$R(p, q) = \left(1 - \frac{|p \Delta x|}{\lambda_x}\right) \left(1 - \frac{|q \Delta y|}{\lambda_y}\right) \quad (3-28)$$

avec p et q entiers choisis tels que pour tous $p > n$ ou $q > m$:

$$R(p, q) = E\{z_{ij} z_{i+p, j+q}\} = 0 \quad (3-29)$$

Cette modification rend quasi immédiate l'obtention de la surface z_{ij} car il n'y a plus à résoudre le système (3-18), les coefficients a_{kl} étant constants et égaux à :

$$a_{kl} = \frac{Sq}{\sqrt{(2m+1)(2n+1)}} \quad (3-30)$$

Dans ces conditions, (3-15) devient :

$$z_{ij} = \frac{Sq}{\sqrt{(2m+1)(2n+1)}} \sum_{k=-n}^n \sum_{l=-m}^m \eta_{i+k, j+l} \quad (3-31)$$

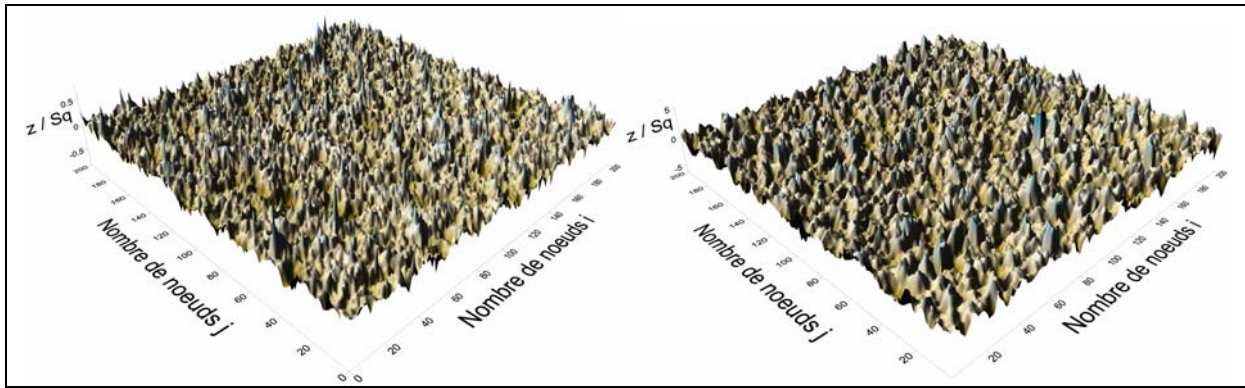
Pour que la surface z_{ij} soit non Gaussienne, il suffit de modifier la séquence η comme énoncé à partir de l'équation (3-21). Le principal avantage de cette méthode « simple » réside dans sa rapidité. La durée d'obtention d'une surface numérique de dimensions 1000 x 1000 à l'aide de la formule (3-31) n'est que de quelques secondes, alors qu'une à plusieurs minutes sont nécessaires pour obtenir une simulation équivalente s'il faut résoudre le système (3-15).

Exemples

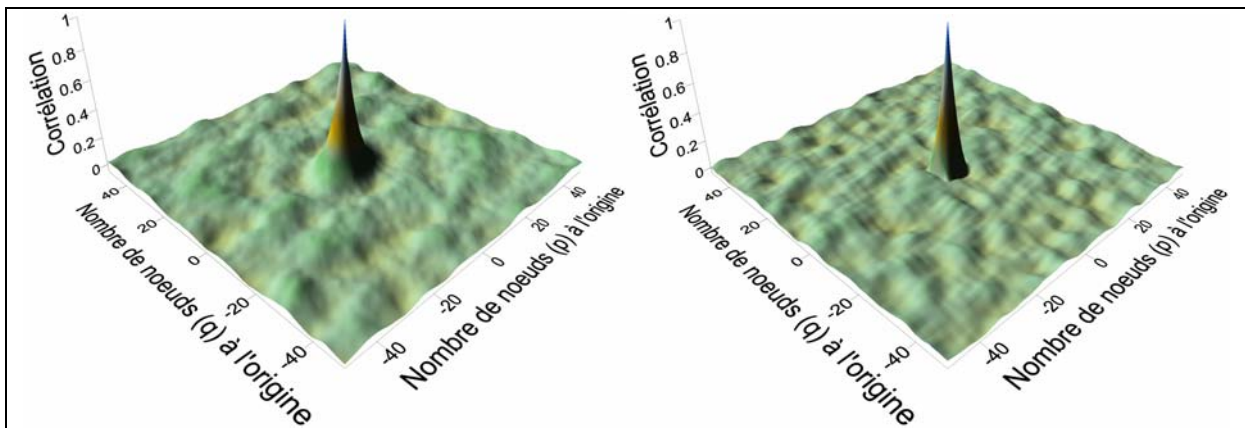
Cette partie va exposer brièvement l'influence des paramètres de la simulation sur les propriétés des surfaces rugueuses. Mis à part pour la figure 3.6b suivante, la FAC utilisée dans les simulations numériques est celle de l'équation (3-17), donc exponentielle. Les longueurs de corrélation ont été mesurées à 80 % de décroissance du pic de la FAC.

Fonction d'autocorrélation

Les figures suivantes illustrent le choix des formulations de la FAC. Des longueurs de corrélation courtes ($p = q = 3$) ont été retenues pour cet exemple. La structure de rugosité apparaît plus fine sur la surface à corrélation exponentielle (fig. 3.6a). Les FAC de ces surfaces sont représentées ci-après (figs. 3.7).



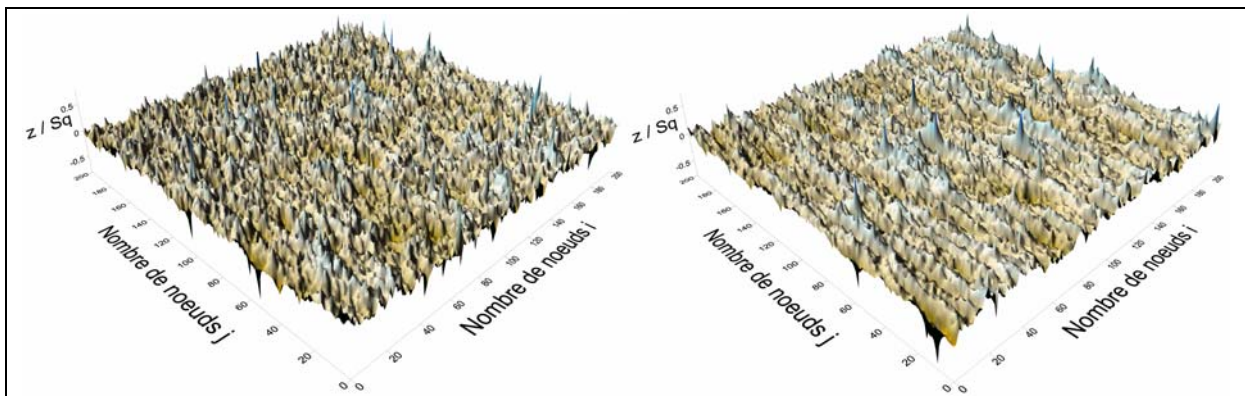
Figures 3.6a/3.6b – Surfaces à corrélation exponentielle / linéaire



Figures 3.7a/3.7b – Détail de la FAC ; profils principaux exponentiels / linéaires

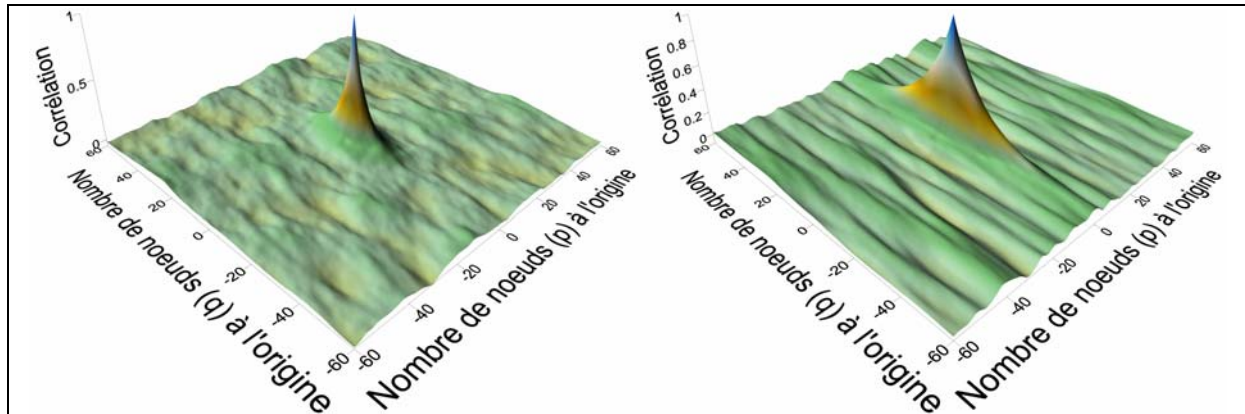
Anisotropie

Une surface rugueuse simulée est dite isotrope si ses longueurs de corrélation principales sont égales ($\gamma = 1$). Cela se traduit par une matrice d'autocorrélation carrée ($p = q$). L'exemple suivant, au contraire, montre des rugosités anisotropes. Le cas d'une orientation transversale ($\gamma < 1$) est illustré, en augmentant la valeur de λ_y . La surface de gauche est faiblement anisotrope ($q = 9$) : il est difficile de déceler l'orientation des rugosités (fig. 3.8a). A l'inverse, celle de droite présente des stries très marquées (fig. 3.8b). La valeur choisie pour la longueur de corrélation transversale est en effet trois fois plus grande ($\lambda_y = 9 \lambda_x$ soit $q = 27$).



Figures 3.8a/3.8b – Surfaces anisotropes

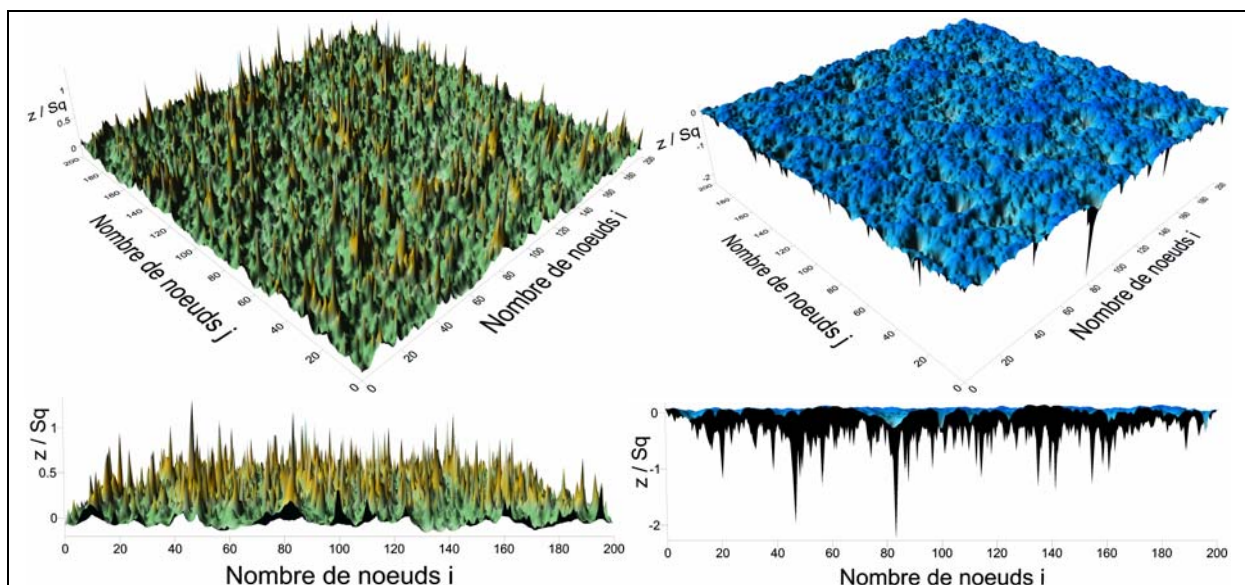
Comme cela a été évoqué au début de ce chapitre, la forme du motif de rugosité est étroitement dépendante du choix des longueurs de corrélation. La visualisation des FAC suivantes le confirme ; la surface dont l'anisotropie est la plus marquée est celle dont le pic de la FAC a la forme la plus allongée.



Figures 3.9a/3.9b – Détail de la FAC des surfaces de la figure 3.8 ; faible anisotropie ($\lambda_y = 3 \lambda_x$) / forte anisotropie ($\lambda_y = 9 \lambda_x$)

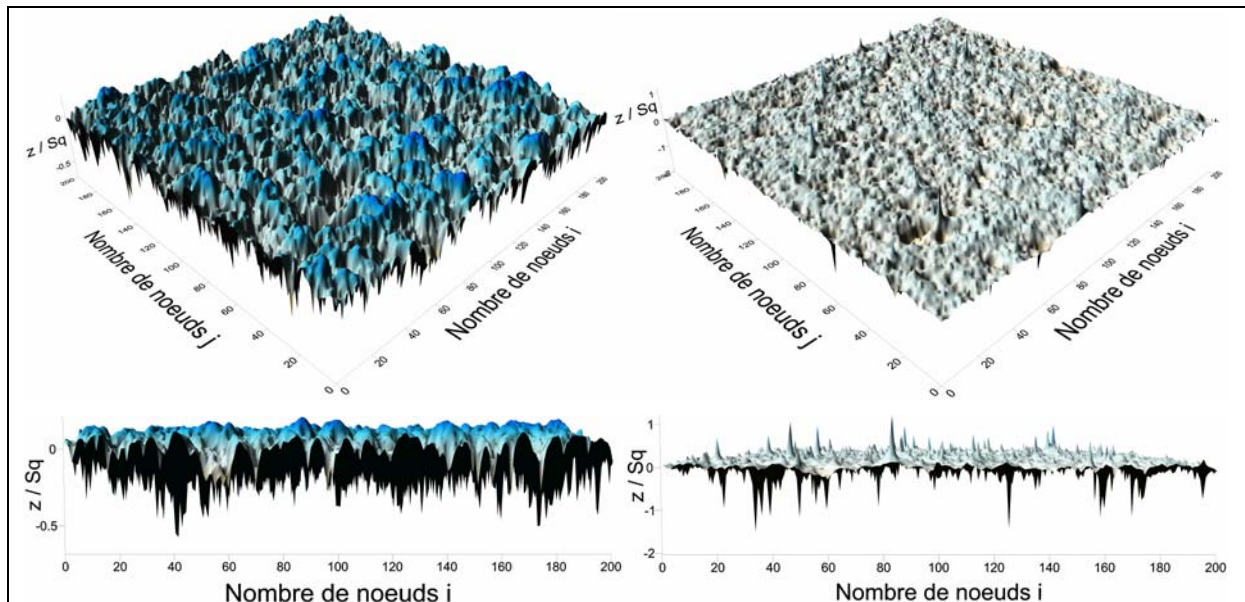
Surfaces non Gaussiennes

Les surfaces générées étaient jusqu'à présent Gaussiennes. Observons maintenant l'influence d'une modification des paramètres d'asymétrie et d'étalement sur l'aspect de la rugosité. Sur les figures 3.10 ci-dessous, la surface de gauche possède un coefficient d'asymétrie positif (3,6) et celle de droite un coefficient négatif (-5). Cette dernière présente un aspect lisse parsemé de creux de profondeurs variables (fig. 3.10b). Cet aspect est caractéristique d'une surface portante telle que celles décrites dans la norme 13565-2 [109]. A l'inverse, la surface dont le coefficient d'asymétrie est positif a l'aspect d'un plan sur lequel sont répartis des pics de hauteurs variables (fig. 3.10a). Ceux-ci, comme les vallées de l'autre surface, sont assez étroits dans cet exemple car la corrélation choisie est faible.



Figures 3.10a/3.10b – Surfaces à coefficient d'asymétrie positif / négatif

Le coefficient d'étalement de la distribution des hauteurs caractérise la proportion de valeurs éloignées de la moyenne. Plus la surface possède de creux (et de pics) à la fois isolés et profonds (pointus), plus ce coefficient est grand. L'écart entre ces hauteurs et la moyenne tend à aplatir le profil moyen (Fig. 3.11b). Ceci est particulièrement visible sur la vue de profil. La surface ci-dessous à droite possède un coefficient d'étalement très élevé (100), alors que celui de la surface de gauche est de 5, donc proche de la valeur Gaussienne. Les deux surfaces de cet exemple possèdent des coefficients d'asymétrie négatifs (-5).



Figures 3.11a/3.11b – Surfaces portantes à coefficient d'étalement faible / élevé

3.3 Etude métrologique des états de surface des garnitures mécaniques

Le paragraphe précédent a présenté les modèles destinés à produire des simulations numériques de surfaces rugueuses. Nous allons maintenant chercher à obtenir des valeurs réalistes des paramètres d'entrée de ces modèles, en effectuant des mesures sur des échantillons de garnitures mécaniques d'étanchéité. Cette démarche poursuit un double objectif, d'abord informatif car les études consacrées aux données statistiques des surfaces de garnitures sont assez peu présentes dans la littérature, et enfin qualitatif car nous pourrions ensuite juger de la capacité de nos modèles de simulation à reproduire des surfaces représentatives en comparant leurs résultats à nos mesures.

3.3.1 Bibliographie des études expérimentales

Les articles ayant eu recours à la détermination des caractéristiques statistiques des surfaces de garnitures mécaniques sont rares. Les travaux de Shimomura et al. ont consisté à évaluer les performances en matière d'étanchéité statique de plusieurs lots de garnitures [129]. Les auteurs ont reproduit le fonctionnement de réservoirs ou de compresseurs sur des montages

expérimentaux, en testant des échantillons de garnitures constituées d'une face métallique et d'une face en carbone. Plusieurs paramètres statistiques de la rugosité des surfaces ont été relevés à l'aide d'un profilomètre. Les écarts-types R_q sont compris entre 0,02 et 0,056 μm , et le paramètre d'asymétrie S_k , toujours négatif, atteint $-0,73$ au minimum. Dans des travaux ultérieurs [130] [131] dédiés aux performances (fuite, frottement) des garnitures en cours de fonctionnement, ces mêmes auteurs ont mesuré, avant essais, des échantillons constitués de matériaux similaires à ceux de la première étude. Les écarts-types de la rugosité sont apparus légèrement plus élevés (de 0,034 à 0,063 μm). Ayant constaté une diminution importante de la hauteur de rugosité de la surface en carbone après les essais, Shimomura et al. en ont conclu que lorsque ces surfaces frottent sur un matériau plus dur elles pouvaient être considérées comme lisses [130] [131]. La distance moyenne entre les pics d'aspérités, assimilable à la longueur d'onde de la rugosité Δ , a également été évaluée ; sur les pièces analysées, elle varie de 9,2 à 17,4 μm . Les auteurs ont ainsi pu calculer la densité de sommets d'aspérités des surfaces, obtenant des valeurs comprises entre 3800 et 12500 mm^{-2} .

De son côté, Lubbinge [102], qui a utilisé des pièces en carbure de Silicium dans ses essais, a trouvé des densités plus élevées s'échelonnant de 6400 à 14500 mm^{-2} . Cependant, ce paramètre dépend fortement de l'échantillonnage latéral utilisé lors de la mesure à cause du caractère multi-échelle des surfaces rugueuses, comme l'ont montré Jackson et Streator [132].

L'ondulation circonférentielle des surfaces de garnitures se caractérise par sa longueur d'onde, variant généralement de 10 à 100 μm , et son amplitude qui est voisine du micron [133]. La plupart du temps ces ondulations sont au nombre de deux, et leur amplitude tend à augmenter sur la pièce tendre avec la durée de fonctionnement [134]. Lubbinge a utilisé des garnitures présentant des ondulations usinées d'amplitude variant de 0 à 5 μm [102]. Sans préciser leur évolution après le fonctionnement, il a constaté une influence assez importante sur l'évolution de la rugosité (diminution de 10 à 30 % de l'écart-type sur le stator du joint).

3.3.2 Etude métrologique

Détaillons à présent les moyens dont nous disposons pour obtenir les données statistiques des surfaces réelles.

Dispositifs de mesure

Nous souhaitons relier l'étude des états de surface de garnitures mécaniques aux travaux conjointement menés dans l'étude de la lubrification de ces composants ; nous nous situons donc à une échelle micrométrique qui nécessite l'emploi des outils adéquats pour caractériser les défauts de rugosité de nos surfaces. Un appareil de mesure optique de la topographie des surfaces a été utilisé, le *Talysurf* CCI 6000 mis au point par la société *Taylor Hobson Ltd*. Il est basé sur le principe d'interférométrie confocale, procédé détaillé en annexe A. Sa résolution sub-nanométrique permet de caractériser les surfaces de manière extrêmement fine. Quelques-unes de ses spécificités sont décrites dans le tableau ci-après. De plus, nous avons parallèlement effectué une campagne de mesures de la planéité des garnitures, utilisant le profilomètre *Talyrond* 365 développé par la même compagnie. Même si un tel appareil est plus souvent employé dans la recherche des défauts de circularité, cylindricité ou coaxialité des pièces, il autorise une configuration de mesure plane dont nous allons tirer profit.

Objectif	Aire mesurée [mm ²]	Pas d'échantillonnage [µm]	Distance de travail [mm]	Pente maximale [°]
5x	3,6 x 3,6	3,5	9,3	3,5
20x	0,9 x 0,9	0,88	4,7	14,5
50x	0,363 x 0,363	0,35	3,4	22,0

Tableau 3.2 – Caractéristiques des objectifs optiques du Talysurf CCI 6000

Echantillons étudiés

Nous avons choisi trois garnitures mécaniques représentatives, chacune présentant un couple de matériaux spécifique (Tableau 3.3). Ce sont des garnitures compensées à rotor flottant. Le stator de ces garnitures est constitué du même matériau (Carbure de Silicium), en revanche le matériau du rotor est spécifique à chacune : la première garniture a une contreface « dure » elle aussi en Carbure de Silicium, et celles des deux autres sont en Carbone, constituant ainsi un couple de matériau dur/tendre (fig. 3.12).



Figure 3.12 – Exemple de garniture testée (GMC2 à l'état neuf)

	Matériau du stator	Matériau du rotor	d _{int} (mm)	d _{ext} (mm)	Coefficient d'équilibrage
GMC1	Carbure de Silicium	Carbure de Silicium	57,7	67,1	0,74
GMC2	Carbure de Silicium	Carbone à imprégnation métal	57,7	67,7	0,76
GMC3	Carbure de Silicium	Carbone à imprégnation résine	57,7	67,7	0,76

Tableau 3.3 – Caractéristiques des garnitures étudiées

La présente campagne de mesures se complète d'une étude de l'évolution des paramètres statistiques en fonction de l'usure des surfaces. En effet, les états de surface seront examinés à trois étapes différentes de la durée de vie des échantillons, dénommées respectivement phases

1, 2 et 3 dans la suite du mémoire. Un premier relevé est réalisé à l'état neuf, un deuxième suite à vingt-quatre heures de fonctionnement sur banc d'essai, assimilables à un rodage, et un troisième après cent nouvelles heures de fonctionnement. Les essais ont été effectués sur le banc ESA du CETIM (fig. 3.13). Précisons que les conditions retenues demeuraient constantes pour les deux essais : le fluide était de l'eau à 35°C, la vitesse de rotation maintenue à 1500 tr/min et la pression d'alimentation fixée à 0,6 MPa.

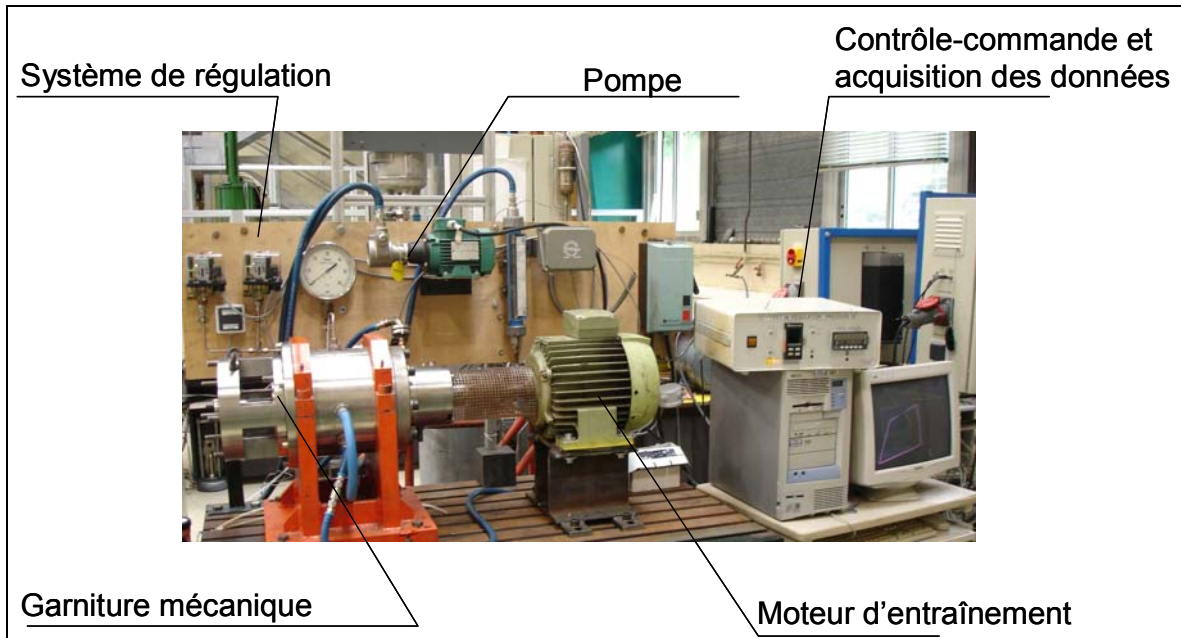
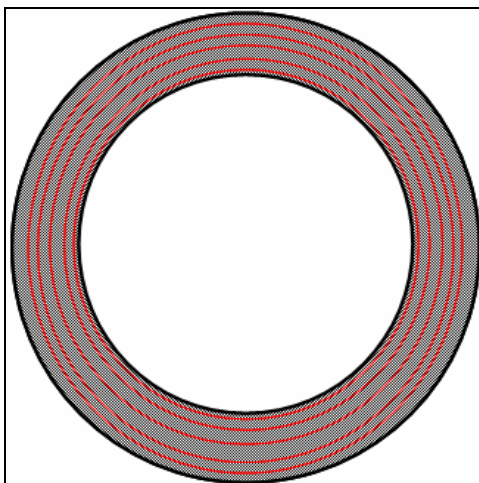


Figure 3.13 – Banc d'essai de garniture mécanique (document CETIM)

Planéité

Intéressons-nous tout d'abord aux mesures d'écart de planéité. Elles consistent à relever des profils circonférentiels sur les faces des garnitures, espacés de 0,3 mm. Suivant la largeur de piste des pièces (comprise entre 3,6 mm et 4,2 mm, chanfreins compris), dix à douze profils sont extraits (fig. 3.14a). La bille constituant l'extrémité du palpeur a un diamètre de 1 mm. La résolution verticale est de 10 nm et l'échantillonnage angulaire est de 0,1°.



Figures 3.14a/3.14b – Position des profils mesurés sur une surface / Talyond 365

Plusieurs opérations sont nécessaires pour parvenir à une surface analysable : il faut supprimer les pics tels que ceux observés sur la figure 3.15, dus à des poussières résiduelles présentes sur la surface lors de la mesure, effectuée à l'air libre, ou à des variations brutales de l'amplitude du palpeur si celui-ci rencontre un accident (dû par exemple à un éventuel arrachement de matière) en parcourant la surface.

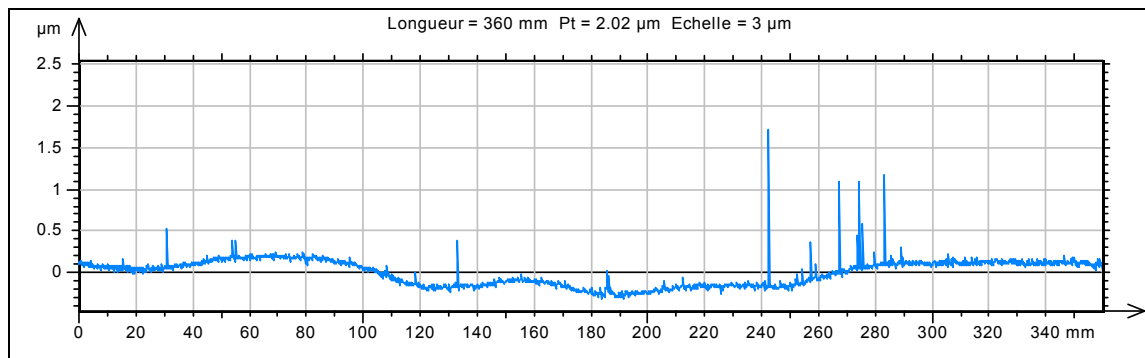


Figure 3.15 – Exemple de profil relevé (rotor GMC2 neuf)

La surface représentée sur la figure 3.16 a été obtenue à l'issue des opérations suivantes :

- extraction de la forme (calcul logiciel),
- seuillage de la rugosité,
- soustraction du résidu.

La surface est ensuite transformée en surface annulaire sur laquelle un redressement est effectué (suppression du plan des moindres carrés).

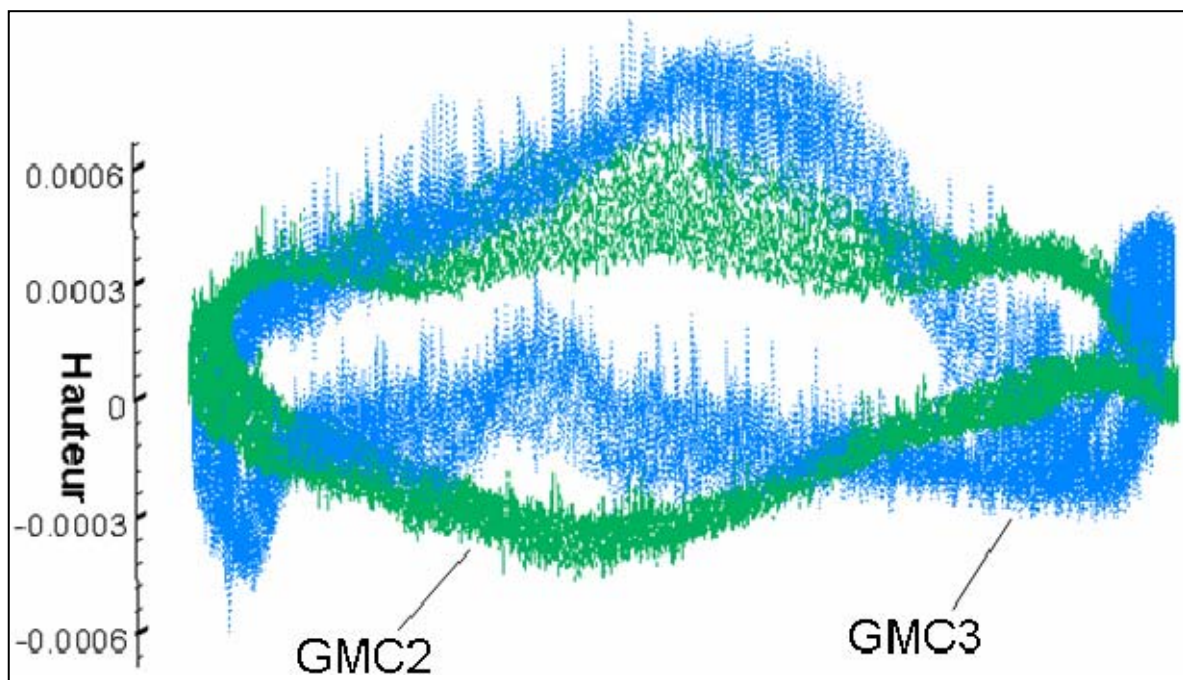


Figure 3.16 – Amplitude (en mm) relevée sur les rotors neufs

A l'état neuf, l'amplitude des ondulations relevées est inférieure au micron ; cette valeur tend à augmenter avec l'usure. Ceci est conforme aux observations de Lubbinge [102] et de Flitney et Nau [134]. Les amplitudes relevées sur les pièces en Carbone de Silicium sont plus élevées sur la garniture 1, dont la contreface est constituée du même matériau, que sur les deux autres dont le rotor, en Carbone, est plus tendre (fig. 3.17). Les valeurs de la garniture 3 sont plus élevées que les autres, atteignant presque 5 μm sur la face en carbone après la phase 3. Des valeurs identiques ont été obtenues par Flitney et Nau pour des matériaux similaires [134]. L'histogramme ci-dessous permet de visualiser ces variations.

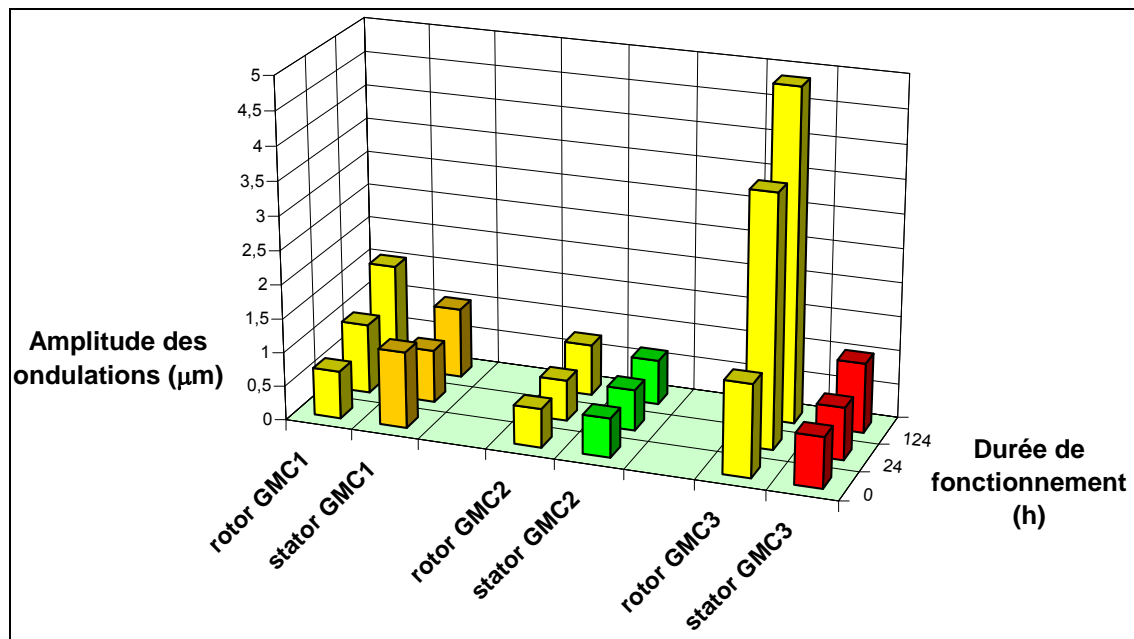


Figure 3.17 – Evolution de l'amplitude des ondulations

Le nombre des ondulations, qui est lié au procédé d'obtention de la surface, est parfois difficile à quantifier. Néanmoins ce nombre est généralement de 2, comme l'ont souligné Flitney et Nau [134]. Les données collectées figurent dans le tableau ci-après. N désigne le nombre d'ondulations et Δz est l'amplitude maximale mesurée sur une face :

$$\Delta z = \text{MAX}(z) - \text{min}(z) \quad (3-32)$$

		Phase 1		Phase 2		Phase 3	
		N	Δz (μm)	N	Δz (μm)	N	Δz (μm)
GMC 1	Rotor (Si SiC)	2	0,7	2	1,02	3	1,55
	Stator (Si SiC)	4	1,12	2	0,77	2	1,03
GMC 2	Rotor (C metal)	2	0,57	2	0,6	2	0,75
	Stator (Si SiC)	2	0,58	3	0,6	2	0,66
GMC 3	Rotor (C Resine)	3	1,36	3	3,71	2	4,88
	Stator (Si SiC)	2	0,75	2	0,77	2	1,02

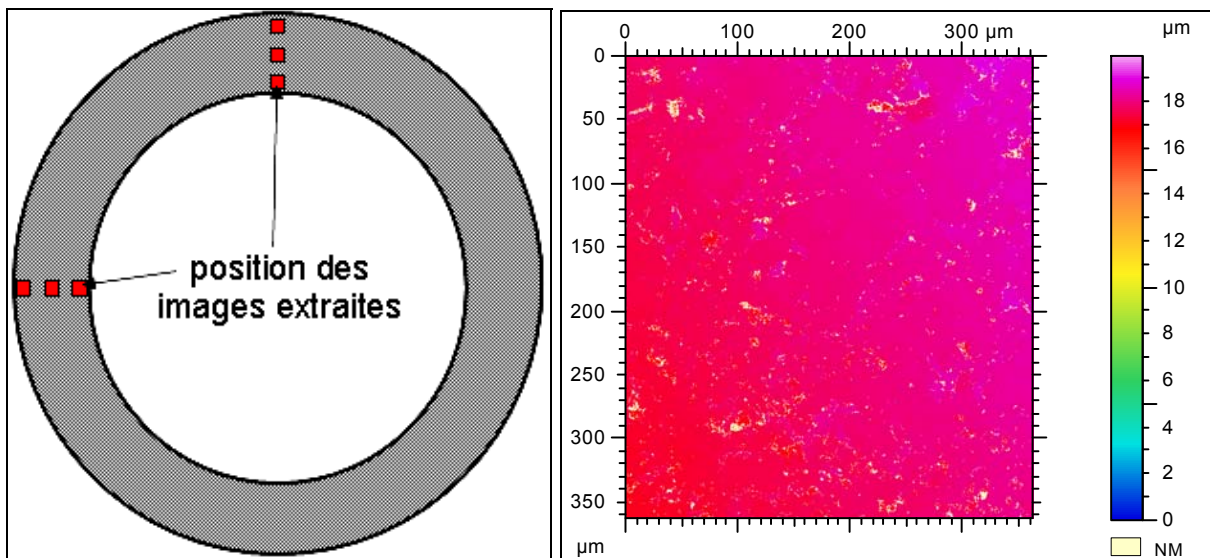
Tableau 3.4 – Résultats des mesures de planéité

Il est malheureusement impossible de relever des profils radiaux avec cet appareil, ces mesures ne sont donc pas complétées d'informations sur la conicité des faces. Les mesures de rugosité vont apporter beaucoup plus de renseignements.

Rugosité

Les pièces ont été mesurées avec l'objectif 50x lequel permet de mesurer des zones de $363 \mu\text{m} \times 363 \mu\text{m}$. Il autorise un échantillonnage très fin et offre une excellente valeur de pente maximale observable. La grande résolution de l'appareil donne accès à une quantité d'information considérable compte tenu des dimensions des garnitures étudiées : en utilisant l'objectif 50x l'aire d'une image est d'environ $0,13 \text{ mm}^2$, alors que l'aire totale d'un grain est d'environ 780 mm^2 sur nos échantillons. De plus, nous étudions trois garnitures soit six pièces, et à trois stades d'usure différents. Comme chaque image contient quatre mégaoctets de données, il faut absolument limiter le nombre d'analyses à une quantité raisonnable.

Sur chaque pièce, quatre zones situées aux points cardinaux sont mesurées sur toute la largeur de la piste, l'encoche du support correspondant au sud. Cela représente en général soixante images par pièce à raison de quinze par zone. Trois images présentant un minimum de défauts pour être représentatives, afin que ceux-ci n'influencent pas les paramètres globaux, sont choisies pour les zones « nord » et « ouest » exclusivement : une proche du rayon intérieur, une située vers le milieu de la piste, et une proche du rayon extérieur (fig. 3.18a). La figure 3.18b donne un exemple de représentation du logiciel d'analyse de surface *Talysurf*. La moyenne arithmétique des paramètres mesurés sur les six images conservées constituera la valeur associée à la pièce considérée.

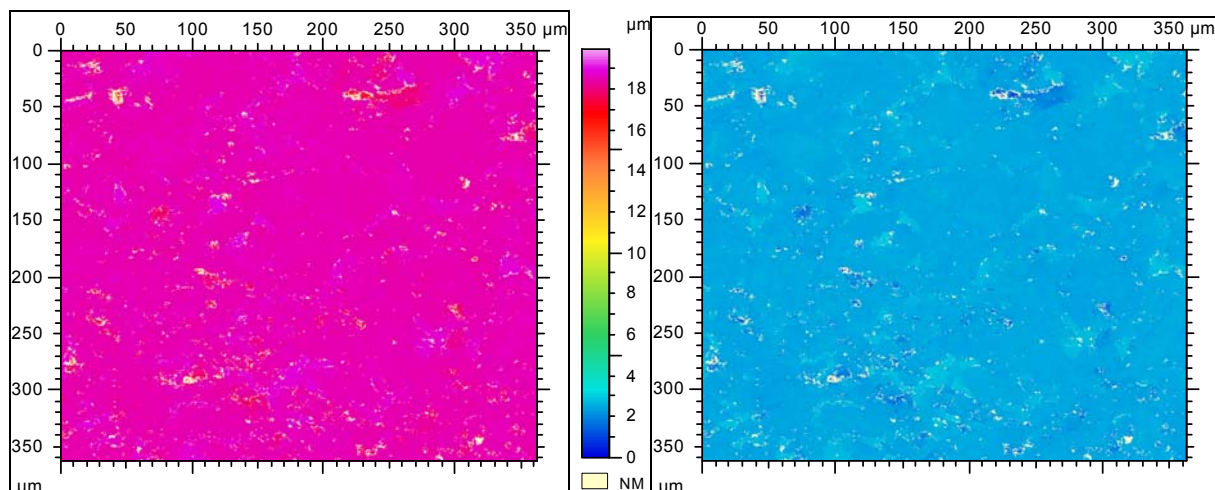


Figures 3.18a/3.18b – Zones mesurées sur chaque pièce / Exemple de surface mesurée (rotor GMC3 phase 2)

Il ne reste donc « que » 108 images à traiter, ce qui constitue tout de même un travail très fastidieux compte tenu de la grande quantité et de la complexité des calculs à mener. Sur la figure 3.18b précédente, le masque de points non mesurés « NM » correspond aux points pour lesquels l'appareil n'a pas pu détecter l'information, car le rayon incident n'a pas été réfléchi dans la direction de l'objectif, en raison d'accidents de surface ou de pente localement trop élevée. Un traitement est nécessaire avant de remédier à ce défaut, notamment pour corriger certains artefacts rencontrés localement lors de variations brusques du relief, mais surtout à

cause de certains paramètres dont le calcul exige que l'intégralité de la surface soit décrite. Par souci de cohérence, la démarche a été reproduite à l'identique sur toutes les images étudiées. L'exemple qui suit est celui de la figure 3.18b.

Le premier traitement consiste à effectuer un redressement de la surface, en lui soustrayant le plan des moindres carrés (fig. 3.19a). Cela permet de s'affranchir du défaut d'alignement entre l'axe optique et l'axe normal aux surfaces considérées. Cette précaution permet de « recalcr » la surface à analyser : l'intervalle des hauteurs mesurées correspond alors effectivement à celui des hauteurs de la surface. L'une des possibilités les plus aisées pour éliminer les éventuelles valeurs incohérentes est de recourir à un filtrage spatial de la surface. A priori un filtre passe-bas pourrait être employé puisque les défauts à corriger sont de type aléatoire. En fait, comme leur quantité est très faible comparé aux dimensions de la surface, un filtre médian donnera de meilleurs résultats, étant particulièrement indiqué pour « lisser » les discontinuités (fig. 3.19b). Il consiste à remplacer la valeur rencontrée par la médiane de toutes celles contenues dans la fenêtre du filtre à la position considérée. Les valeurs extrêmes sont donc éliminées, et la surface filtrée reste globalement homogène. Le filtre utilisé est de plus « débriteur », car il est conçu pour ne pas être influencé par une valeur locale très éloignée de la moyenne (vallée trop profonde ou pic trop élevé). La fenêtre choisie est de taille 5 x 5, et le résultat de l'opération de filtrage est présenté ci-après. La fenêtre minimale serait évidemment une 3 x 3 mais des défauts persistaient après son utilisation pour certaines surfaces.



Figures 3.19a/3.19b – Surface redressée / Surface filtrée (rotor GMC3 phase 2)

En supprimant les pics ou creux aberrants, le filtrage permet un « recalcr » de l'intervalle des hauteurs. La dernière étape consiste à affecter la moyenne des points alentour aux points non mesurés. Cette opération est indispensable au calcul de certains paramètres. Pour illustrer cette opération, le profil vertical médian, correspondant à la direction radiale de la surface, a été extrait sur la surface redressée (fig. 3.20) et sur la surface finale (fig. 3.21). Seule la dynamique du profil est reproduite.

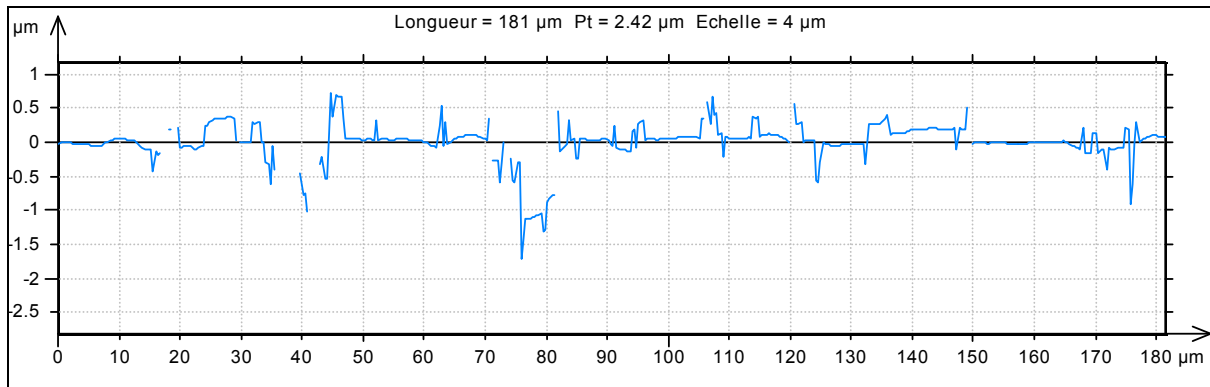


Figure 3.20 – Dynamique du profil redressé (rotor GMC3 phase 2)

Après que cette opération est effectuée, la surface obtenue est celle pour laquelle sont calculés les paramètres statistiques.

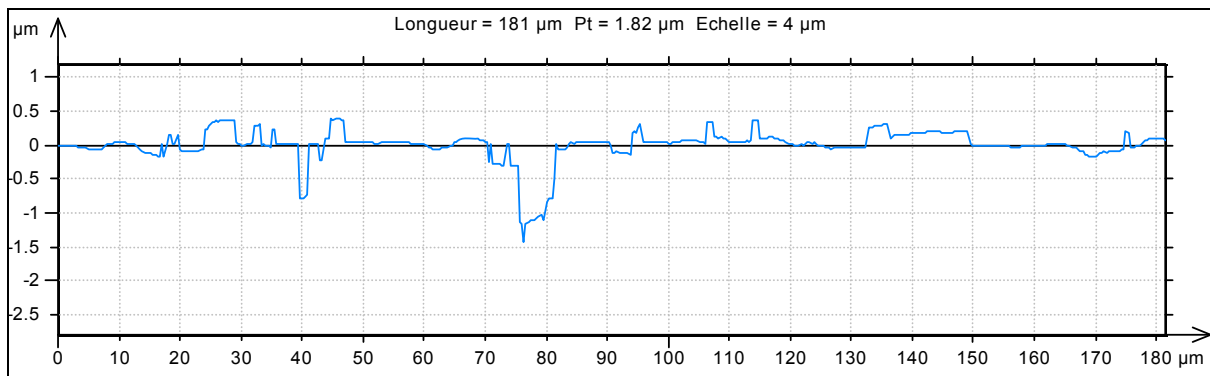


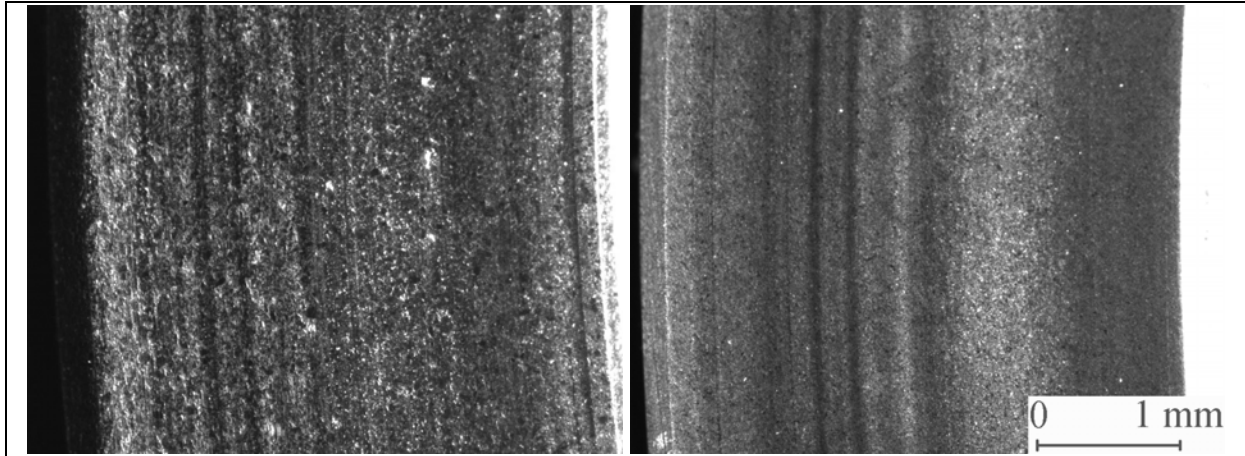
Figure 3.21 – Dynamique du profil rebouché (rotor GMC3 phase 2)

Commentaires sur les surfaces

Les surfaces de garnitures sont usinées de manière extrêmement fine et les échantillons utilisés dans cette étude en sont la preuve : le paramètre St , correspondant à l'intervalle des hauteurs de rugosité, se situe entre 1,5 et 5 μm après filtrage. Les surfaces étudiées peuvent donc être considérées comme très lisses.

Les pièces en carbure de silicium ont à l'état neuf un aspect très régulier, et possèdent une texture très légèrement granuleuse. Les deux rotors en carbone présentent plus d'irrégularités, et également plus de points non mesurés. L'opération de filtrage est surtout nécessaire sur les pièces en carbone, plus tendres.

Après avoir fonctionné, les surfaces présentent des rayures circonférentielles bien visibles, généralement aux deux tiers de la largeur de piste en partant du rayon intérieur, ou alors très près de celui-ci (figs. 3.22). Les défauts (profondeur et nombre de rayures) s'accroissent légèrement avec la durée de fonctionnement. La largeur complète des anneaux (environ 3,8 mm) a pu être photographiée sur les images présentées ci-après. Les rayures visibles sur ces images sont profondes de 1 à 3 μm , mais beaucoup plus larges en comparaison (30 à 50 μm). Elles ne sont donc pas représentatives de la microrugosité des surfaces.



Figures 3.22a/3.22b – Vues détaillées du rotor et du stator de la GMC2 après la phase 3

Paramètres statistiques

L'un des objectifs principaux de cette étude est de disposer de suffisamment de paramètres pour décrire les irrégularités géométriques des surfaces réelles (distribution des hauteurs rugueuses et caractéristiques spatiales). Puisque nous poursuivons l'objectif de générer des surfaces rugueuses représentatives, nous nous sommes concentrés sur les cinq paramètres nécessaires au modèle⁴ :

- l'écart-type de la rugosité S_q ,
- l'indicateur d'asymétrie de la distribution SSk ,
- l'indicateur d'étalement de la distribution SKu ,
- la longueur d'autocorrélation dans la direction radiale (mesurée à 80 % de décroissance du pic) λ_r ,
- la longueur d'autocorrélation dans la direction circonférentielle (mesurée à 80 % de décroissance du pic) λ_θ .

Ecart-type

L'écart moyen quadratique S_q est l'un des paramètres les plus souvent rencontrés dans les comptes-rendus d'analyse des hauteurs de rugosité, et les valeurs couramment attribuées aux surfaces de garnitures mécaniques se situent aux alentours du dixième de micron [129] [130] [131]. Les résultats de nos mesures se situent effectivement dans ces zones, entre 0,05 et 0,1 μm pour les surfaces rodées et entre 0,05 et 0,2 μm pour les surfaces usées.

L'histogramme de la figure 3.23 permet de déceler deux tendances distinctes. Pour les garnitures 2 et 3, composées de deux matériaux différents, l'écart-type diminue avec le nombre d'heures de fonctionnement, demeurant souvent inférieur à 0,1 μm après la phase 3. Plusieurs auteurs ont effectué ce constat, obtenant des valeurs similaires [102] [130] [131]. Contrairement aux résultats de Shimomura et al. [129], la valeur de S_q obtenue sur les rotors en carbone à la fin des essais n'est pas négligeable mais plus élevée que sur la contreface en carbure. Certes, les hauteurs des pics de rugosité diminuent lors du processus de rodage, mais les vallées ne sont pas comblées, d'autant que le contact occasionnel a fait apparaître des rayures.

⁴ Le lecteur trouvera des valeurs d'autres paramètres relatifs à la rugosité en consultant l'annexe B.

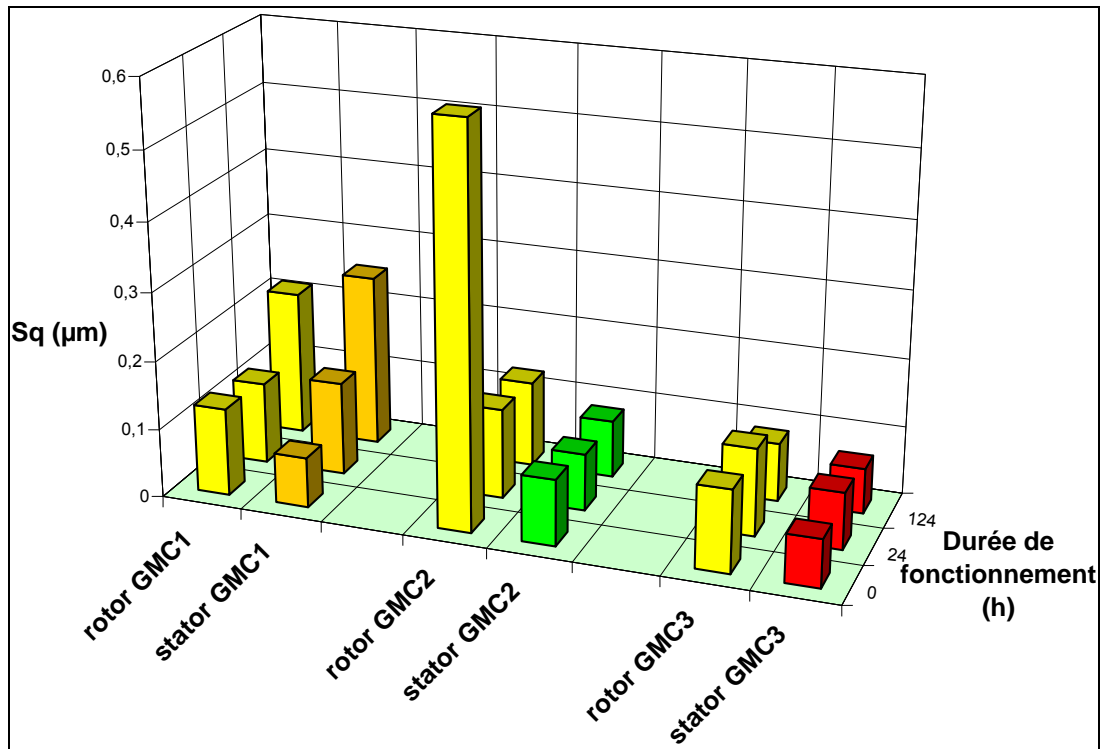


Figure 3.23 – Ecart-types des surfaces analysées

La garniture 1 présente une évolution opposée puisque l'écart-type augmente avec le temps, atteignant $0,2 \mu\text{m}$ après le dernier essai. L'usure est donc plus prononcée lorsque les deux matériaux de la garniture sont durs et peu élastiques. Les garnitures possédant deux faces dures sont d'ailleurs beaucoup moins présentes dans les applications industrielles.

Remarquons que la mesure du rotor de la garniture 2 à l'état neuf donne une valeur aberrante ; il est possible que cette pièce n'ait pas été rodée par le fabricant. Si tel est le cas il faut s'interroger sur l'utilité de cette opération, car après les phases 2 et 3 les mesures effectuées sur cette pièce ne se démarquent plus des autres.

Paramètre d'asymétrie

Les paramètres de symétrie et d'étalement de la distribution sont étroitement liés mais sont présentés sur deux figures distinctes pour mieux cerner leur évolution.

Une surface Gaussienne possède un coefficient d'asymétrie nul indiquant que la matière est répartie symétriquement de part et d'autre du plan moyen de la rugosité. Les surfaces des garnitures mécaniques ne sont pas Gaussiennes du fait de la présence de profondes vallées (surtout les pièces en Carbone) et présentent le plus souvent des coefficients SSk négatifs et éloignés de zéro (fig. 3.24). Dans notre étude les valeurs sont toujours négatives pour cinq des six pièces, variant de $-0,2$ à -6 .

La remarque que nous venons d'effectuer à propos du rotor de la garniture 2 à la phase 1 (possible absence de rodage) est toujours valable : en toute logique la valeur du paramètre SSk devrait être inférieure à celle de la phase 2 et proche de zéro.

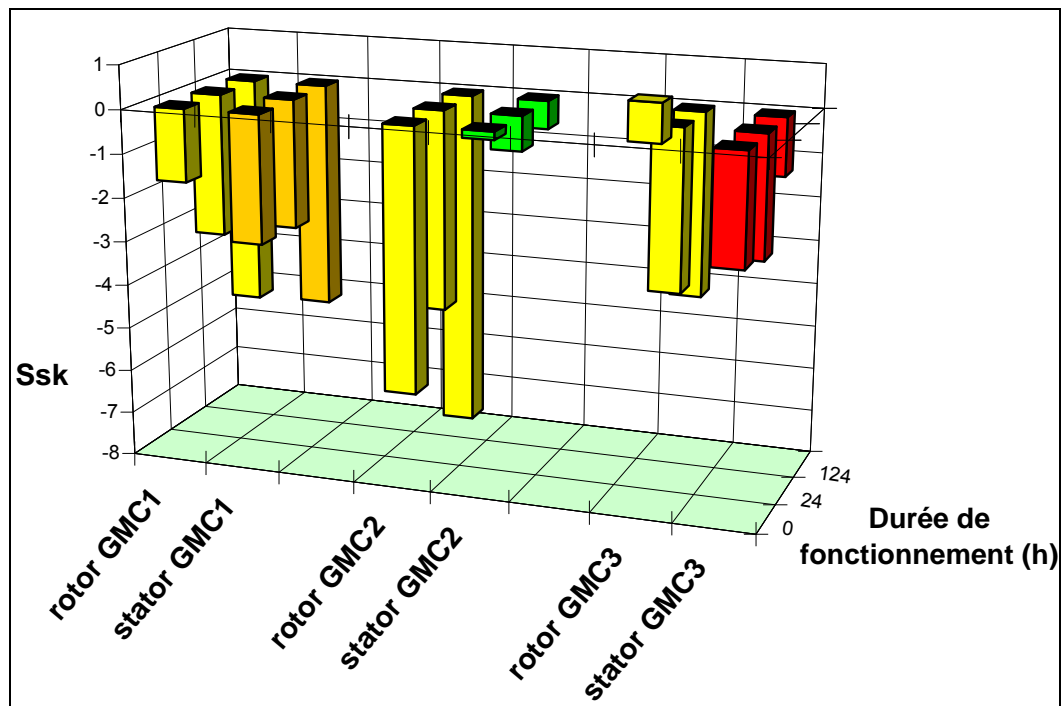


Figure 3.24 – Paramètres d’asymétrie de la rugosité des surfaces analysées

Les valeurs sont voisines pour les deux pièces de la garniture 1 (même matériau) qui ne s’usent pas plus l’une que l’autre, leur texture évoluant similairement. Comme nous l’avons signalé le processus d’usure lors du contact entre les faces conduit à l’écraîtement des pics, la valeur du paramètre Ssk diminuant ainsi jusqu’à -5 après la phase 3.

Les rotors en carbone suivent une tendance comparable, les valeurs observées diminuant de -4 à -8 ; cette dernière valeur est celle du rotor de la garniture 2 dont la composition incluant du métal est la cause de sa structure assez torturée, criblée de crevasses parfois assez larges (c’est-à-dire contenant plus d’une longueur de corrélation). La valeur du paramètre est influencée par ce type de motif.

Le comportement des stators des garnitures 2 et 3, en contact avec des grains en carbone, est sensiblement différent : le coefficient d’asymétrie diminue pendant les premières heures de fonctionnement puis tend vers zéro une fois que le grain est rodé, la valeur correspondant à la phase 3 approchant finalement -1 ; cette évolution peut être attribuée à des débris issus des pièces en carbone s’accumulant dans les zones creuses des stators.

Paramètre d’étalement

Les tendances remarquées en étudiant le paramètre Ssk des surfaces s’appliquent également au coefficient d’étalement SKu. Ce paramètre représente l’aplatissement de la distribution et vaut 3 si celle-ci est Gaussienne. Cette valeur augmente si celle de Ssk s’éloigne de zéro ; lorsqu’elle est grande cela signifie que la majorité des valeurs de la distribution sont proches de la moyenne et que quelques-unes en sont fortement éloignées. Concernant les surfaces rugueuses, le paramètre SKu est toujours supérieur à 3 du fait de l’usinage et de l’usure due au fonctionnement. Il est aussi très sensible puisqu’il dépend de la distribution des hauteurs à l’ordre quatre : des valeurs supérieures à 100 (donc très éloignées des valeurs Gaussiennes) peuvent être obtenues.

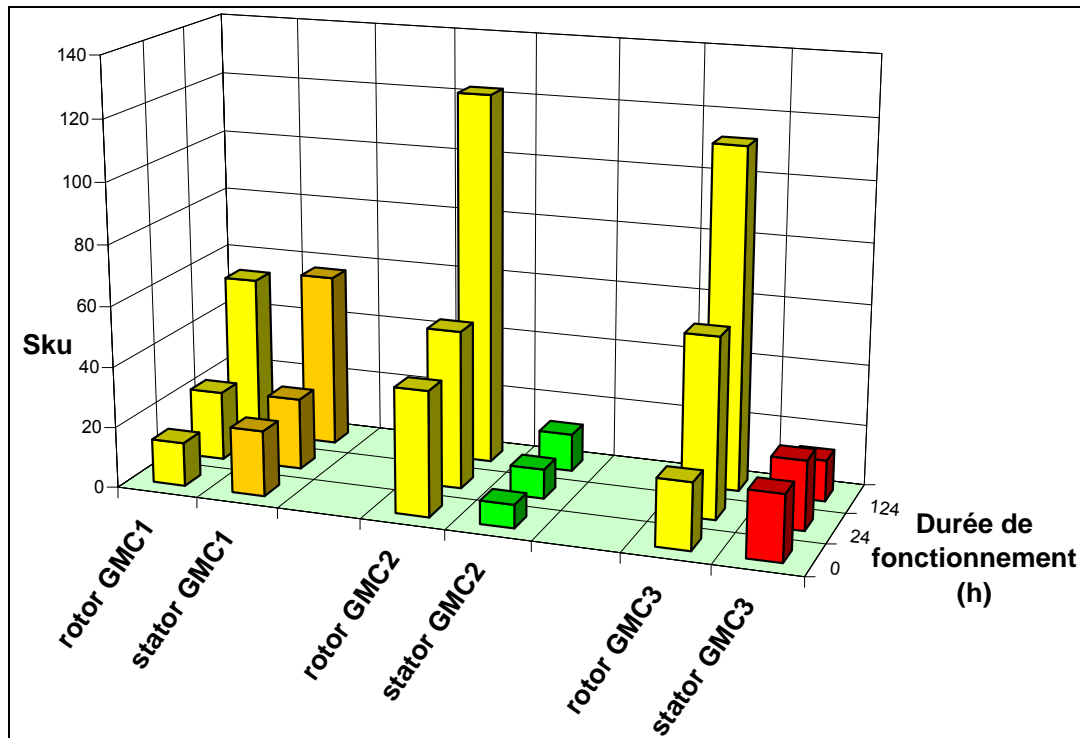


Figure 3.25 – Paramètres d'étalement de la rugosité des surfaces analysées

A l'état neuf, les valeurs obtenues sont modérées et s'échelonnent de 7 à 40 et augmentent avec la durée d'opération (fig. 3.25). L'évolution est similaire sur les deux anneaux de la garniture 1, atteignant une valeur de 55 après la phase 3. Les augmentations sont beaucoup plus marquées sur les rotors en carbone, où le paramètre SKu dépasse 100 à la fin des essais. Ce matériau à la structure très hétérogène du fait du processus d'imprégnation est aussi très sensible à l'usure. Les contrefaces en carbure le sont beaucoup moins et présentent donc des valeurs plus faibles que le stator de la garniture 1 lorsqu'elles sont rodées. Les valeurs du coefficient d'étalement de la distribution évoluent en corrélation avec celles du paramètre d'asymétrie.

Fonction d'autocorrélation (FAC)

Les longueurs d'autocorrélation étudiées sont obtenues en mesurant les profils principaux de la fonction d'autocorrélation à 80 % de décroissance du pic.

A l'état neuf, les longueurs de corrélation des surfaces examinées sont courtes (figs. 3.26 et 3.27). Sur les pièces en carbure, elles sont comprises entre 2 et 4,5 μm quelle que soit la direction considérée. Du fait du procédé de fabrication et de la structure du carbure de silicium, le motif de rugosité représentatif a une faible étendue spatiale. Les valeurs mesurées dans les directions principales (radiale et circonférentielle) sont sensiblement égales sur la garniture 3 et sur les deux autres stators neufs ; pour les autres, la longueur de corrélation λ_θ est souvent plus grande que λ_r . Précisons que pour certaines surfaces le pic de la FAC est si étroit qu'il y a trop peu de points à la discrétisation utilisée pour mesurer exactement la longueur de corrélation, même à 80 % de décroissance.

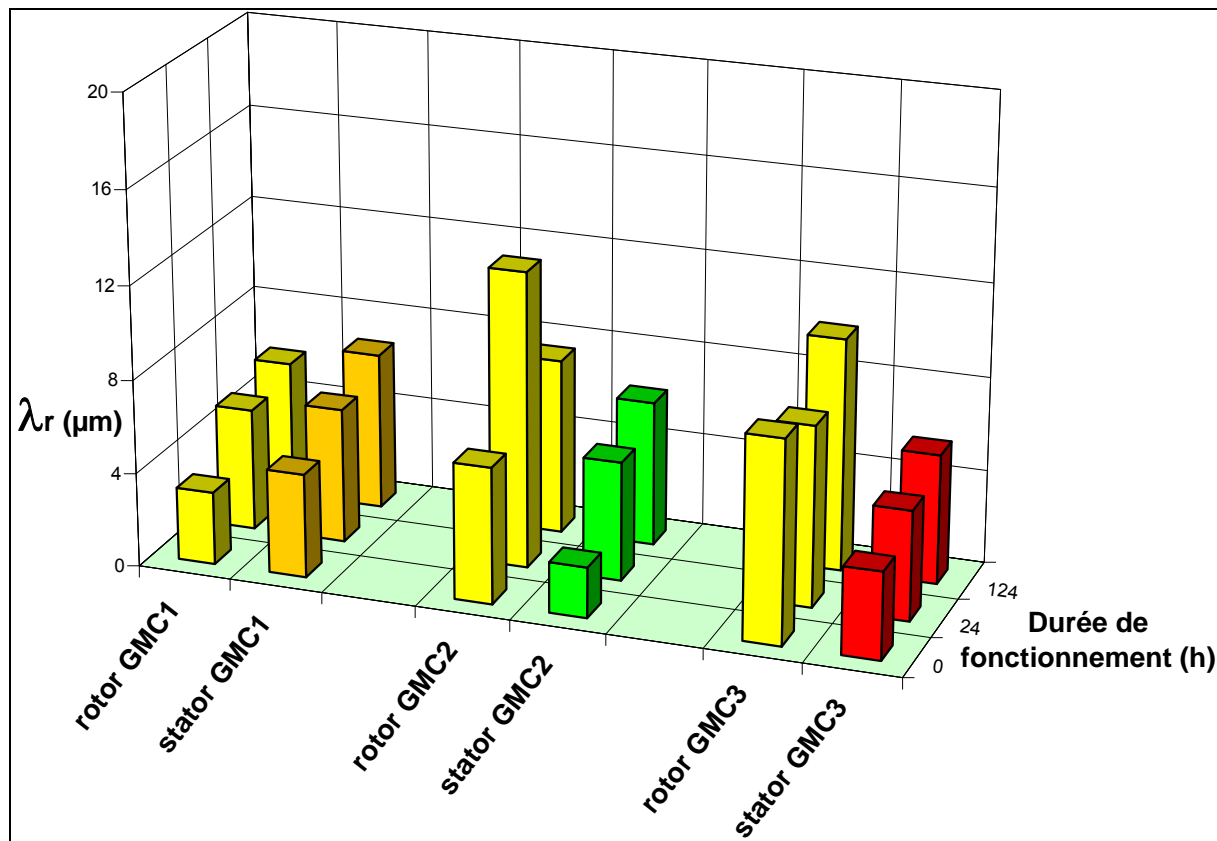


Figure 3.26 – Evolution des longueurs de corrélation radiales

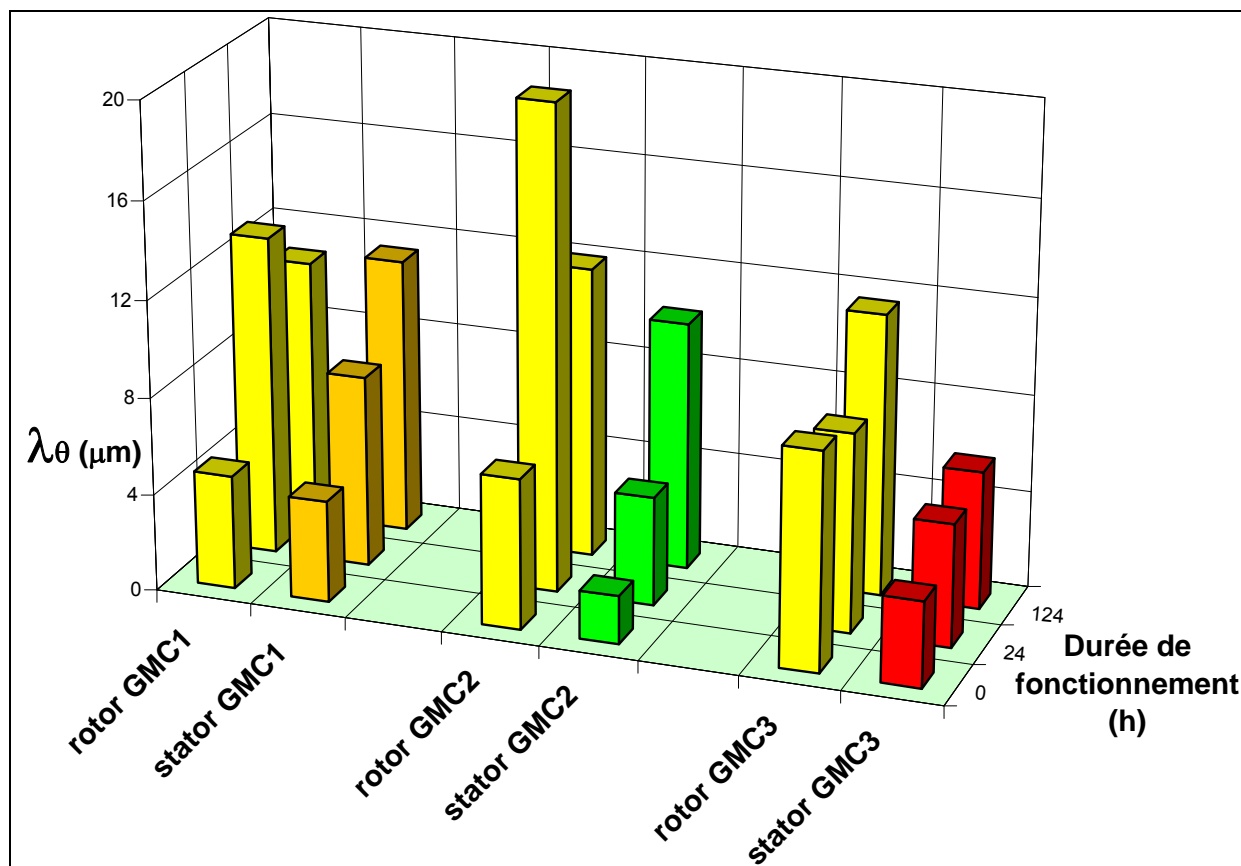


Figure 3.27 – Evolution des longueurs de corrélation circonférentielles

Les pièces neuves en carbure peuvent être considérées comme quasiment isotropes. Les pièces en carbone présentent des structures de dimensions légèrement plus grandes variant entre 6 et 9 μm à l'état neuf, mais tout de même isotropes. Les longueurs de corrélation des pièces en carbure augmentent avec la durée de fonctionnement quelle que soit la contreface. L'usure tend à créer des motifs de rugosité plus grands, possédant des aspérités moins élevées et donc une base plus large : la valeur de la FAC décroît moins rapidement en s'éloignant du pic. Ses profils principaux sont plutôt exponentiels que linéaires (fig. 3.28).

Il est en revanche impossible de se prononcer avec certitude sur l'évolution de la corrélation des surfaces en carbone. C'est à la phase 2 que la valeur obtenue sur la pièce à imprégnation résine est minimale, alors qu'une observation inverse est à signaler pour le carbone à imprégnation métallique, dont les longueurs de corrélation atteignent 12 et 20 μm dans les directions radiale et circonférentielle (figs. 3.26 et 3.27). Après la phase 3, les longueurs de corrélation varient entre 6 et 10 μm sur les pièces en carbure des garnitures 1 et 2. La valeur de λ_θ associée au stator de la garniture 3 est moins élevée que les autres car cette pièce est moins usée par la contreface en regard constituée d'un matériau non métallique plus tendre. Les longueurs mesurées sur les rotors en carbone s'échelonnent de 8 à 12 μm et sont toujours légèrement supérieures aux valeurs des grains en carbure.

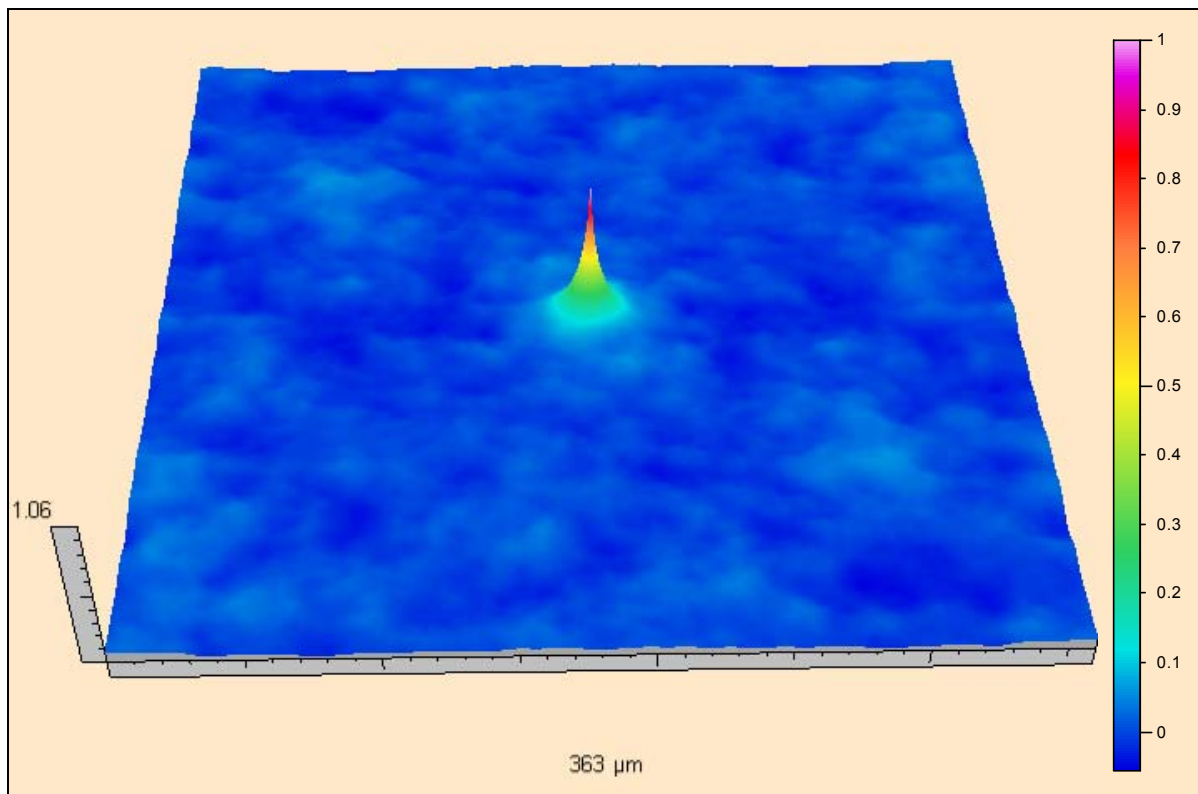


Figure 3.28 – Fonction d'autocorrélation (rotor GMC3 phase 2)

Toutes les surfaces sont légèrement anisotropes à la fin des essais, le rapport des longueurs de corrélation se situant entre 0,54 et 0,97 ; cela est dû aux rayures circonférentielles causées par le contact occasionnel entre les surfaces en rotation relative. Les valeurs de λ_θ sont donc supérieures à celles de λ_r (de 25 % en moyenne).

3.3.3 Commentaires

Il n'est pas toujours aisé d'être affirmatif quand à l'évolution de certains paramètres statistiques de la rugosité des surfaces puisque peu d'échantillons ont été analysés. Cette remarque concerne en particulier les longueurs de corrélation. Notre étude métrologique a tout de même nécessité une énergie et des moyens non négligeables, et l'objectif de disposer de valeurs réalistes pour nos modèles est atteint. Les résultats de nos mesures sont en accord avec les valeurs que nous avons trouvées dans la littérature. A ce stade, il semble raisonnable de supposer que, dans l'ensemble, les tendances observées seront certainement confirmées par l'analyse d'un plus grand nombre de pièces.

Les paramètres varient similairement sur la garniture 1 dont les deux anneaux sont constitués du même matériau, ce qui n'est pas le cas sur les deux autres pour lesquelles ils varient plus sur le matériau plus tendre (rotor en carbone). Les paramètres augmentent généralement (en valeur absolue) avec l'usure, sauf l'écart-type pour les combinaisons face dure / face tendre. Celui-ci varie de 0,05 à 0,1 μm sur les surfaces neuves, de 0,1 à 0,2 μm sur les surfaces usées.

Le caractère non Gaussien des surfaces est très affirmé. Le paramètre d'asymétrie est toujours négatif, caractéristique de surfaces comportant moins de pics du fait du procédé d'obtention et d'un processus d'usure par frottement. Le paramètre d'étalement est souvent très élevé.

Les longueurs d'autocorrélation sont courtes sur les surfaces neuves ($\approx 5 \mu\text{m}$) et sont généralement doublées sur les surfaces usées ($\approx 10 \mu\text{m}$). Celles-ci sont légèrement anisotropes ($\gamma = 0,8$). Les surfaces en carbure possèdent toujours la plus faible corrélation.

L'amplitude des ondulations est voisine du micron, sauf pour l'une des surfaces qui présente une valeur quatre à cinq fois supérieure. Concernant l'analyse de la planéité des surfaces, la procédure entreprise gagnerait à être légèrement améliorée. Il serait intéressant de mesurer des profils radiaux pour observer l'évolution de la conicité avec la durée de fonctionnement. Une analyse de Fourier pourrait être utilisée pour séparer les composantes de rugosité et d'ondulation, afin de mieux caractériser cette dernière.

Garniture n°		1		2		3	
Paramètre	Durée de fonctionnement	Rotor (Si SiC)	Stator (Si SiC)	Rotor (MiC)	Stator (Si SiC)	Rotor (RiC)	Stator (Si SiC)
Ondulations (μm)	0	0,701	1,122	0,569	0,576	1,361	0,746
	24h	1,023	0,771	0,600	0,600	3,709	0,767
	124h	1,555	1,029	0,753	0,657	4,884	1,027
Sq (μm)	0	0,128	0,073	0,579	0,096	0,120	0,070
	24h	0,120	0,136	0,131	0,083	0,128	0,083
	124h	0,212	0,252	0,125	0,084	0,085	0,066
SSk	0	-1,66	-2,92	-5,99	-0,18	0,86	-2,51
	24h	-3,29	-2,97	-4,55	-0,79	-3,66	-2,77
	124h	-5,27	-5,21	-7,71	-0,64	-4,21	-1,32
SKu	0	14,4	21,5	41,0	7,6	21,8	21,6
	24h	22,8	23,6	52,1	9,7	59,0	22,8
	124h	53,9	57,3	122,7	12,4	112,3	13,5
λ_r (μm)	0	3,10	4,43	5,82	2,16	8,67	3,73
	24h	5,20	5,75	12,63	5,09	7,72	4,71
	124h	5,83	6,71	7,48	6,18	9,93	5,54
λ_θ (μm)	0	4,69	4,18	6,21	1,99	8,96	3,53
	24h	13,17	7,88	19,97	4,48	8,19	5,06
	124h	10,83	11,38	12,01	10,23	11,59	5,67
$\frac{\lambda_r}{\lambda_\theta}$	0	0,66	1,06	0,94	1,09	0,97	1,06
	24h	0,39	0,73	0,63	1,14	0,94	0,93
	124h	0,54	0,59	0,62	0,60	0,86	0,97

Tableau 3.5 – Récapitulatif des paramètres statistiques relevés sur les surfaces étudiées

3.4 Evaluation des modèles de génération de surface rugueuse

Dans le présent paragraphe, les performances des deux modèles numériques présentés dans le paragraphe 3.2.3 vont être évaluées. Pour ce faire, nous allons comparer les surfaces générées à celles des mesures dont ont été extraits les paramètres statistiques. Nous examinerons leurs courbes de portance respectives et compléterons le propos d'une analyse statistique des sommets de ces surfaces.

3.4.1 Caractéristiques choisies

En se basant sur une moyenne des paramètres mesurés sur la garniture 2, les résultats de nos modèles de simulation vont être comparés aux surfaces originales obtenues après l'analyse de la rugosité. Dans la suite du paragraphe, le modèle basé sur une FAC de forme exponentielle est dénommé « modèle 1 » ; celui qui utilise la forme bilinéaire est le « modèle 2 ».

Si λ_r et λ_θ sont les longueurs d'autocorrélation mesurées dans les directions radiale et circumférentielle, les FAC des modèles 1 et 2 sont respectivement :

$$R_1(p, q) = \exp \left[-\kappa_1 \sqrt{\left(\frac{p}{\lambda_r}\right)^2 + \left(\frac{q}{\lambda_\theta}\right)^2} \right] \quad (3-33)$$

avec $\kappa_1 = -\ln(0,2)$, et :

$$R_2(p, q) = \left(1 - \kappa_2 \frac{p}{\lambda_r}\right) \left(1 - \kappa_2 \frac{q}{\lambda_\theta}\right) \quad (3-34)$$

avec $\kappa_2 = 0,8$. Les coefficients κ_i sont choisis tels que :

$$R_i(\lambda_r; 0) = R_i(0; \lambda_\theta) = 0,2 \quad (3-35)$$

Surface (durée de fonctionnement)	Sq (μm)	λ_r (μm)	λ_θ (μm)	SSk [modèle 1 ; modèle 2]	SKu [modèle 1 ; modèle 2]
Rotor 2 (0h)	0,609	5,2	5,69	-6,23 [-3,65 ; -3,05]	42,1 [104 ; 26,7]
Rotor 2 (24h)	0,166	9,6	10	-4,8 [-4 ; -1,83]	69,6 [128 ; 11,15]
Rotor 2 (124h)	0,109	7,5	9,28	-6,39 [-4,82 ; -2,51]	103 [180 ; 17,8]
Stator 2 (0h)	0,139	3,3	2,5	0,027 [-0,02 ; 0,026]	5,61 [2,83 ; 4,61]
Stator 2 (24h)	0,053	7,15	7,82	-0,726 [-0,52 ; -0,47]	15 [6,27 ; 4,75]
Stator 2 (124h)	0,074	5,6	5,4	-2,04 [-1,85 ; -1,49]	17,6 [26,55 ; 9,32]

Tableau 3.6 – Caractéristiques des surfaces étudiées

Les caractéristiques des surfaces choisies comme référence sont précisées dans le tableau 3.6 ci-dessus. Cependant, pour des raisons de concision, les seuls exemples illustrés en détail

seront les deux surfaces dont les caractéristiques ont été surlignées. Les mesures n'ont pas été effectuées exactement aux mêmes endroits sur les garnitures, ce qui explique que les valeurs du tableau ne correspondent pas toujours aux tendances décrites dans le paragraphe 3.3, lors de l'étude des histogrammes des valeurs moyennées. Les valeurs obtenues après simulation sont écrites entre crochets dans les deux dernières colonnes du tableau.

Des déviations des paramètres (SSk ; SKu) par rapport aux valeurs visées ont été constatées sur les deux modèles. Nous identifions deux causes de cette dispersion des valeurs. La première est que les nombres (Sk_η ; Ku_η) sont souvent très éloignés des valeurs Gaussiennes. Or le signal aléatoire x nécessaire à l'application des équations (3-24), (3-25) et (3-26) n'est pas parfaitement Gaussien et présente une incertitude de 0,003 sur les coefficients d'asymétrie et d'étalement. Cette erreur est amplifiée par la transformation de Johnson, et les valeurs de Ku_η sont parfois supérieures à 1000. La seconde raison est la restriction dans le choix du paramètre SSk_z calculé par l'équation (3-21), du fait de la condition (3-27). Nous avons souvent dû modifier les valeurs de (SSk_z ; SKu_z), et donc celles de (Sk_η ; Ku_η), pour que cette inéquation soit toujours vérifiée. En général nous sommes contraints de choisir une valeur de SSk_z inférieure à celle souhaitée, car lorsqu'elles sont trop élevées, le modèle 2 ne permet pas d'atteindre les valeurs réelles du paramètre SKu . Les résultats du modèle 1 sont assez dispersés selon les cas.

3.4.2 Aspect visuel

La première manière d'évaluer la qualité des surfaces simulées est de comparer leur représentation à celle de la surface qui a servi de modèle. Les échantillons ont été mesurés avec l'objectif 50x ; les surfaces obtenues sont composées de 1024 x 1024 points répartis dans un carré de 363 μm de côté.

Dans le cas du rotor, la surface originale présente localement de grosses irrégularités (par rapport à la taille du pic de la fonction d'autocorrélation) dues principalement au procédé d'obtention des pièces en carbone, et qu'il est impossible pour nos modèles de reproduire fidèlement (fig. 3.29). La surface générée avec le modèle 1 possède une texture fine mais trop régulière en comparaison de l'originale ; le modèle 2 donne quant à lui un résultat assez éloigné.

Les simulations paraissent plus fiables dans le cas du stator puisque la texture à reproduire, celle du carbure de silicium, est plus fine. Le modèle 1 est là encore plus performant que le modèle 2.

Rotor GMC2 (124 h)

De gauche à droite sur la figure 3.29 suivante : surface simulée avec le modèle 1 ; surface simulée avec le modèle 2 ; surface mesurée.

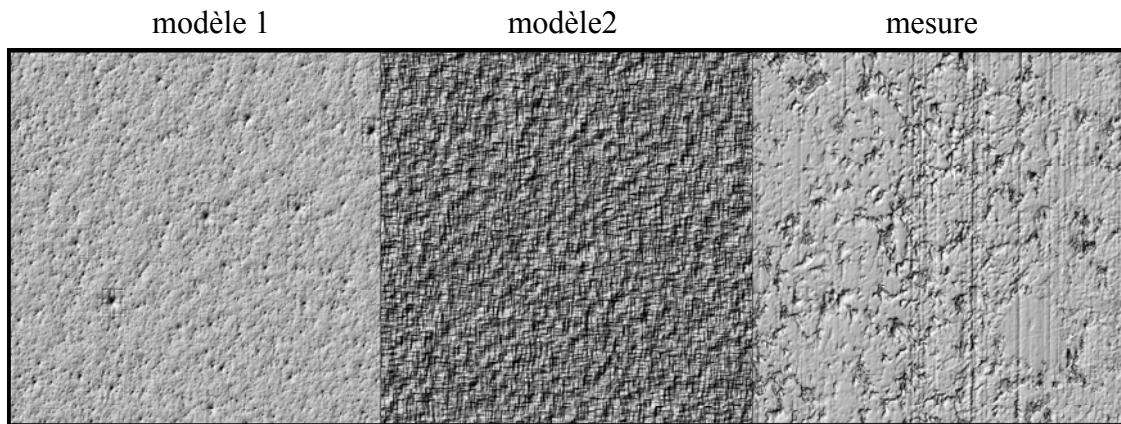


Figure 3.29 – Portion mesurée sur le rotor et simulations correspondantes

Paramètres	Sq	SSk	SKu	$\lambda_{r 0,8}$	$\lambda_{\theta 0,8}$
Rotor carbone metal (124h)	0,109 μm	- 6,3	103,5	7,5 μm	9,28 μm

Tableau 3.7 – Caractéristiques de la surface témoin (Rotor GMC2)

Stator GMC2 (24h)

De gauche à droite sur la figure 3.30 : surface simulée avec le modèle 1 ; surface simulée avec le modèle 2 ; surface mesurée.

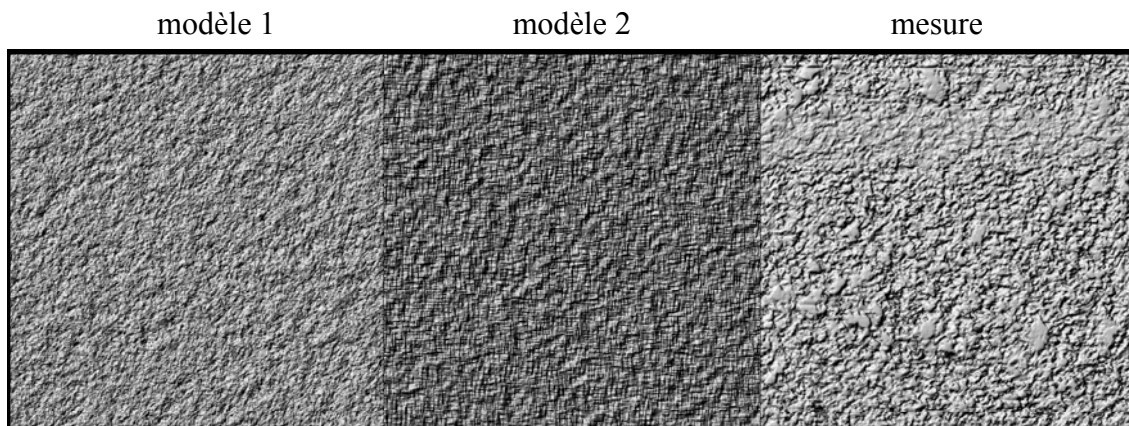


Figure 3.30 – Portion mesurée sur le stator et simulations correspondantes

Paramètres	Sq	SSk	SKu	$\lambda_{r 0,8}$	$\lambda_{\theta 0,8}$
Stator Carbure SiC (24h)	0,053 μm	- 0,7	15	7,15 μm	7,82 μm

Tableau 3.8 –Caractéristiques de la surface témoin (Stator GMC2)

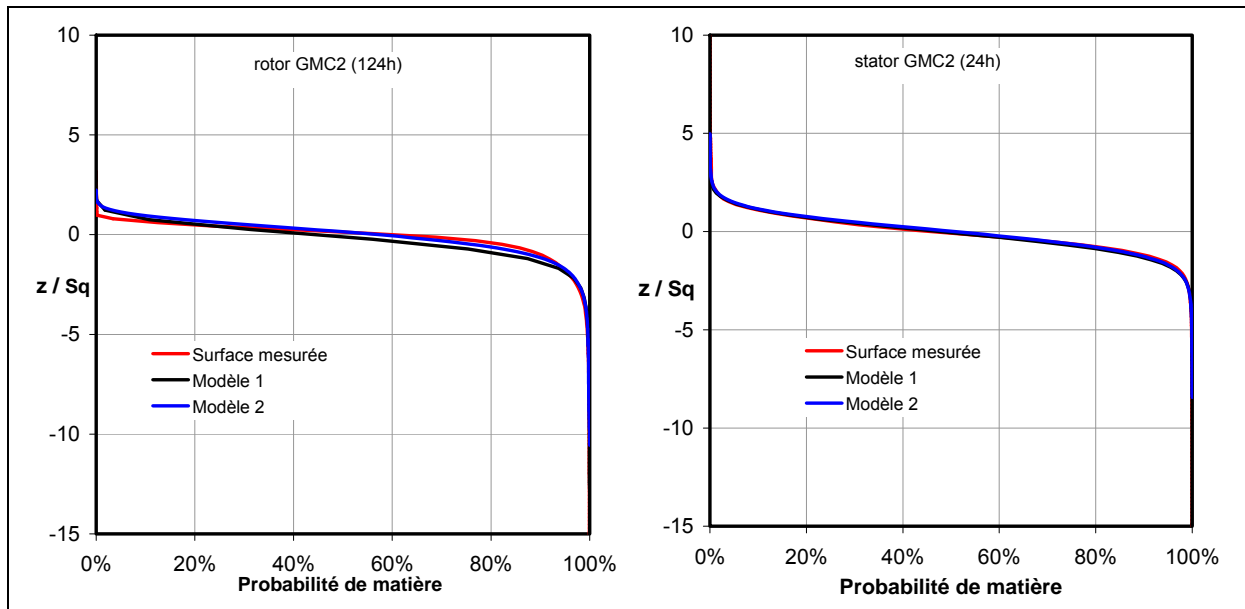
3.4.3 Distribution des hauteurs

La courbe d'Abbott permet d'estimer la capacité portante d'une surface. Le taux de portance est assimilable à la probabilité de contact entre la surface considérée et une surface parfaitement plane et lisse, connaissant leur distance de séparation. La représentation graphique choisie propose l'évaluation de la distribution des hauteurs adimensionnée en fonction de cette probabilité.

La large zone médiane de la courbe d'Abbott correspond à la partie fonctionnelle de la surface et possède une pente quasiment constante. Une valeur proche de zéro est recherchée en termes de performances. La pente varie dans de plus grandes proportions de part et d'autre de cette zone portante, définissant la zone des pics de la surface aux faibles probabilités de contact, et la zone des vallées lorsque la pente diminue de nouveau. La norme internationale ISO 13565-2 donne une procédure précise de délimitation de ces zones [109].

Les courbes des deux cas détaillés sont présentées ci-après. Les deux modèles donnent des résultats très voisins dans l'exemple du rotor, approchant correctement l'allure de la courbe correspondant à la surface réelle (fig. 3.31a). Les différences entre la surface réelle et les simulations sont à rechercher dans les variations d'agencement de la rugosité. La zone des pics est quasiment absente de l'échantillon mesuré sur le rotor après rodage. La pente de la zone médiane de la surface réelle est plus faible que celles des modèles. Ceux-ci conduisent à des surfaces légèrement moins performantes en matière de capacité portante. Cela s'explique par les déviations des paramètres (SSk ; SKu), qui affectent l'allure de la courbe. En particulier, le coefficient d'étalement SKu est toujours plus élevé sur les surfaces simulées. Cette dispersion se traduit par une augmentation du nombre de valeurs éloignées de la moyenne, dans la zone des pics et dans la zone des vallées.

Dans le cas du stator, les deux modèles donnent des résultats identiques et en très bonne concordance avec la surface mesurée (fig. 3.31b).



Figures 3.31a/3.31b – Courbes de portance des cas étudiés

3.4.4 Analyse statistique des sommets d'aspérité

Préalablement à la prise en compte du contact des aspérités dans nos modèles de lubrification des garnitures à faces rugueuses, une analyse des sommets est menée sur les six surfaces présentées au paragraphe précédent. Elle va concerner :

- la densité de sommets,
- la distribution des hauteurs des sommets,
- le rayon de courbure des sommets,
- la géométrie des aspérités.

Précisons qu'un point de la surface est classé comme sommet s'il maximise la hauteur rugueuse dans une fenêtre 3 x 3.

Densité de sommets

Le constat principal est que dans tous les cas les modèles surestiment la densité de sommets (dans un rapport 2 à 3), laquelle varie de à $0,256 \cdot 10^6 \text{ mm}^{-2}$ sur les échantillons mesurés (fig 3.32). Le modèle 2 ne permet pas de faire varier leur nombre avec l'usure. Le modèle 1 suit la tendance de la surface originale, en surestimant moins les valeurs que l'autre modèle. Toutefois, les surfaces simulées sont d'un aspect plus rugueux et comportent plus de pics, parmi lesquels se trouvent plus de sommets au sens où nous l'entendons. Les variations de tendance sont visiblement indépendantes des longueurs d'autocorrélation ; en revanche, les paramètres semblent affecter les valeurs de densité.

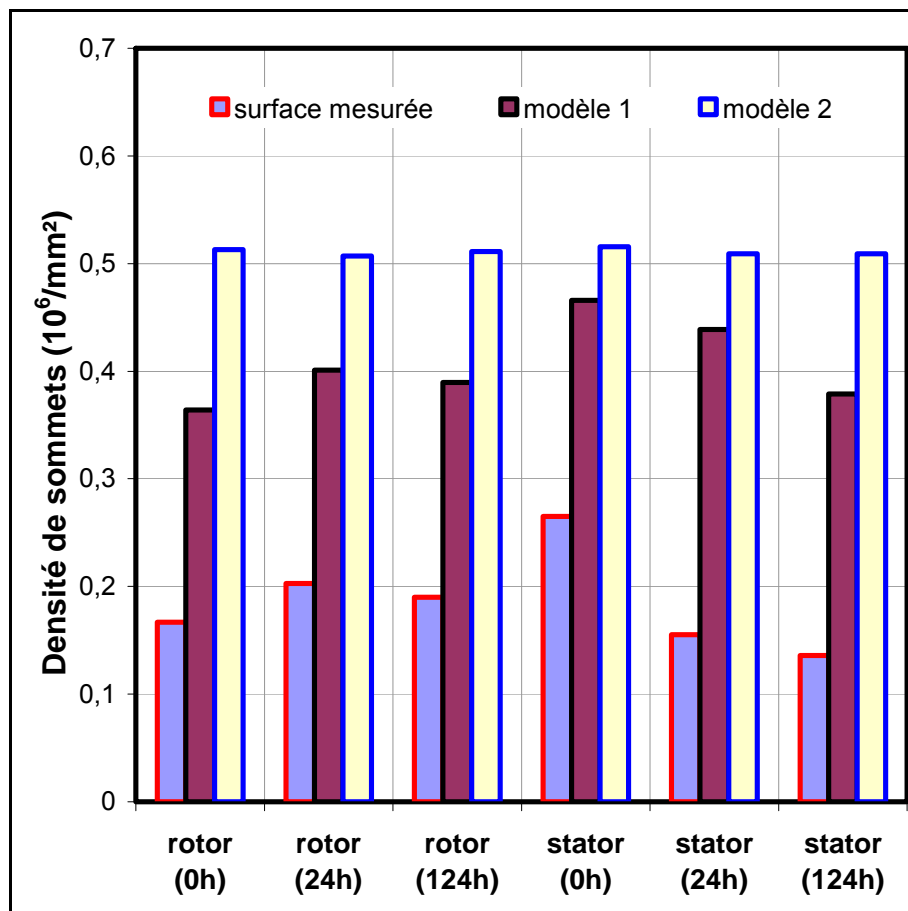


Figure 3.32 – Densité de sommets

Les valeurs obtenues par nos modèles numériques sont supérieures à celles de Lubbinge [102] et Shimomura et al. [130] [131]. Cependant la densité des sommets est un paramètre fortement dépendant de l'échelle d'analyse ; cela peut aisément se montrer en simulant des surfaces aux paramètres d'entrée identiques, mais se distinguant par leur échantillonnage latéral (fig. 3.33).

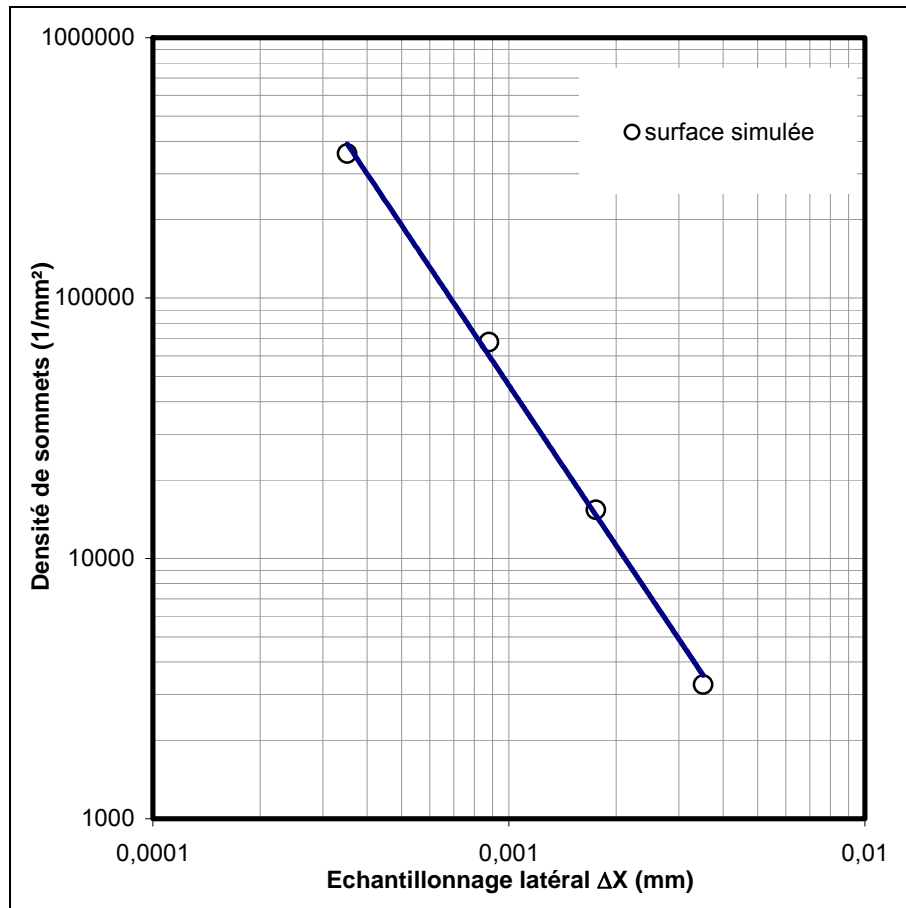


Figure 3.33 – Variabilité de la densité de sommets

Le graphe ci-dessus représente la densité des sommets mesurée en fonction de l'échantillonnage latéral utilisé. Il indique une forte relation entre le choix de l'échelle et la valeur calculée pour le paramètre, puisque la pente de la courbe est -2 . En choisissant un échantillonnage de $2\ \mu\text{m}$ par point sur nos surfaces, nous retrouvons des valeurs du même ordre que celles obtenues par Lubbinge [102] et Shimomura et al. [130], ces auteurs ayant utilisé un palpeur mécanique pour leurs mesures. Rappelons également qu'un filtrage a été effectué sur la surface réelle avant analyse. De plus, si l'échantillonnage latéral de la caméra du microscope interférométrique avec lequel les mesures ont été menées est donné pour $0,36\ \mu\text{m}$, la résolution spatiale optique est en fait limitée à $0,5\ \mu\text{m}$ du fait de la longueur d'onde de la source lumineuse.

Hauteur des sommets

L'histogramme de la figure 3.34 présente les hauteurs moyennes des sommets des surfaces étudiées dans ce paragraphe. Les valeurs sont adimensionnées par l'écart-type des hauteurs de la surface complète. Leur intervalle de variation apparaît en superposition de chaque série, positionné symétriquement par rapport à la valeur moyenne.

Les valeurs des hauteurs varient de 0,2 Sq à 1,05 Sq mais il faut rappeler que le minimum est celui de la première valeur du graphique (rotor mesuré à la phase 1), qui est entachée d'une erreur attribuée à une possible absence de rodage. A part pour les surfaces neuves, les résultats du modèle 1 sont voisins de ceux obtenus lors des mesures.

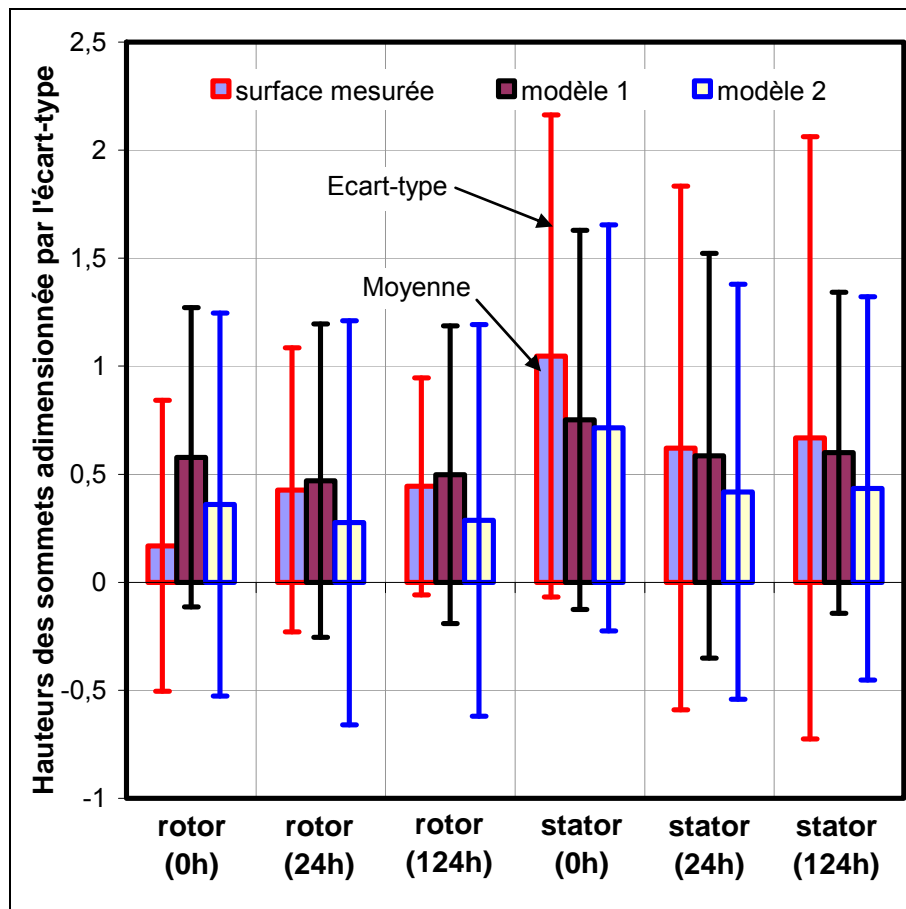


Figure 3.34 – Hauteur des sommets adimensionnée par l'écart-type

Les écarts-types varient de 0,5 Sq à 1,5 Sq. Le modèle 2 fournit des valeurs quasi constantes en la matière, généralement éloignées de celles des échantillons mesurés. Le modèle 1 est lui aussi imprécis, mais donne des écarts-types plus élevés sur les stators, comme pour les surfaces réelles.

Les sommets sont plus hauts et leur hauteur varie dans un plus grand intervalle sur le stator en carbure. Ce matériau étant dur et peu élastique, l'intervalle de variation des hauteurs de sommets ne varie presque pas avec la durée de fonctionnement. Il y a assez peu d'écarts entre les phases 2 et 3, surtout pour le stator.

Rayon moyen des sommets

Pour chaque sommet d'aspérité, un rayon de courbure est calculé par interpolation parabolique entre le sommet en question et ses deux points voisins dans les directions x et y. Si le point de hauteur z_{ij} est un sommet, alors :

$$r_x = \frac{\Delta x}{2 z_{ij} - z_{i-1j} - z_{i+1j}} \quad (3-36)$$

$$r_y = \frac{\Delta y}{2 z_{ij} - z_{ij-1} - z_{ij+1}} \quad (3-37)$$

Le rayon équivalent du sommet est donné par :

$$r_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{r_x} + \frac{1}{r_y}} \quad (3-38)$$

La figure 3.35 ci-après regroupe les valeurs moyennes du rayon équivalent des sommets calculées pour chacune des surfaces. La valeur de l'écart-type correspondant est présentée similairement à l'exemple précédent.

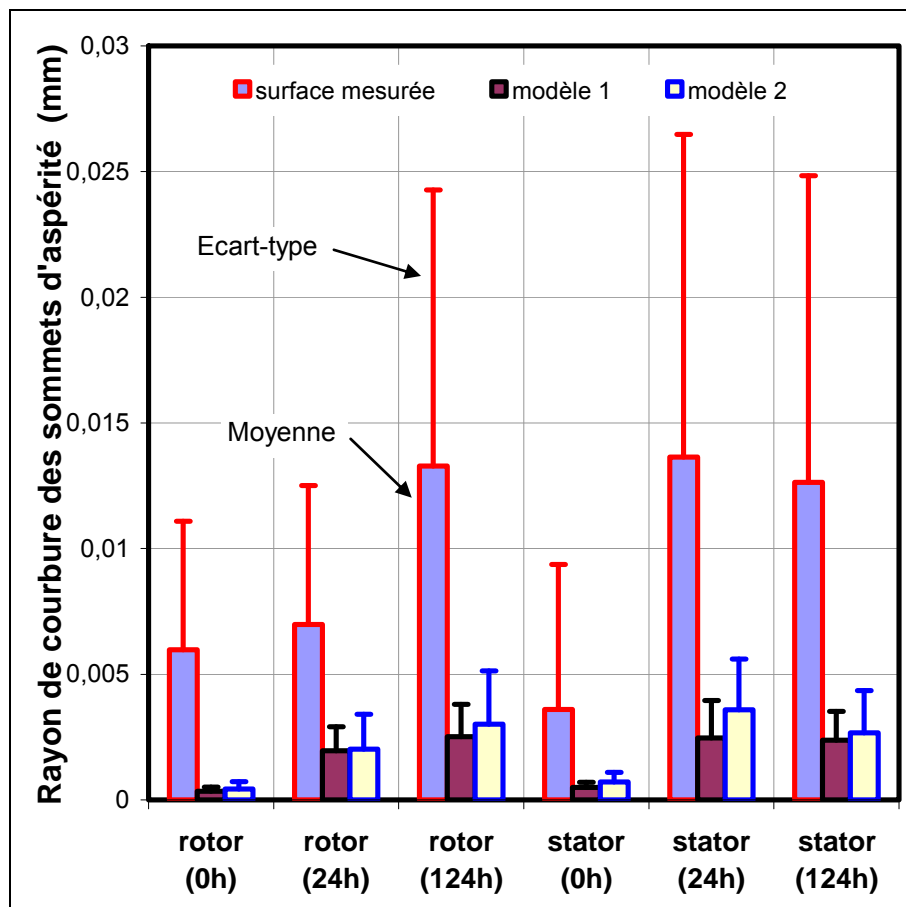


Figure 3.35 – Rayon moyen des sommets

Le constat principal est que les modèles sous-estiment grandement les rayons des sommets d'aspérité. L'intervalle de variation est donc également plus restreint. Cela confirme l'opinion évoquée lors de la description visuelle des surfaces simulées : puisque les modèles ne permettent pas de générer des structures plus grandes que les longueurs de corrélation, les sommets apparaissent plus aigus ou pointus qu'en réalité (en général d'un facteur 5), et de facto plus nombreux. A part le stator à la phase 3, les rayons de courbure d'aspérité augmentent avec la durée de fonctionnement en raison du « lissage » des sommets par le processus d'usure. Les tendances des modèles suivent celles des mesures.

Il convient de remarquer que le rayon moyen d'aspérité est lui aussi très dépendant de l'échelle d'observation, ce qui contribue à amplifier les écarts entre simulations et mesures. Par ailleurs l'écart-type des rayons est proche de la valeur moyenne aussi bien pour les surfaces simulées que mesurées. En somme, les modèles théoriques de mécanique du contact utilisant des rayons de courbure constants ne sont pas adaptés à l'étude des surfaces de garnitures mécaniques.

Rapport des rayons de courbure

La géométrie de l'aspérité constitue également un important paramètre. Les sommets sont assimilés à des demies ellipsoïdes dont la forme peut être caractérisée par le rapport des rayons de courbure :

$$k = \text{MAX} \left(\frac{r_y}{r_x}; \frac{r_x}{r_y} \right) \quad (3-39)$$

Ce rapport définit l'ellipticité du sommet d'aspérité. Le graphe ci-dessous décrit les variations de ce paramètre en termes de moyenne et d'écart-type.

Le rapport des rayons de courbure est bien différent de l'unité en toutes circonstances, signifiant que la géométrie d'aspérité ne peut pas être assimilée à une sphère (fig. 3.36). L'ellipticité moyenne obtenue est comprise entre 2 et 3 sur les surfaces mesurées. Ni les valeurs moyennes ni l'écart-type ne suivent de tendance particulière en fonction de la durée de fonctionnement. Le modèle 1 donne les résultats les moins éloignés des valeurs réelles, le modèle 2 se montrant très imparfait dans cet exemple.

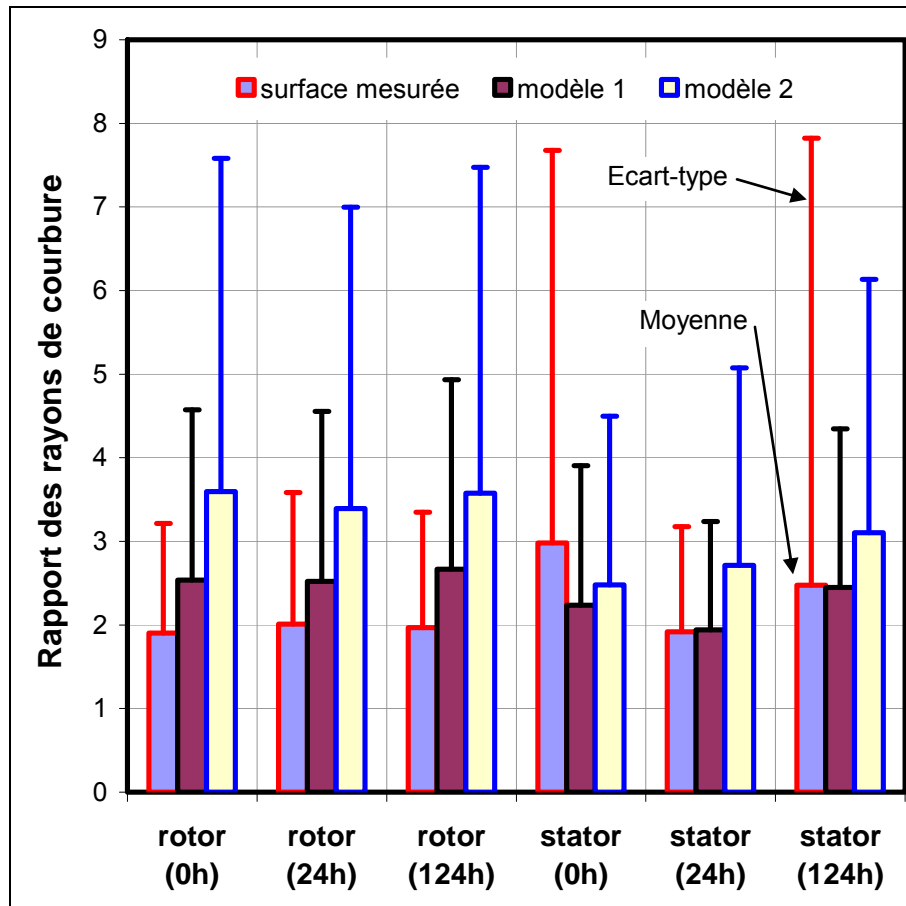


Figure 3.36 – Rapport des rayons de courbure

3.5 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté les paramètres statistiquement couramment employés pour caractériser la rugosité des surfaces, tout en évoquant quelques techniques de mesure permettant de les obtenir. Nous nous sommes ensuite intéressés à la modélisation numérique des surfaces rugueuses, en effectuant une revue bibliographique des méthodes existantes puis en présentant deux modèles numériques inspirés de la littérature. Ils permettent de générer des surfaces Gaussiennes ou non connaissant l'écart-type de la rugosité, les paramètres d'asymétrie et d'étalement de la distribution des hauteurs, et la fonction d'autocorrélation.

Une étude métrologique a été menée pour disposer de valeurs réelles de ces paramètres. Elle a consisté à analyser les états de surface de trois garnitures mécaniques à trois stades d'usure différents. Avant usage, les surfaces sont isotropes et présentent une faible corrélation. Au cours du fonctionnement, l'état de surface devient asymétrique du fait de l'élimination des pics de la rugosité par frottement. Les longueurs de corrélation augmentent, et les surfaces deviennent légèrement anisotropes, car le contact crée des rayures dans la direction circonférentielle. Les écarts-types diminuent avec la durée de fonctionnement, sauf pour la garniture 1 dont les deux faces sont en carbure. Les surfaces de garnitures mécaniques ne sont pas Gaussiennes ; il faut donc au moins utiliser les cinq paramètres précités dans les simulations numériques pour bien représenter leur rugosité.

Suite à cette analyse, nous avons réalisé des tests de validations de nos modèles de génération de surface rugueuse, en comparant leurs résultats à des échantillons mesurés. Il s'est avéré difficile de reproduire exactement les paramètres des surfaces réelles, surtout pour des valeurs élevées des coefficients (SSk ; SKu). Concernant les courbes de probabilité de matière, les modèles se sont montrés plus performants. Les surfaces étant reconstruites statistiquement, cette considération n'est cependant pas surprenante.

Les modèles développés surestiment les densités de sommets et sous-estiment les rayons de courbure d'aspérité, mais nous avons constaté un effet d'échelle très marqué pour la détermination de ce paramètre ; ils reproduisent bien les petites structures de rugosité. Pour mieux représenter des structures plus larges, il faudrait améliorer la définition de la fonction d'autocorrélation, mais cela est pour l'instant délicat sans augmenter de façon prohibitive les durées de résolution. Il semble plus prometteur de parvenir à agencer la rugosité en termes de procédés d'usinage successifs, comme l'ont fait les auteurs s'intéressant aux distributions « bi-Gaussiennes ». Dans le cas d'une surface hétérogène telle qu'une portion de garniture mécanique en carbone, cela permettrait de considérer séparément la structure fine de la rugosité et les larges crevasses, qui ne peuvent pas être assimilés par la seule fonction d'autocorrélation.

Par ailleurs, les imprécisions constatées laissent à penser que des paramètres supplémentaires devront être pris en compte à l'avenir. La future normalisation surfacique, en plus d'étendre la définition des paramètres jusqu'à présent uniquement décrits pour des profils rugueux, est susceptible de proposer de nouveaux paramètres propres aux surfaces tridimensionnelles, ce qui constituerait probablement une avancée appréciable.

Dans le strict cadre de notre étude de la lubrification mixte des garnitures mécaniques d'étanchéité, les échantillons simulés sont tout de même suffisants pour entreprendre de modéliser l'écoulement au sein d'une garniture présentant des faces rugueuses.

4 Modélisation numérique de l'écoulement

Nous venons d'exposer notre méthode pour caractériser la rugosité et obtenir des surfaces rugueuses sous forme numérique. Ce chapitre va maintenant présenter notre traitement du problème d'écoulement dans les garnitures mécaniques d'étanchéité. Une approche déterministe a été retenue. Nous commencerons par détailler les hypothèses de notre modélisation. Ce travail présente des simplifications par rapport aux conditions de fonctionnement réelles décrites dans le premier chapitre. Ces simplifications seront explicitées et justifiées. Nous formulerons ensuite les équations qui seront utilisées dans la présente étude. Dans un premier temps, c'est la modélisation numérique de l'écoulement qui sera abordée. La deuxième partie du chapitre décrira un modèle analytique simple de mécanique du contact élastique. La combinaison des deux modèles retenus constitue le modèle de lubrification mixte que nous allons détailler dans la suite du chapitre. La technique de résolution employée et les différents cas particuliers pouvant être rencontrés dans les calculs seront énoncés.

4.1 Problématique

Le cheminement de la modélisation consiste tout d'abord à définir la géométrie du rotor et du stator de la garniture, et à discrétiser le domaine interfacial occupé par le fluide.

4.1.1 *Géométrie et hypothèses retenues*

Configuration géométrique

Les dimensions retenues sont celles des garnitures analysées dans l'étude métrologique. Seule une portion angulaire sera modélisée, ce qui nous obligera à poser des conditions de

périodicité aux frontières circonférentielles pour assurer la continuité du domaine (fig. 4.1). Celui-ci est délimité par les surfaces et les rayons intérieur et extérieur de la garniture.

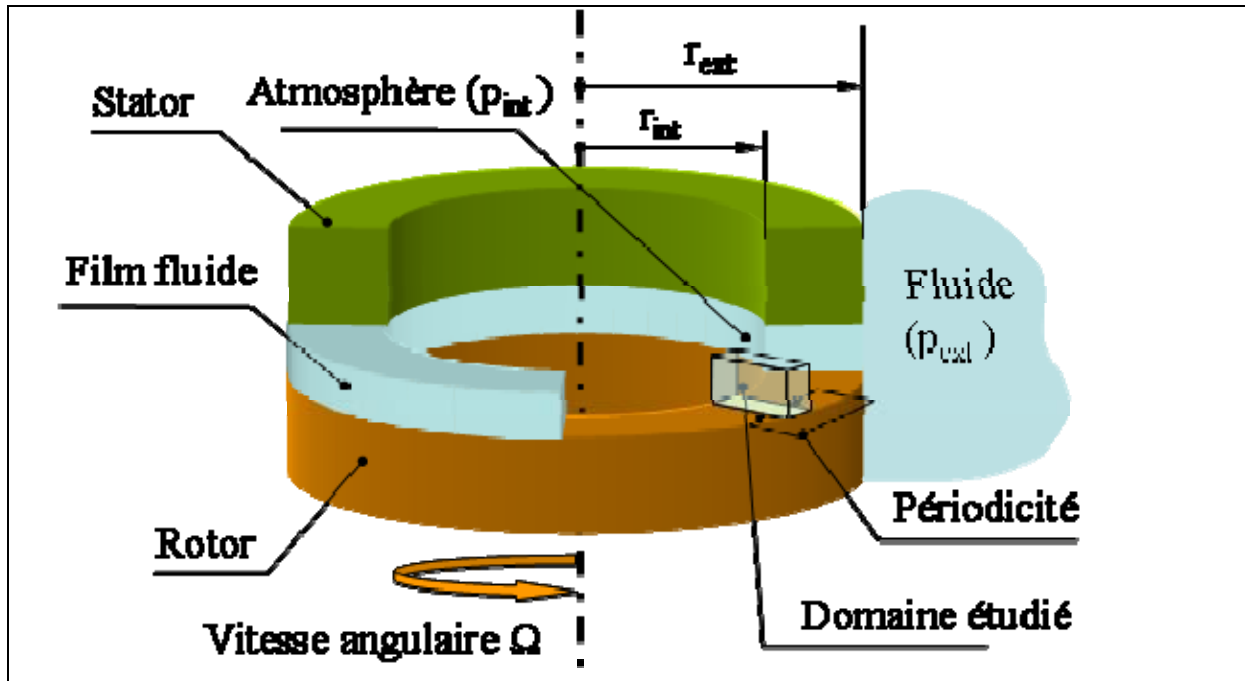


Figure 4.1 – Vue schématique de la garniture modélisée

Écoulement et équilibrage

L'écoulement à travers une garniture mécanique est dû à l'existence d'un gradient de pression entre les rayons intérieur et extérieur du joint (écoulement de Poiseuille) et à un mouvement relatif des surfaces entre lesquelles circule le fluide (écoulement de Couette). La combinaison de ces effets génère au sein du film mince une force axiale appelée portance. Si les vitesses sont faibles et le gradient de pression élevé, elle est principalement hydrostatique. Cette force contribue à l'écartement des faces du joint.

En régime de lubrification mixte, le contact des aspérités s'ajoute à la charge axiale. La somme W_t de ces efforts ponctuels et de la portance fluide W_h constitue la force d'ouverture, notée F_{ouv} :

$$F_{ouv} = W_t + W_h \quad (4-1)$$

La force compensatrice permettant de garantir l'équilibre du système est apportée par l'action de la pression du fluide sur la face opposée de la pièce flottante. Nous rappelons ici sa définition usuelle :

$$F_{ferm} = \pi(r_{ext}^2 - r_h^2)p_{ext} + \pi(r_h^2 - r_{int}^2)p_{int} \quad (4-2)$$

Nous supposons en effet que F_{res} , la charge appliquée au niveau des ressorts, et F_{sec} , celle exercée par le joint torique (étanchéité secondaire) sont négligeables car très faibles en comparaison des pressions : $F_{res} = F_{sec} = 0$ N.

Les garnitures utilisées lors de l'étude métrologique sont des joints compensés à rotor flottant ; dans ce cas, c'est sur l'arrière du rotor que la pression p_{ext} s'applique, sur une couronne d'aire S_h délimitée par le rayon hydraulique r_h (fig. 4.2).

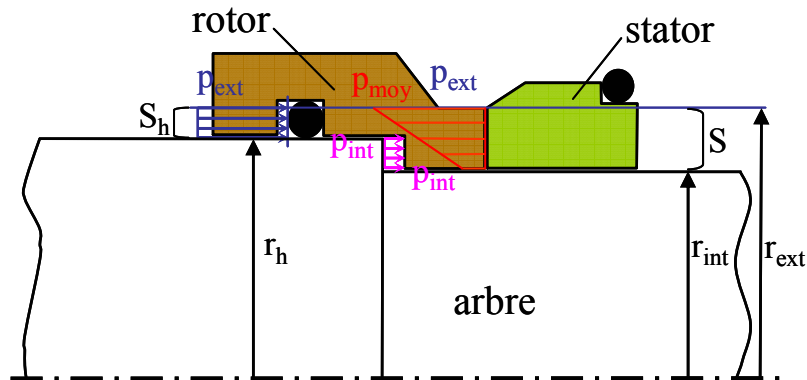


Figure 4.2 – Efforts s'exerçant sur les anneaux de la garniture

Le rayon hydraulique r_h est la distance minimale entre le centre de l'arbre et le lieu où s'applique la pression p_{ext} . Il permet de calculer b_h , le facteur d'équilibrage de la garniture, également appelé coefficient de compensation :

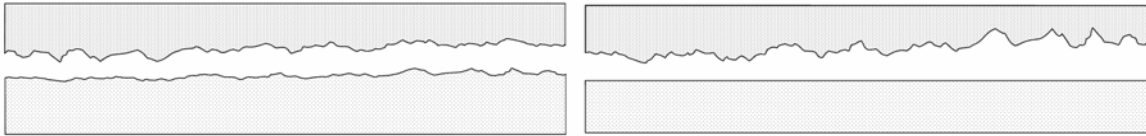
$$b_h = \frac{(r_{ext}^2 - r_h^2)}{(r_{ext}^2 - r_{int}^2)} = \frac{S_h}{S} \quad (4-3)$$

La force de fermeture peut donc aussi s'écrire :

$$F_{ferm} = (b_h p_{ext} + (1 - b_h) p_{int}) S \quad (4-4)$$

Autres hypothèses

Le caractère exploratoire de la présente étude nous conduit à employer plusieurs hypothèses simplificatrices afin de nous concentrer sur les seules caractéristiques du régime de lubrification mixte. Ainsi, les effets thermiques ne seront pas pris en compte dans notre modèle, bien qu'il existe des conditions de fonctionnement des garnitures (fluide visqueux, vitesses élevées) pour lesquelles les déformations thermoélastiques influencent dans une part conséquente la microgéométrie des surfaces, du fait de la très faible épaisseur du film. De plus, nous effectuerons la modélisation d'un contact « équivalent », entre une surface rugueuse et une surface lisse (figs 4.3). C'est une simplification manifeste par rapport à la réalité, puisque toute surface présente des rugosités. Cette hypothèse offre tout de même deux avantages : le premier est de pouvoir ramener le problème à une configuration stationnaire en imposant l'immobilité de la surface rugueuse. La pièce lisse de la garniture sera animée d'une vitesse V_2^0 . Le second avantage est de pouvoir placer l'origine des axes sur la surface lisse ($\beta_2 = 0$). Les faces de la garniture seront supposées alignées et planes (en moyenne). Un angle de conicité du stator sera ajouté dans certains cas.



Figures 4.3a/4.3b – Contact réel / Contact équivalent

Le rotor (lisse) sera supposé en carbure de silicium. La rugosité du stator en carbone sera obtenue par simulation numérique, à l'aide du modèle 1 (celui dont les profils d'autocorrélation sont exponentiels) présenté au paragraphe 3.2.3. Les valeurs retenues sont celles d'une garniture rodée dont la surface est presque isotrope (tableau 4.1). Elles ont été choisies afin d'approcher la moyenne des données recueillies pour les six pièces étudiées lors de la phase 2 de l'étude métrologique. Le pas d'échantillonnage est originellement de $1\ \mu\text{m}$ dans chaque direction. Ce choix est dicté par les résultats de l'étude métrologique : les longueurs d'autocorrélation mesurées sur des garnitures mécaniques ne sont généralement que de quelques microns, et il faut donc plusieurs noeuds pour les décrire correctement. En contrepartie, cette valeur très faible impose d'utiliser des maillages comportant un très grand nombre de noeuds. Une étude de l'influence de l'échantillonnage sera effectuée dans le prochain chapitre. Enfin, la condition de périodicité empêche d'utiliser une surface mesurée, ce qui justifie le recours aux simulations numériques pour l'obtention d'une surface rugueuse.

Récapitulatif des paramètres

Grandeur	Symbole	Valeur
Rayon intérieur	r_{int}	29 mm
Rayon extérieur	r_{ext}	33 mm
Séparation des plans moyens	L	$1\ \mu\text{m}$
Conicité des faces	$\beta = \beta_1 - \beta_2$	0 rad
Densité à 20°C	ρ_0	$10^3\ \text{kg/m}^3$
Viscosité dynamique à 20°C	μ	$10^{-3}\ \text{Pa}\cdot\text{s}$
Gradient de pression	$\Delta p = p_{\text{ext}} - p_{\text{int}}$	1 MPa
Module d'élasticité du stator	E_1	400 GPa
Coefficient de poisson du stator	ν_1	0,17
Module d'élasticité du rotor	E_2	20 GPa
Coefficient de poisson du rotor	ν_2	0,2
Ecart-type de la rugosité	Sq	$0,1\ \mu\text{m}$
Longueur d'autocorrélation radiale à 80%	λ_r	$8\ \mu\text{m}$
Longueur d'autocorrélation circonférentielle à 80%	λ_θ	$10\ \mu\text{m}$
Paramètre d'asymétrie visé	SSk	- 4
Paramètre d'étalement visé	SKu	35

Tableau 4.1 – Données du modèle

4.1.2 Théorie

Pression

L'équation de Reynolds traduit la conservation de la masse du lubrifiant dans le contact. En supposant qu'il n'y a pas de glissement entre les surfaces et le fluide, et que celui-ci est isovisqueux, elle s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] = & 6\rho r (V_1^r - V_2^r) \frac{\partial h}{\partial r} + 6\rho (V_1^\theta - V_2^\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 6\rho h (V_1^r + V_2^r) \\ & + 6 \frac{\partial}{\partial r} [\rho r h (V_1^r + V_2^r)] + 6 \frac{\partial}{\partial \theta} [\rho h (V_1^\theta + V_2^\theta)] + 12\rho r V_1^z + 12r h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (4-5)$$

Cette équation revêt une forme simplifiée dans le cas d'un modèle de garniture mécanique avec stator à trois degrés de liberté puisque :

$$V_2^r = V_1^r = V_1^\theta = 0 \quad (4-6)$$

En régime permanent $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, et en imposant la stationnarité de la surface 1 (stator) $V_1^z = 0$.

La vitesse de rotation de la pièce 2 (rotor) étant indépendante de θ , l'équation de Reynolds correspondant à notre étude est la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] = 6\rho V_2^\theta \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (4-7)$$

La présence d'un second membre non nul dans cette équation permet la génération d'une portance hydrodynamique au sein du contact.

Epaisseur de film

En plaçant l'origine des axes sur la surface 2, l'épaisseur de film est alors l'addition de la distance de séparation des faces L et de la hauteur rugueuse h_r de la surface 1, obtenue par simulation (fig. 4.4).

$$h_1 = L - h_r = h \quad (4-8)$$

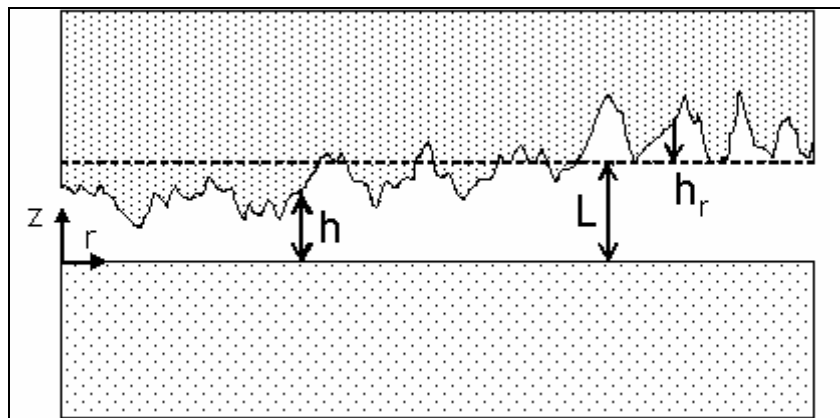


Figure 4.4 – Epaisseur de film dans la modélisation déterministe

Rupture du film lubrifiant

Suivant la géométrie de l'interface, les conditions rencontrées (vitesse, température) ou les conditions aux limites choisies, la résolution de l'équation (4-7) peut conduire à la détermination de pressions inférieures à la valeur choisie comme référence. Ces dépressions occasionnent de fortes contraintes au sein du fluide pouvant entraîner la rupture du film. Ces effets sont regroupés sous le vocable de « cavitation ». Parmi les multiples causes d'apparition de ce phénomène, les principales sont [5] [135] :

- l'étirement du fluide dans la direction du mouvement, du fait de la vitesse et/ou des variations de la géométrie locale,
- la vaporisation du fluide à la température ambiante si les pressions deviennent inférieures à la pression de vapeur saturante (pression à laquelle les phases gazeuse et liquide du fluide sont en équilibre),
- l'introduction de gaz (généralement de l'air) en provenance de l'atmosphère ambiant,
- la diffusion des gaz contenus dans le fluide (c'est le cas des huiles minérales).

Ces deux dernières raisons sont souvent dénommées « cavitation gazeuse ». Dans notre modèle, la rupture de la continuité du milieu fluide est essentiellement due à la première cause énoncée, mais les effets de cavitation peuvent se produire dans bien d'autres circonstances : écoulements à caractère fortement non permanent (coups de bélier), vibrations des parois bordant l'écoulement, etc. C'est une transformation à température constante où, dans les zones dites « cavitées », la pression tend à se stabiliser vers une valeur proche de la pression de vapeur saturante.

Un algorithme numérique traitant ce phénomène a été développé par plusieurs auteurs, comme par exemple Elrod [136]. Bonneau et Hajjam [137] ont poursuivi l'approche dans le cas élastohydrodynamique. Dans le cadre de notre modèle, cela revient à distinguer deux états :

- l'état « non cavité » pour les zones de film complet, pour lesquelles la distribution de pression est décrite par l'équation (4-7),
- l'état « cavité » où le film est rompu. Le fluide se trouve dans une phase « mixte » liquide-vapeur. Dans ce cas, c'est la densité du fluide qui varie ; la pression est fixée à une valeur constante p_{cav} (« pression de cavitation ») donnée au préalable.

Nous introduisons une fonction booléenne F représentant ces deux états, et une variable universelle D remplaçant alternativement la pression ou la densité. En incorporant ces deux grandeurs dans l'équation de Reynolds (4-7), nous obtenons :

$$F \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r h^3}{\mu} \frac{\partial D}{\partial r} \right) + F \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{\mu r} \frac{\partial D}{\partial \theta} \right) = 6 V_2^\theta \left[\frac{\partial h}{\partial \theta} + (1 - F) \frac{\partial}{\partial \theta} (hD) \right] \quad (4-9)$$

Pour tout élément non cavité :

$$F = 1 \quad D = p - p_{cav} \quad \rho = \rho_0 \quad (4-10)$$

A l'inverse, si l'élément considéré est cavité :

$$F = 0 \quad D = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \quad p = p_{cav} \quad (4-11)$$

L'autre cause de rupture du film en régime de lubrification mixte est le contact entre les surfaces. Les zones concernées sont évidemment exclues du calcul précédent, et doivent être étudiées différemment.

4.2 Modélisation du contact

Après la description de l'écoulement, l'autre composante du modèle de lubrification mixte est la prise en compte du contact des aspérités. Suite à la revue bibliographique effectuée sur ce thème, aucun des modèles stochastiques existants ne nous a paru suffisamment fiable. Les raisons ont été débattues, et résident principalement dans le manque d'études de validation, empêchant à l'un des modèles de se démarquer, et le trop grand nombre d'hypothèses peu réalistes qu'ils utilisent. Nous faisons donc le choix d'une modélisation déterministe de ce phénomène. Toutefois, une telle approche nécessitant de très lourds calculs, il est nécessaire de simplifier la description du problème de façon significative pour ne pas excessivement augmenter le temps d'obtention de la solution.

4.2.1 Hypothèses

Nous pourrions écarter deux conditions couramment rencontrées dans les modèles stochastiques : le choix d'une distribution Gaussienne des hauteurs d'aspérité, puisque nous utiliserons des surfaces simulées représentatives des états de surface de garnitures ; la géométrie sphérique des sommets d'aspérité, qui sont de forme elliptique comme cela a été démontré au paragraphe 3.4.

La quantification du frottement tangentiel, dû notamment à la rotation relative des faces, est un problème extrêmement complexe à appréhender. Au sein d'une garniture mécanique, le contact intervient brièvement lors des phases de fonctionnements transitoires (arrêts ou démarrages) ou de manière plus prolongée lors du rodage, mais est ensuite moins fréquent au cours de la durée de vie du joint. Les charges de contact sont peu élevées et les anneaux sont généralement constitués de matériaux fragiles, ne pouvant pas subir de déformations plastiques. Ainsi, nous suggérons que seule la composante normale de l'effort de contact supporté par les aspérités contribue aux déformations de celles-ci. La composante tangentielle sera prise en compte par l'intermédiaire d'un coefficient de frottement.

Nous décrivons la rugosité en définissant une géométrie des aspérités situées au-dessus du plan moyen de la surface et susceptibles d'entrer en contact. Nous recherchons les sommets des aspérités, qui sont des maximums locaux de la hauteur rugueuse. La rugosité étant générée selon les directions principales ($r ; \theta$), les axes des ellipsoïdes sont supposés colinéaires à celles-ci. La surface antagoniste est un plan lisse. Les solides sont en équilibre et les dimensions des zones de contact sont très petites par rapport aux rayons de courbure des aspérités.

4.2.2 Formulation théorique

Nous suivons le modèle décrit par Hamrock et Dowson [138] décrivant un contact ellipse/plan (fig. 4.5). La pression maximale élastique dans un contact ellipsoïdal a été calculée par Hertz et vaut :

$$P_{cMAX} = \frac{3}{2} \frac{W_c}{\pi ab} \quad (4-12)$$

où :

- W_c est la charge de contact,
- a et b sont respectivement le demi grand axe et le demi petit axe de l'ellipse de contact.

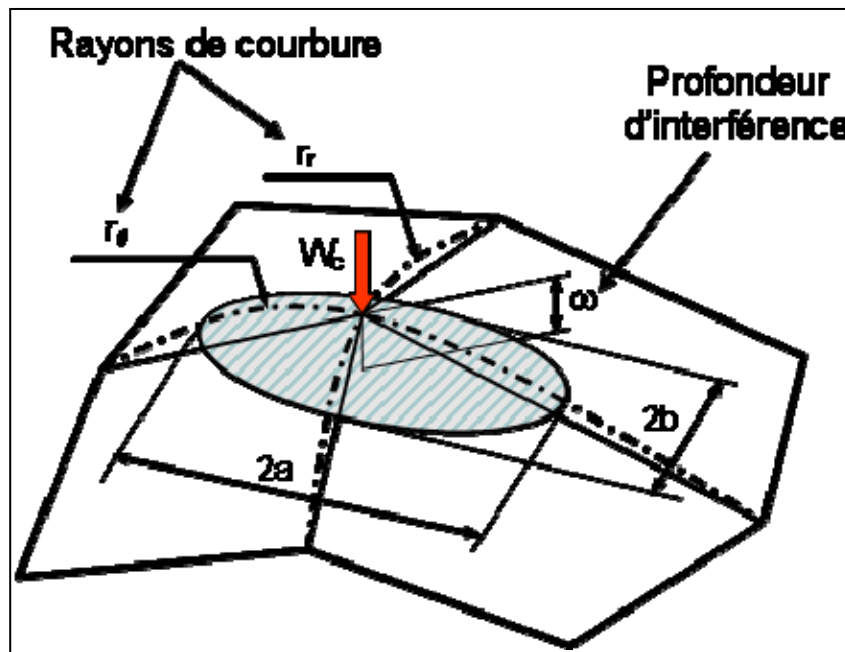


Figure 4.5 – Contact au sommet d'une aspérité

Le paramètre d'ellipticité du contact peut être défini comme suit :

$$k = \frac{a}{b} \quad (4-13)$$

Soit Γ la différence de courbure du contact définie par :

$$\Gamma = r_{eq} \left(\frac{1}{r_r} - \frac{1}{r_\theta} \right) \quad (4-14)$$

Les rayons de courbure r_r et r_θ ainsi que le rayon d'aspérité équivalent ont été définis au paragraphe 3.4.4.

Harris [139] a démontré que le paramètre k peut être utilisé pour relier cette différence de courbure avec les intégrales elliptiques de première et seconde forme \mathcal{E} et \mathcal{F} :

$$k = \left[\frac{2\mathcal{F} - \mathcal{E}(1 + \Gamma)}{\mathcal{E}(1 - \Gamma)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-15)$$

$$\mathcal{E} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2(\phi) \right]^{\frac{1}{2}} d\phi \quad (4-16)$$

$$\mathcal{F} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2(\phi) \right]^{-\frac{1}{2}} d\phi \quad (4-17)$$

La valeur de Γ est connue pour chaque point en contact. Une valeur initiale du nombre k est fixée, par exemple suivant la formule de Brewe et Hamrock [140] :

$$k_0 = 1,0339 \left(\frac{\text{MAX}(r_r; r_\theta)}{\text{min}(r_r; r_\theta)} \right)^{0,636} \quad (4-18)$$

Les intégrales \mathcal{E} et \mathcal{F} sont alors calculées et leurs valeurs reportées dans la formule (4-15). Un processus itératif (méthode de Newton) est alors initié pour modifier la valeur de k . Lorsque la valeur finale de l'ellipticité est déterminée, tous les paramètres permettant de calculer la charge de contact sont connus. La charge de contact W_c est déduite de la valeur de l'interférence ω :

$$\omega = \mathcal{F} \left[\frac{9}{2\mathcal{E} r_{eq}} \left(\frac{W_c}{\pi k E_{eq}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4-19)$$

d'où :

$$W_c = \pi k E_{eq} \left[\frac{2\mathcal{E} r_{eq}}{9} \left(\frac{\omega}{\mathcal{F}} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-20)$$

E_{eq} est le module d'élasticité équivalent du contact, mais sa définition est différente de celui du modèle GW :

$$E_{eq} = \frac{2}{\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) + \left(\frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} = 2 E' \quad (4-21)$$

La charge totale de contact W_t est la somme des charges supportées par toutes les aspérités de la surface :

$$W_t = \sum_{nsc} W_c \quad (4-22)$$

Le sigle nsc désigne le nombre de sommets en contact. Les dimensions de l'ellipse de contact sont alors données par :

$$a = \left(\frac{6k^2 \mathfrak{E} W_c r_{eq}}{\pi E_{eq}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4-23)$$

$$b = \left(\frac{6 \mathfrak{E} W_c r_{eq}}{\pi k E_{eq}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4-24)$$

Il est maintenant possible de calculer la pression de contact donnée par l'équation (4-12), ainsi que l'aire de contact au niveau d'une aspérité :

$$A_c = \pi a b \quad (4-25)$$

L'aire totale de contact est égale à :

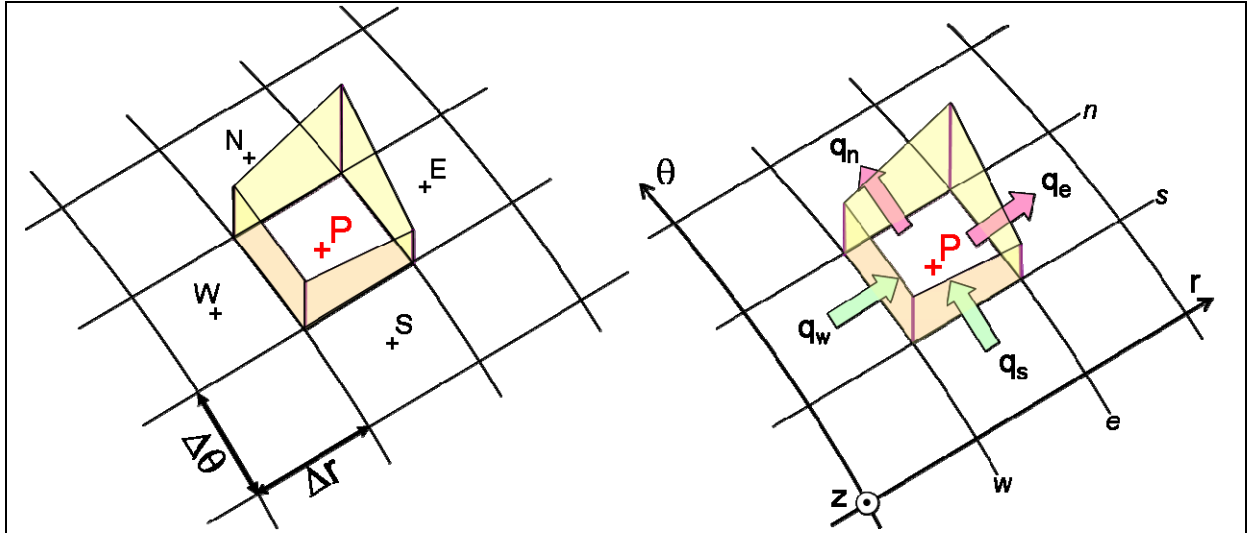
$$A_t = \sum_{nsc} A_c \quad (4-26)$$

4.3 Modélisation de l'écoulement par la méthode des volumes finis

Dans sa forme (4-9), l'équation de Reynolds n'admet pas de solution analytique. Le problème doit donc être résolu numériquement. La méthode des différences finies est couramment utilisée pour le traitement des problèmes de lubrification, mais nous lui préférons celle des volumes finis, dont les règles d'application vont s'avérer mieux adaptées aux conditions de lubrification mixte, et notamment parce qu'elle assure une meilleure conservation du débit. Les bases de cette technique sont livrées dans l'ouvrage de Patankar [141].

4.3.1 Présentation

L'équation de Reynolds est une équation de flux « diffusive » traduisant l'équilibre des débits circulant dans le contact. La méthode des volumes finis nous permet de tirer profit de cette définition en reportant notre intérêt sur les débits locaux qui, une fois exprimés, conduisent à la détermination des pressions locales. Sa mise en œuvre consiste à discrétiser l'interface en volumes élémentaires, constituant ainsi un maillage du domaine fluide (figs. 4.6). La valeur de la pression au sein d'un élément est supposée constante, et doit être exprimée en fonction de celle régnant dans chacun des éléments voisins au moyen de la loi de conservation.



Figures 4.6a/4.6b – Géométrie d'un élément / Bilan des débits

Le maillage est une grille régulière dans le plan $(r ; \theta)$ comprenant N_r éléments dans la direction radiale et N_θ éléments dans la direction circonférentielle. Tous les éléments ont une base identique. Un seul niveau de raffinement est utilisé car les variations locales de la charge de contact sont peu importantes, et les pressions de contact demeurent proches de la pression d'alimentation. Les hauteurs sont générées aux coins des éléments, définissant ainsi les sections de passage du fluide. La pression (ou la densité) étant calculée aux nœuds, les problèmes d'écoulement sont donc traités séparément des problèmes de contact.

4.3.2 Résolution

Le flux est positif dans le sens des axes. Les débits résultant de la distribution de la pression et du mouvement des faces doivent s'annuler dans chacun des éléments du maillage. La condition qui doit être respectée dans tout élément de nœud P est donc :

$$q_w(r) + q_s(r) - q_e(\theta) - q_n(\theta) = 0 \quad (4-27)$$

avec :

$$q(r) = -\frac{\rho_0 r h^3 \Delta\theta}{12\mu} \frac{\partial FD}{\partial r} \quad (4-28)$$

$$q(\theta) = -\Delta r \left(\frac{\rho_0 h^3}{12\mu r} \frac{\partial FD}{\partial \theta} - \frac{1}{2} \rho_0 V_2^\theta h D (1 - F) \right) \quad (4-29)$$

Ces formules font apparaître la valeur de la pression au sein des éléments de nœuds P, W, S, E et N par l'intermédiaire des gradients de pression. La condition (4-27) peut s'écrire sous la forme :

$$c_p D_P + c_w D_W + c_s D_S + c_e D_E + c_n D_N + Su = 0 \quad (4-30)$$

Prenons l'exemple du flux entrant par la face sud de l'élément de nœud P. La variation de pression de part et d'autre de cette face est approchée par la relation :

$$\left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_s \approx \frac{p_P - p_S}{\Delta \theta} \quad (4-31)$$

Le coefficient c_s vaut alors :

$$c_s = -\frac{\rho \Delta r h^3}{12 \mu r_p \Delta \theta} \quad (4-32)$$

Dans l'équation (4-30), le terme source S_u , provenant de la présence d'un terme de Couette dans (4-29), ainsi que les coefficients c_i sont tous fonction de grandeurs connues, et peuvent donc être calculés dans l'intégralité du maillage. Il reste alors à déterminer la pression après avoir défini les conditions aux limites sur les frontières du domaine. Par simplicité la pression ambiante sera prise comme référence ; nous évaluerons donc des pressions relatives :

$$\begin{cases} p(r_{\text{int}}; \theta) = p_{\text{int}} = 0 \text{ Pa} = p_{\text{ref}} \\ p(r_{\text{ext}}; \theta) = p_{\text{ext}} = 1 \text{ MPa} \end{cases} \quad (4-33)$$

La continuité de la pression le long des frontières circonférentielles est assurée en imposant la condition suivante sur le débit défini par l'équation (4-29) :

$$q_n(N_\theta) = q_s(1) \quad (4-34)$$

Dans les zones cavitées, la pression est supposée constante, ce qui annule le gradient de pression. Le fluide peut tout de même circuler dans la direction circonférentielle en raison de la présence du terme source. Dans ce cas, l'équation (4-29) devient :

$$q(\theta) = \frac{1}{2} \rho_0 V_2^\theta h - \rho V_2^\theta \quad (4-35)$$

4.3.3 Epaisseur minimale admissible

Puisque notre modèle ne prend pas en compte la déformation des surfaces, des pics de pression hydrodynamique peuvent être obtenus lorsque la valeur de h devient très faible. Pour éviter de rencontrer ce cas de figure, nous imposons une valeur minimale à l'épaisseur de film. Cette valeur seuil sera dénommée h_{ref} :

$$h = \text{MAX}(h; h_{\text{ref}}) \quad (4-36)$$

Afin de ne pas se montrer trop restrictif, nous ne choisissons pas une valeur arbitraire du minimum de l'épaisseur locale de film. Nous préférons envisager le cas « limite », correspondant à un flux hydrodynamique maximal entrant dans un élément dont les faces nord et est sont bloquées (contact), et dont la face ouest est adjacente à un élément cavité. Le débit entrant causé par le mouvement relatif des faces doit être équilibré par le débit dû au champ de pression, lequel doit lui-même ressortir par cette face (sud) ; la pression maximale admissible est dictée par la limite élastique du matériau le plus tendre.

Cela se traduit par la condition suivante, en appelant ΔX la distance entre deux nœuds consécutifs indifféremment de la direction d'observation :

$$q_{\text{Couette}} = \frac{1}{2} V_2^\theta h_{\text{ref}} = \frac{h_{\text{ref}}^3}{12\mu} \frac{p_{\text{MAX}}}{\Delta X} = q_{\text{Poiseuille}} \quad (4-37)$$

soit :

$$h_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{6\mu V_2^\theta \Delta X}{p_{\text{MAX}}}} \quad (4-38)$$

4.3.4 Zones de contact

Trois possibilités se présentent pour déterminer la section de passage du fluide au sein d'un élément (fig. 4.7).

Lorsqu'il n'y a pas contact entre les surfaces, une valeur moyenne de l'épaisseur locale dénommée h_{moy} associée à chaque face d'un élément est interpolée pour calculer les débits à l'aide des équations (4-28) et (4-29), ou (4-35).

En cas de contact ponctuel, une seule des deux valeurs de la hauteur locale délimitant une face est négative ou nulle. La section de passage est alors réduite à un triangle rectangle. Si h_{moy} désigne la hauteur du rectangle de largeur ΔX et d'aire équivalente, la valeur de l'épaisseur correspondante est obtenue en comparant h_{moy} à h_{ref} dans la condition (4-36), la plus grande des deux valeurs étant retenue.

Si deux hauteurs consécutives sont négatives ou nulles, la face correspondante est bloquée. La hauteur moyenne est alors mise à zéro, annulant le débit local.

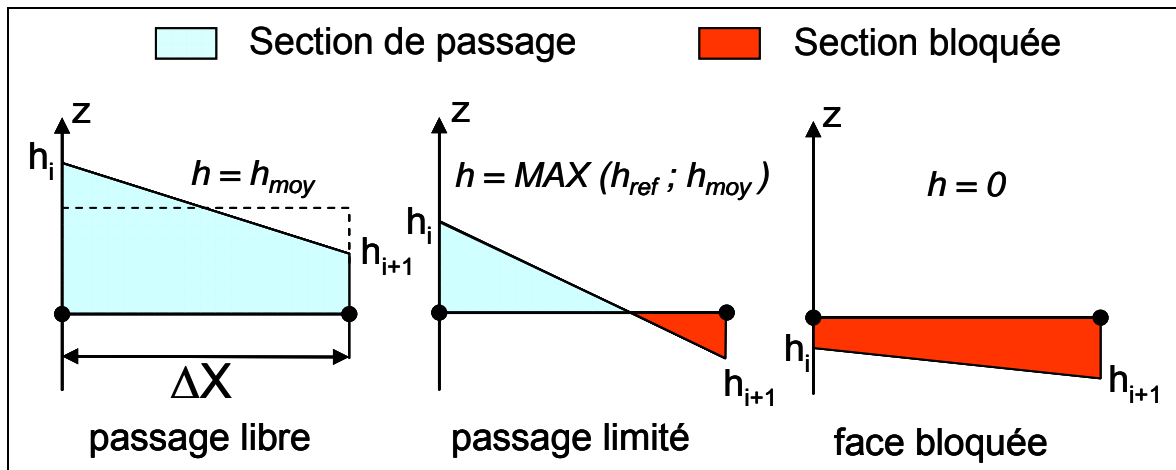


Figure 4.7 – Gestion du contact

L'avantage de cette technique est de pouvoir calculer un débit local et donc une pression hydrodynamique locale pour un élément possédant une ou deux faces bloquées. En revanche, si un élément a ses quatre faces bloquées, le nœud est enfermé et exclu du calcul de la pression.

4.4 Résolution numérique

Après avoir choisi les caractéristiques du joint et du fluide, défini le maillage et les surfaces, le problème de lubrification mixte peut être abordé. La première étape consiste à détecter les zones de contact éventuelles correspondant à l'écartement des faces initial, pour notamment déterminer la charge totale de contact W_t . La recherche de sommets d'aspérités de la rugosité a été exposée au paragraphe 3.4, et le modèle de contact ellipse/plan a été décrit au paragraphe 4.2.2.

4.4.1 Méthode numérique

Lorsque les zones de contact sont connues, les coefficients de débit peuvent être calculés dans le reste du domaine. Le calcul de la pression, qui constitue l'étape cruciale de la modélisation numérique, consiste alors à résoudre le système linéaire d'équations (4-30). Le grand nombre d'opérations requises avant de parvenir à la solution nécessite un choix raisonné de la technique de résolution.

Trois méthodes couramment utilisées pour traiter des problèmes de lubrification ont été éprouvées, dans une forme simplifiée du modèle ne tenant pas compte des effets de cavitation et supposant une épaisseur de film constante. Les durées d'obtention de la solution sont consignées dans le tableau 4.2. Ces tests ont été menés sur un PC équipé d'un processeur *Athlon XP 2000+* et disposant d'1 Go de RAM. Le code a été écrit en langage *Fortran 95* et traduit par le compilateur *Lahey Fortran v5.7*.

	Gauss-Seidel	Gradient conjugué	Méthode directe
Taille des maillages	5000 x 100	5000 x 20	5000 x 20
Durées de calcul	110 minutes	150 minutes	2 minutes

Tableau 4.2 – Temps de calcul relevés

Une factorisation de Cholesky a été utilisée pour réécrire la matrice des coefficients lors de l'utilisation de la méthode directe. Des trois méthodes testées, celle-ci est clairement la plus performante dans le traitement de notre problème. La méthode de Gauss-Seidel n'a convergé qu'à la condition de choisir des coefficients de relaxation ralentissant énormément la progression du calcul. Il faut cependant signaler que cette technique peut prendre l'avantage sur les autres si elle est employée dans la résolution de systèmes non linéaires. La technique du gradient conjugué s'est également montrée assez lente ; cependant, elle a toujours convergé correctement, même pour le maillage étroit 5000 x 20 (ce qui n'était pas le cas avec la méthode de Gauss-Seidel).

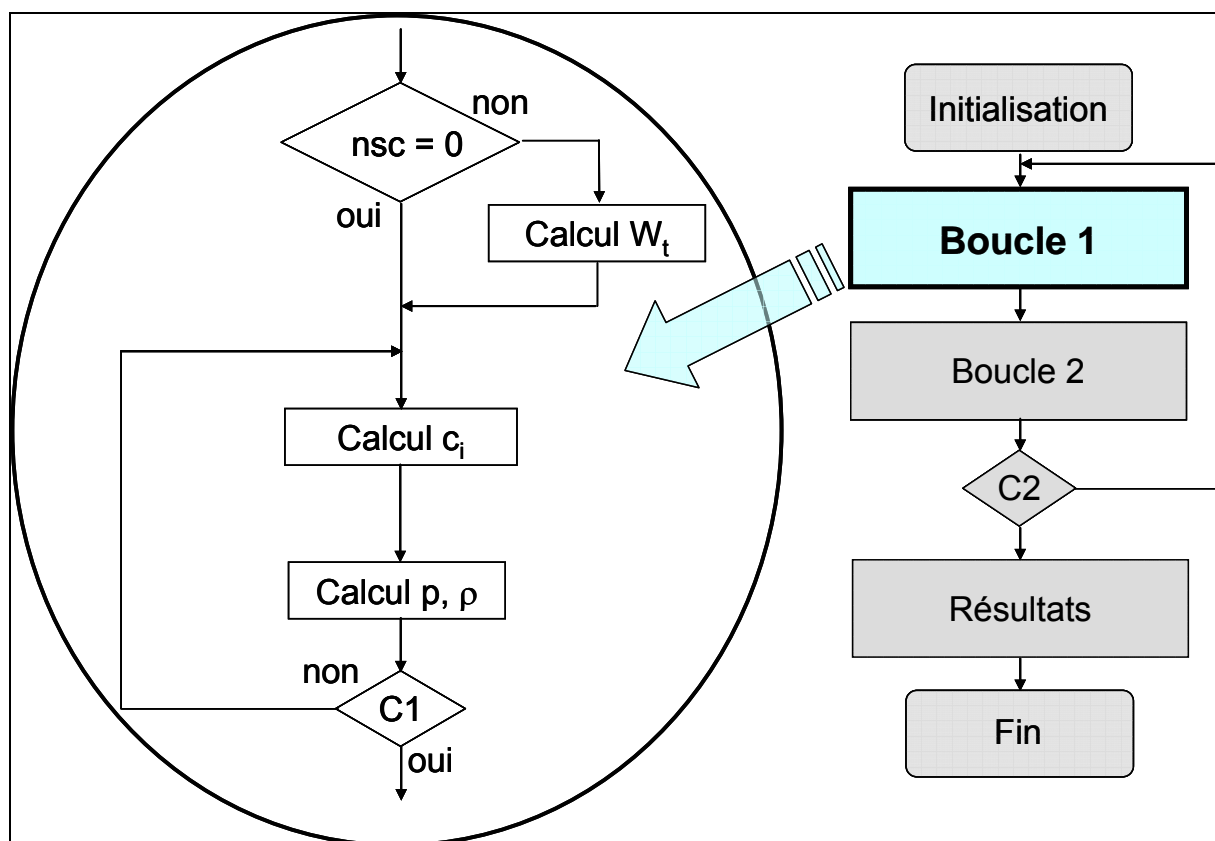
L'inconvénient majeur de ces deux méthodes est de nécessiter une initialisation de la pression dans tout le domaine avant de démarrer la résolution. Il faut donc espérer que la valeur initiale ne soit pas trop éloignée de la solution, ce qui oblige en fait à disposer au préalable de solutions approchées. En plus de l'éloignement entre le champ initial et la solution, les proportions du maillage peuvent également contribuer à ralentir le calcul. En effet la propagation de l'information à l'ensemble du domaine n'est garantie que si le critère de convergence est très strict, ce qui conduit inévitablement à des temps de résolution prohibitifs. Ces méthodes ne sont manifestement pas appropriées aux maillages très « élancés » tels que ceux que nous avons utilisés, d'où le développement des méthodes multigrilles.

Lorsque les effets de cavitation sont pris en compte, il n'est plus possible d'employer la factorisation de Cholesky car la matrice des coefficients n'est plus symétrique. Nous avons alors eu recours à la librairie HSL_MA48 (*Harwell Subroutine Library*) pour réussir à résoudre le système (4-30) par une méthode directe. Cette librairie est en effet conçue pour solutionner les systèmes linéaires non symétriques à matrice creuse. La première itération comprend une phase d'analyse au cours de laquelle le programme recherche le meilleur pivot pour optimiser la factorisation, qui s'effectue par décomposition LU. Seuls les termes non nuls de la matrice sont stockés. Aux itérations suivantes l'analyse n'est plus reproduite.

4.4.2 Calcul de la pression

Comme cela a été précisé au paragraphe 4.1.2, le calcul permet d'obtenir à la fois le champ de pression et le champ de densité. Dans les zones de film, la densité est égale à ρ_0 et l'inconnue est la pression, alors que dans les zones cavitées la pression est fixée à la valeur p_{cav} et c'est la densité qui est recherchée. La validation de cet algorithme est présentée en annexe C.

Après l'initialisation des données du tableau 4.1 et de la distance de séparation des faces, le calcul entre dans la première boucle de résolution. La charge totale de contact W_t est déterminée connaissant le nombre de sommets en contact nsc . Ensuite, les coefficients c_i de la méthode des volumes finis sont calculés avant que ne commence la résolution des champs de pression et de densité.



Figures 4.8a/4.8b – Algorithme de résolution de la pression / Schéma général

Le critère C1 (fig. 4.8a) de la boucle 1 porte sur l'évaluation de la zone de cavitation : si le nombre d'éléments qui changent d'état (cavité / non cavité) par rapport à l'itération précédente

est supérieur à 0,01 % du nombre d'éléments se trouvant à l'état cavité, un nouveau calcul des coefficients est effectué. Lorsque le critère est satisfait, la zone de cavitation est supposée stabilisée et le calcul peut se poursuivre.

4.4.3 Recherche de la position d'équilibre

Lorsque le système (4-30) est résolu, l'intégration du champ de pression permet d'obtenir la portance fluide W_h . Puisque la charge totale W_t a été calculée auparavant, la force d'ouverture peut être déterminée. Elle est comparée à la force de fermeture, laquelle a été fixée lors de la phase d'initialisation, pour déterminer la valeur de l'écartement des faces (en fait, la distance de séparation L) pour laquelle le joint est équilibré (fig. 4.9).

La solution n'est considérée atteinte que si le critère suivant (C2) est vérifié :

$$\frac{|F_{ferm} - F_{ouv}|}{F_{ferm}} < \varepsilon \sim 10^{-4} \quad (4-39)$$

Si ce n'est pas le cas, il faut rapprocher (resp. éloigner) les faces si la force d'ouverture est supérieure (resp. inférieure) à la force de fermeture, et recommencer la procédure au début de la boucle 1. Dans la boucle 2, l'incrément Δh est déterminé par la méthode de Newton. Compte tenu des conditions aux limites choisies (tableau 4.2), la force de fermeture vaut simplement :

$$F_{ferm} = \pi (r_{ext}^2 - r_h^2) p_{ext} \quad (4-40)$$

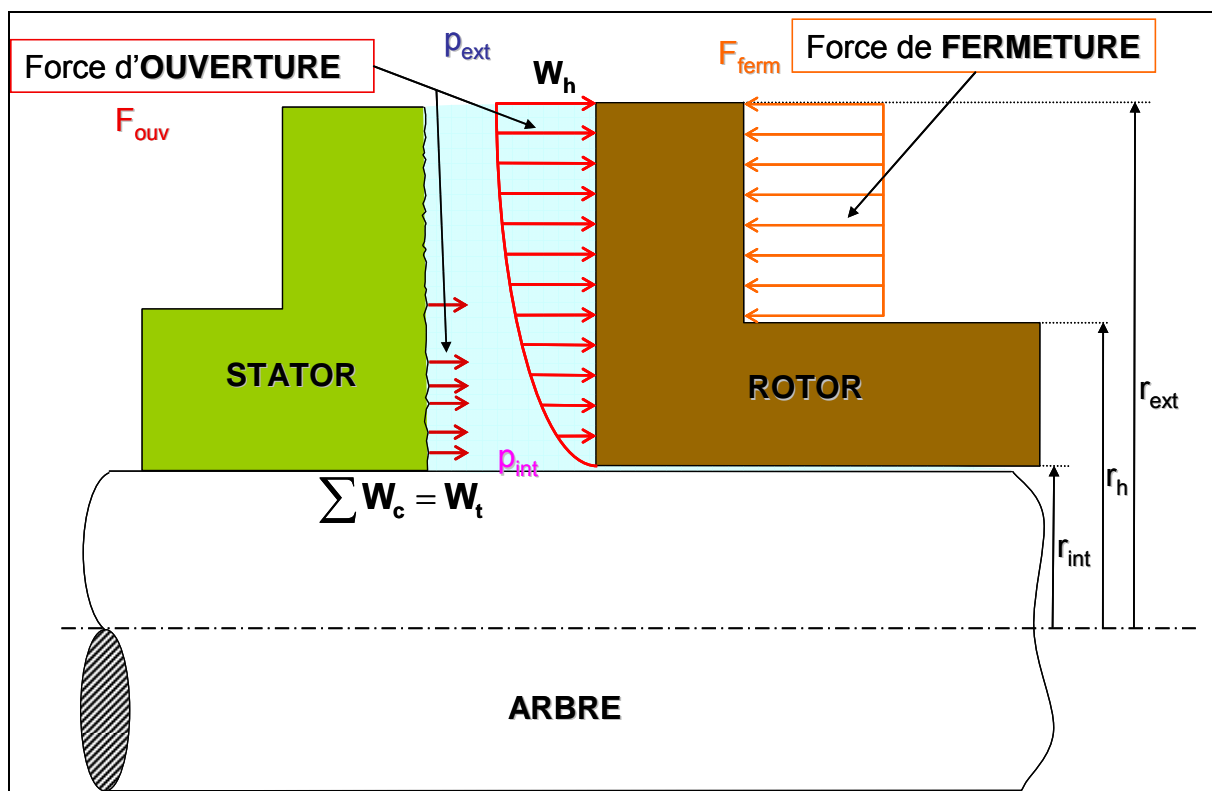
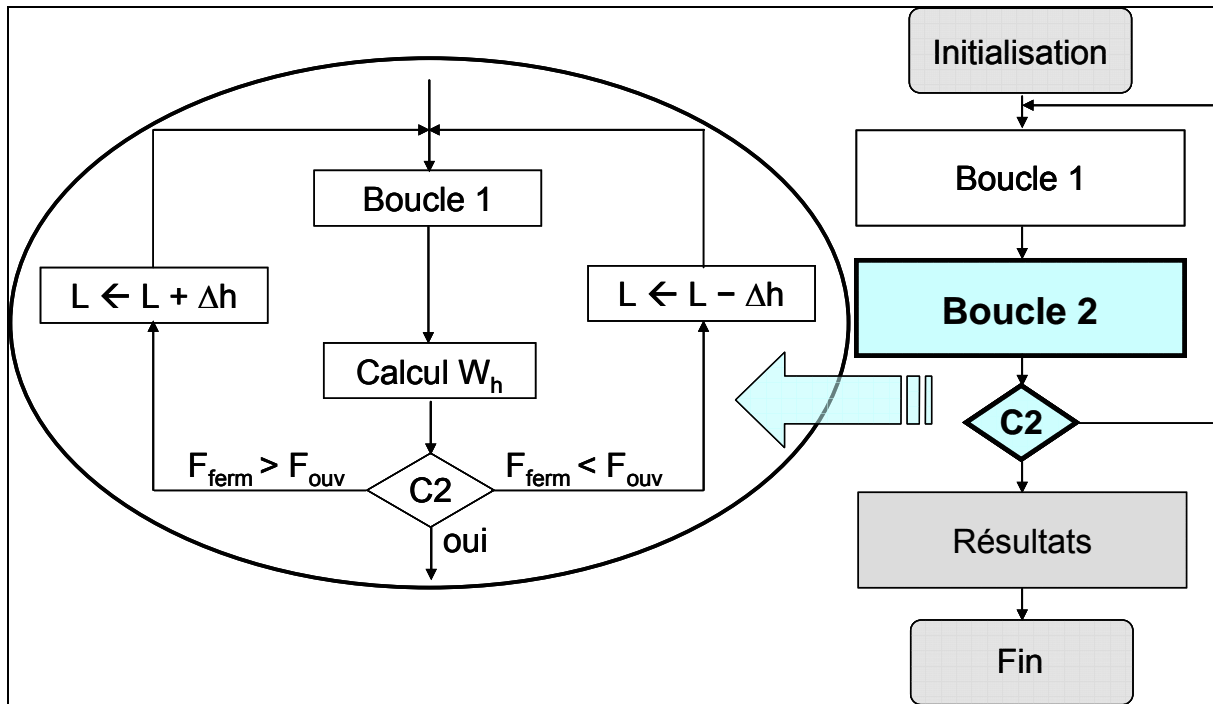


Figure 4.9 – Efforts pris en compte pour la recherche de position d'équilibre



Figures 4.10a/4.10b – Algorithme d'équilibrage des forces / Schéma général

Si le critère (4-39) est satisfait, la convergence est considérée atteinte et les autres résultats sont calculés, comme le couple de frottement visqueux :

$$Cf = \int_0^{\theta} \int_{r_{int}}^{r_{ext}} r \tau_{rz} r dr d\theta \quad (4-41)$$

Le couple de frottement dû au contact des aspérités Cf_2 est obtenu en se donnant a priori une valeur du coefficient de frottement sec f_s :

$$Cf_2 = \sum_{nsc} r f_s W_c \quad (4-42)$$

Connaissant les couples de frottement sec et visqueux, le coefficient de frottement effectif peut être recalculé :

$$f = \frac{Cf + Cf_2}{r_{moy} F_{ferm}} \quad (4-43)$$

r_{moy} est le rayon moyen de la garniture et se définit comme suit :

$$r_{moy} = \frac{1}{2}(r_{int} + r_{ext}) \quad (4-44)$$

Le code source a été écrit en langage *Fortran 95* et traduit par le compilateur GNU *gfortran*. Les calculs ont été effectués sur un PC *Intel* à 2,99 GHz de fréquence maximale et possédant 3,25 Go de RAM. Dans les cas non sévères (vitesses modérées, zones de contact peu étendues), la durée de résolution est d'environ vingt minutes pour un maillage d'un million de nœuds. Les calculs s'effectuant en cascade, le code n'a pas été parallélisé.

4.5 Synthèse

Ce chapitre a présenté notre approche déterministe de la lubrification mixte appliquée aux garnitures mécaniques. Dans notre modèle numérique, l'écoulement est étudié au moyen de la méthode des volumes finis, en incluant les effets de cavitation. Le contact élastique des aspérités est pris en compte par un modèle déterministe de type ellipse/plan pour sa composante normale, et par un coefficient de frottement pour sa composante tangentielle.

Plusieurs hypothèses simplificatrices ont cependant dû être employées dans ce qui ne constitue, pour le moment, qu'une première approche de la lubrification mixte déterministe dans les garnitures mécaniques. Un contact équivalent entre une surface lisse et une surface rugueuse a été modélisé. Cette hypothèse est compensée par le choix d'un couple de matériaux dont l'un est plus rugueux que l'autre. Les effets thermiques et les déformations ont été négligés car l'étude est focalisée sur la seule influence de la microgéométrie des surfaces sur l'écoulement.

Afin de pouvoir reproduire suffisamment fidèlement des motifs de rugosité possédant une très faible étendue spatiale, nous avons dû effectuer une discrétisation très fine. Il a donc été nécessaire de limiter la largeur des maillages. Dans le chapitre suivant, le code sera appliqué à plusieurs surfaces rugueuses simulées.

5 Lubrification mixte

Après avoir effectué une campagne de mesures des états de surface de garnitures mécaniques d'étanchéité et proposé un programme de simulation de surface rugueuse, nous avons exposé dans le chapitre précédent un modèle d'écoulement destiné à l'étude de la lubrification mixte des garnitures mécaniques à faces non lisses, ainsi qu'un modèle simple de contact élastique des aspérités. A présent, les buts de cette dernière partie sont de valider dans son ensemble à la fois le modèle numérique complet et la démarche entreprise dans cette étude, et de comprendre l'influence de chacun des paramètres pris en compte par notre modèle sur le comportement d'ensemble de la garniture. Pour cela, nous avons réalisé une étude paramétrique.

5.1 Présentation de l'étude

5.1.1 *Situation*

Les conditions générales dans lesquelles se déroule cette étude paramétrique sont consignées dans le tableau 5.1 suivant. Les hypothèses de la modélisation de l'écoulement et du contact des aspérités ont été présentées dans le chapitre précédent. Les conditions de fonctionnement (pression, température) sont représentatives de celles rencontrées sur le banc d'essai présenté au paragraphe 3.3. Il en est de même pour les dimensions de la garniture : les rayons intérieur et extérieur sont respectivement de 29 mm et 33 mm, et le coefficient d'équilibrage est fixé à une valeur de 0,75. Dans ces conditions, le rayon hydraulique du joint est de 30,05 mm. Les anneaux de la garniture sont initialement parallèles, cependant une conicité d'angle β_1 sera imposée dans certains cas. Les matériaux constituant les surfaces sont ceux de la garniture 2 utilisée dans l'étude métrologique du chapitre 3 : carbure de Silicium et carbone à imprégnation métallique. Seule la surface du stator (en carbone) est supposée rugueuse ; les caractéristiques de la rugosité ont été déterminées en calculant la moyenne des valeurs obtenues après la phase 2 de l'étude métrologique (24h de fonctionnement). L'état de surface est donc celui d'une surface rodée : l'écart-type de la rugosité est choisi égal à 0,1 μm , et les coefficients d'asymétrie et d'étalement de la distribution des hauteurs valent respectivement

– 4 et 35. Les longueurs d'autocorrélation moyennes (à 80%) sont assez courtes : 8 μm dans la direction radiale et 10 μm dans la direction circonférentielle. Ces valeurs assez proches offrent une texture presque isotrope.

Caractéristiques	Valeurs choisies pour le cas de référence
Rayon intérieur du grain	29 mm
Rayon extérieur du grain	33 mm
Coefficient d'équilibrage de la garniture	0,75
Fluide	Eau (à 20°C)
Viscosité dynamique	10-3 Pa.s
Densité	103 kg/m ³
Pression intérieure	0 Pa (valeur de référence)
Pression extérieure	1 MPa
Matériau de la face tendre (stator)	Carbone à imprégnation métallique
Module d'élasticité du stator	20 GPa
Coefficient de poisson du stator	0,2
Matériau de la face dure (rotor)	Carbure de Silicium
Module d'élasticité du rotor	400 GPa
Coefficient de poisson du rotor	0,17
Ecart-type de la rugosité du stator	0,1 μm
Coefficient d'asymétrie ciblé	- 4
Coefficient d'étalement ciblé	35
Longueurs d'autocorrélation principales	8 μm x 10 μm

Tableau 5.1 – Conditions de fonctionnement et caractéristiques géométriques choisies

Les paramètres dont les effets sur le comportement de la garniture seront étudiés sont :

- la pression d'alimentation (Δp),
- le coefficient d'équilibrage (b_h),
- la viscosité du fluide (μ),
- les matériaux des anneaux de la garniture (E , ν),
- la conicité de l'interface (β),
- l'écart-type de la rugosité du stator (S_q).

5.1.2 Contraintes

Afin d'optimiser les conditions de calcul, il convient d'étudier deux critères importants. Tout d'abord le taux d'échantillonnage, qui conditionne le degré de précision avec lequel la rugosité est prise en compte. Ensuite le nombre de longueurs d'autocorrélation dans la plus petite direction du maillage, qui conditionne la représentativité de la rugosité de la surface.

Influence du taux d'échantillonnage

Nous avons préalablement décidé d'un taux d'échantillonnage de 1 μm /élément, car les longueurs de corrélation de la surface rugueuse sont assez courtes. Toutefois, en raison du grand nombre de cas à traiter dans la présente étude, la possibilité d'aménager ce paramètre pour éventuellement diminuer les temps de calcul a été envisagée. Le tableau ci-après indique les différentes tailles de maillage qui ont été testées.

Taux d'échantillonnage	Circonférentiel 1 μm /élément	Circonférentiel 2 μm /élément	Circonférentiel 4 μm /élément
Radial 1 μm /élément	4000 x 200	4000 x 100	4000 x 50
Radial 2 μm /élément	2000 x 200	2000 x 100	2000 x 50
Radial 4 μm /élément	1000 x 200	1000 x 100	1000 x 50

Tableau 5.2 – Tailles de maillage testées

La réduction du nombre de nœuds est obtenue en dégradant le maillage initial le plus fin (4000 x 200), c'est-à-dire en ne conservant qu'un nœud sur deux ou quatre suivant le cas considéré (fig. 5.1). Du fait de la courbure dans la direction circonférentielle, la largeur du domaine est mesurée au rayon moyen ($r_{\text{moy}} = 31 \text{ mm}$). Pour des raisons numériques, il nous est impossible de dépasser le seuil de 4000 x 200 nœuds.

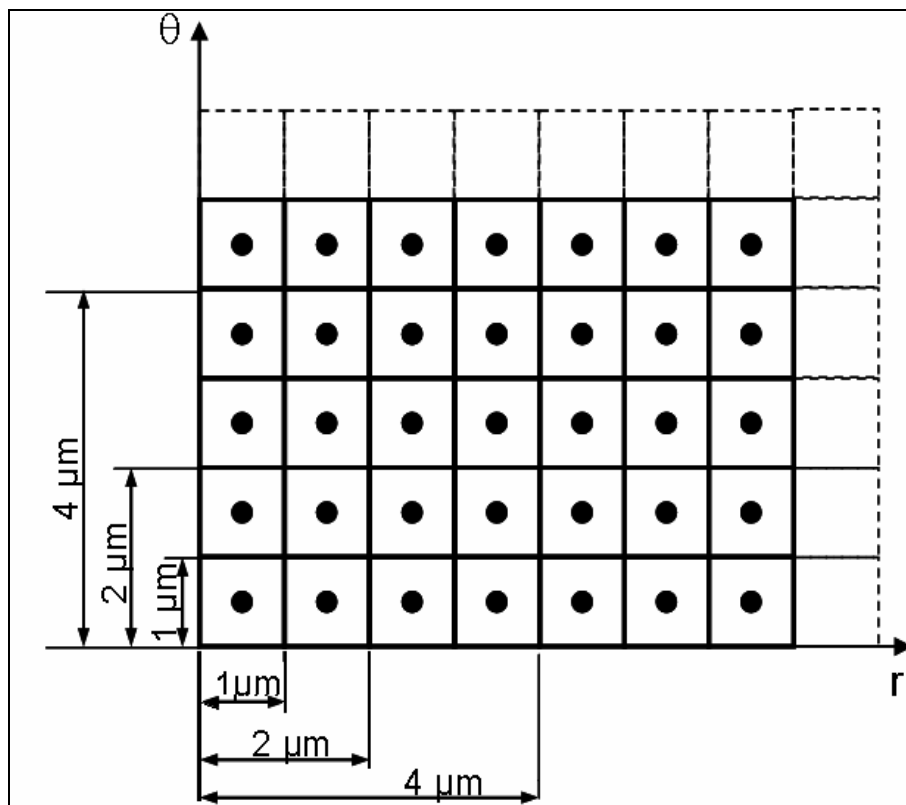
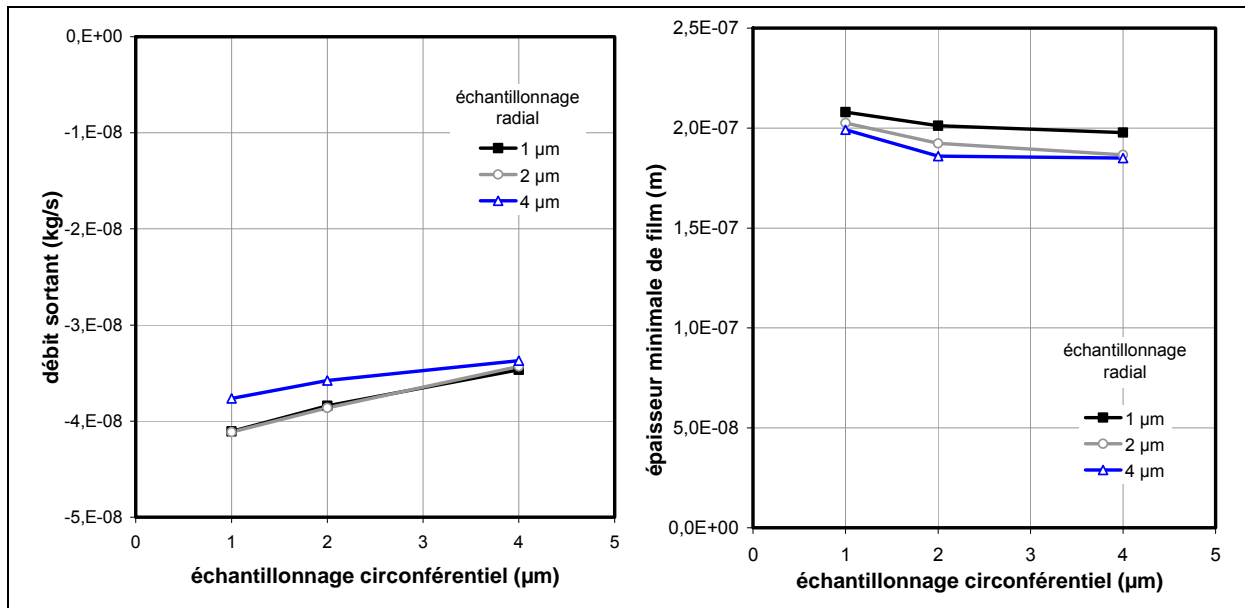


Figure 5.1 – Illustration de l'échantillonnage

Les graphes de la figure 5.2 montrent la variation, selon le taux d'échantillonnage radial, de deux résultats du modèle pour un taux d'échantillonnage circonférentiel donné. La vitesse de rotation a été fixée à 10 rad/s.



Figures 5.2a/5.2b – Variabilité des résultats selon le taux d'échantillonnage imposé

Diminuer l'échantillonnage dans une direction signifie que la rugosité est décrite moins précisément. En dégradant le maillage dans la direction circonférentielle, le débit tend vers une même valeur ($\approx -3,5 \cdot 10^{-8}$ kg/s) quel que soit l'échantillonnage radial (fig. 5.2a). Cela signifie que la rugosité a moins d'influence sur les résultats si le maillage est plus grossier dans cette direction. Ce n'est pas surprenant, car en théorie l'augmentation du pas du maillage fera tendre la solution vers une solution unique (celle des faces lisses). Il faut donc choisir l'échantillonnage le plus fin dans la direction circonférentielle.

Pour un même échantillonnage circonférentiel, les résultats demeurent quasiment identiques lorsque l'échantillonnage radial passe de 1 à 2 μm , mais varient en passant à 4 μm . Il faut donc éliminer cette dernière valeur.

Le graphique de droite décrit l'évolution de l'épaisseur minimale de film (fig. 5.2b). Pour un même échantillonnage circonférentiel, il y a un écart visible entre les valeurs lorsque l'échantillonnage radial passe de 1 à 2 μm . Même si cette différence est très faible, il est donc préférable de conserver la discrétisation la plus fine (1 $\mu\text{m}/\text{élément}$) dans les deux directions pour nos maillages.

Largeur du domaine étudié

Comme il a été expliqué auparavant, seule une portion angulaire de la garniture est modélisée afin de réduire les temps de calcul. La taille du maillage dans la direction circonférentielle doit néanmoins être suffisante pour garantir la représentativité des résultats ; son extension devrait conduire à une stabilisation de ceux-ci, indiquant la dimension recherchée.

Nous avons utilisé une surface de dimensions 4000 x 200, qui a ensuite été successivement tronquée de 50 nœuds dans la direction circonférentielle (fig. 5.3), en respectant toutefois la condition de périodicité dans la direction circonférentielle. La longueur d'autocorrélation de la surface initiale est $\lambda_{\theta} = 14 \mu\text{m}$.

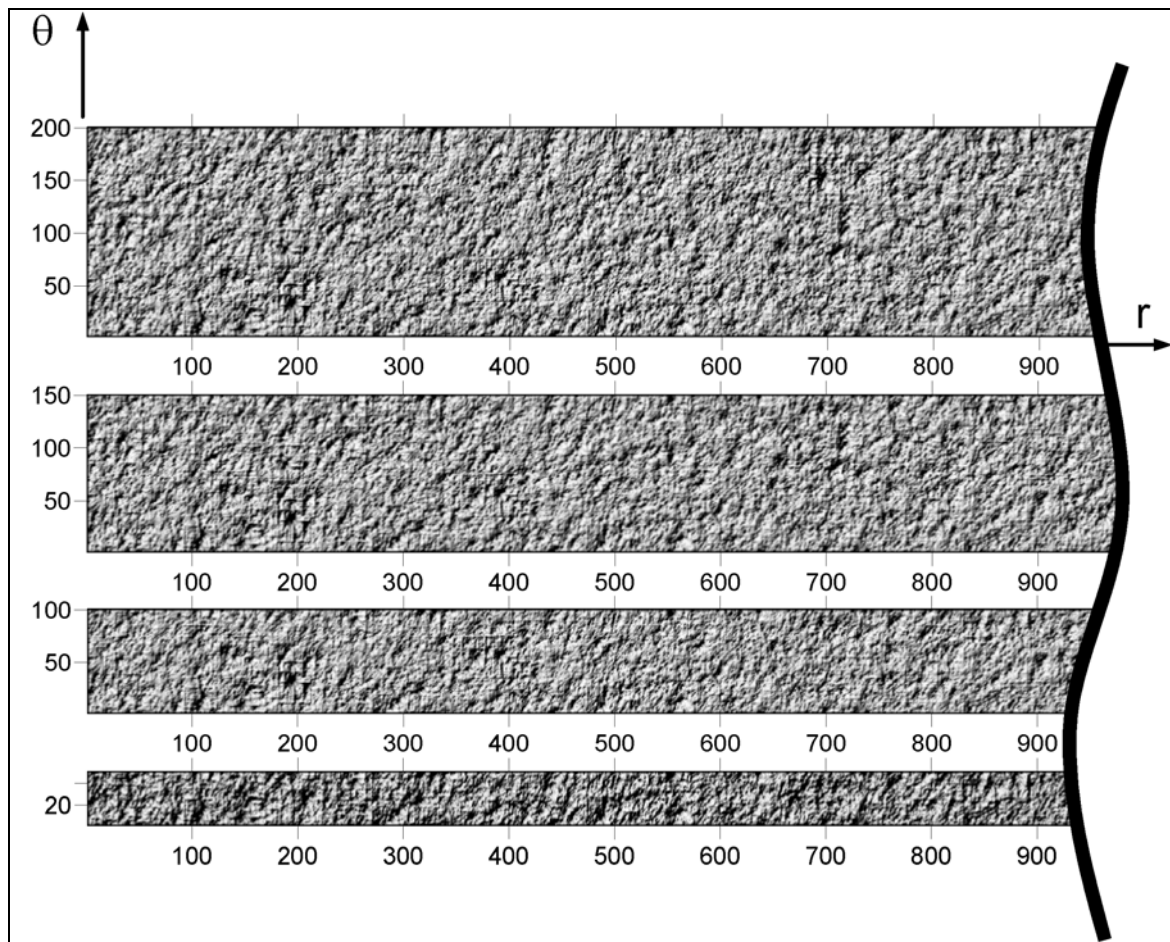


Figure 5.3 – Différents maillages générés (de haut en bas : 200, 150, 100 et 50 nœuds dans la direction circonférentielle)

Dimensions	4000 x 200	4000 x 150	4000 x 100	4000 x 50
Nombre de longueurs d'autocorrélation dans la direction circonférentielle	14	10	7	3

Tableau 5.3 – Contenu en longueur d'onde

La figure 5.4 présente deux des résultats du modèle (la distance de séparation des faces et le coefficient de frottement) en fonction du nombre de longueurs d'autocorrélation contenues dans la direction circonférentielle. Bien que les paramètres statistiques imposés au départ soient les mêmes pour toutes ces surfaces, les résultats sont propres à chacune. La surface 4000 x 200 n'est pas représentative d'une surface moyenne puisque les résultats changent lorsque le maillage change. Il sera donc nécessaire d'étudier et comparer plusieurs surfaces au lieu d'une seule pour que les résultats soient représentatifs.

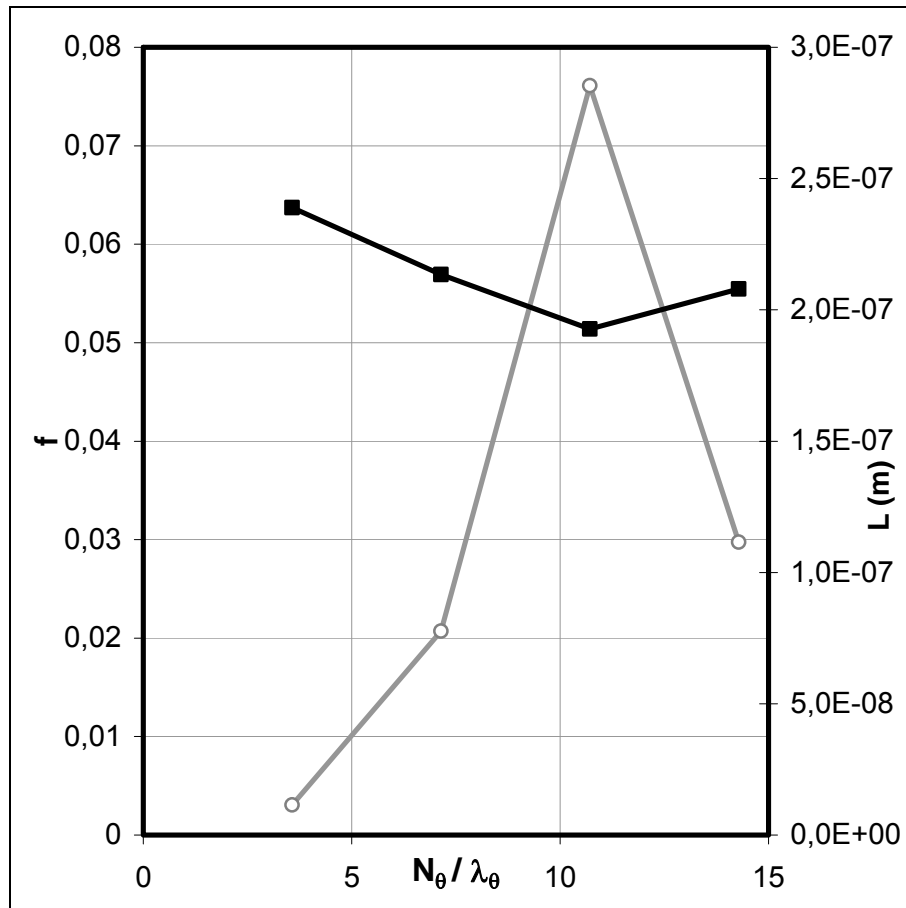


Figure 5.4 – Variabilité des résultats selon l'étendue du maillage dans la direction circonférentielle ($\Omega = 10$ rad/s)

5.2 Etude du cas de référence

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats du modèle d'après les conditions définies par le tableau 5.1.

5.2.1 *Caractéristiques des surfaces*

Quatre surfaces, distinctes par la racine de la série de nombres aléatoires utilisés pour leur création, ont donc été choisies pour cette étude. Elles seront dénommées surface A, B, C et D. Elles se distinguent également par leurs nombres (SSk ; SKu) respectifs (tableau 5.4).

Les nombres (SSk ; SKu) imposés au modèle de simulation ont été choisis afin que les valeurs finales (compte tenu de la déviation constatée) approchent la moyenne de $(-4 ; 35)$ relevée lors de l'étude métrologique, laquelle ne peut toutefois être exactement atteinte car elle ne vérifie pas la condition imposée par l'équation (3-27). Les surfaces simulées sont bien représentatives d'échantillons rodés et présentent une homogénéisation des hauteurs de pics par rapport au plan moyen (Fig. 5.5).

Surface	A	B	C	D
Coefficients (SSk ; SKu) ciblés	(- 3,3 ; 28)			
Coefficients (SSk ; SKu) effectifs	(- 2,5 ; 31,1)	(- 2,7 ; 35,4)	(- 2,5 ; 35,5)	(- 3 ; 58)

Tableau 5.4 – Coefficients (SSk ; SKu) des surfaces simulées

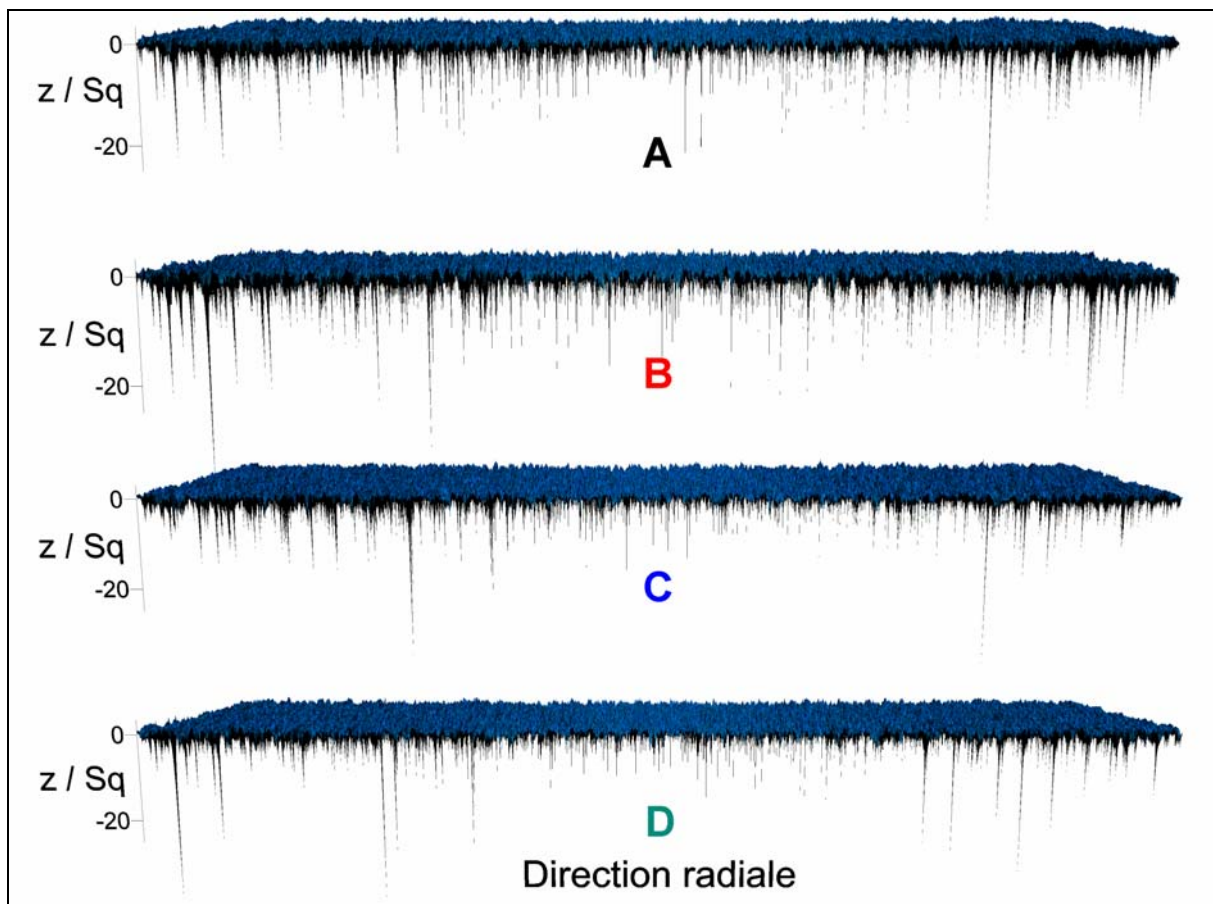


Figure 5.5 – Représentations des quatre surfaces de l'étude

5.2.2 Comportement des surfaces

Ce paragraphe décrit la mise en application du modèle de lubrification mixte aux quatre surfaces décrites précédemment, pour des vitesses de rotation variant de 0 à 1500 rad/s. Si leur aspect est assez voisin, certains résultats les distinguent de manière significative.

Nous rappelons ici la définition du paramètre de service G :

$$G = \frac{\mu \Omega (r_{ext}^2 - r_{int}^2)}{2W} = \frac{\mu \Delta r \Omega r_{moy}}{F_{ferm}} \quad (5-1)$$

La charge appliquée W est la force de fermeture. L'utilisation de G plutôt que de la vitesse de rotation permet une description plus générale des conditions de fonctionnement. Dans notre étude, nous utilisons :

- $\Delta r = r_{ext} - r_{int} = 4 \text{ mm}$,
- $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$,
- $r_{moy} = 31 \text{ mm}$,
- $b_h = 0,75$,
- $F_{ferm} \approx 584,3 \text{ N}$ dans le cas où $\Delta p = 1 \text{ MPa}$.

Cavitation

Les différences de comportement entre les quatre surfaces de référence sont particulièrement visibles en étudiant l'évolution des zones de cavitation dans l'interface. La figure 5.6 indique les différents taux de cavitation relevés au cours du calcul en fonction de G . Le pourcentage d'éléments cavités augmente avec la vitesse, mais dans des proportions diverses suivant les surfaces. La surface C présente un taux très élevé, supérieur à 60 % en régime hydrodynamique établi. Harp et Salant ont déjà constaté de tels pourcentages [25]. En comparaison, ce taux n'est que de 30 à 35 % pour la surface A, 10 % pour la surface B et 7 % pour la surface D. De plus, alors que le taux de cavitation se stabilise lorsque le paramètre G atteint 10^{-8} pour les surfaces B et D, celui de la surface C continue à augmenter. C'est le contraire pour la surface A, dont la zone cavitée se réduit au-delà de cette valeur.

Les variations d'une courbe à l'autre sont corrélées avec les différences de comportement du code lors des calculs. Les temps de calcul globaux ont été considérablement allongés pour les surfaces A et C par rapport aux deux autres. La durée de résolution de la pression est liée aux dimensions des zones de cavitation. Plus celles-ci sont nombreuses et/ou instables et plus la durée augmente. Par ailleurs, la géométrie choisie a une influence importante. En effet, du fait de la forme étroite du maillage ($N_r = 20 N_\theta$), le calcul est plus difficile si, dans la direction circonférentielle, le nombre d'éléments actifs, c'est-à-dire « non cavités », est faible. Or les zones de cavitation étant exclues du calcul, tout comme les zones de contact, ce nombre se réduit à seulement quelques unités dans les cas les plus sévères.

Par ailleurs, des erreurs numériques peuvent se produire lors d'opérations entre des nombres dont l'ordre de grandeur est très différent. En particulier, les valeurs des coefficients de débit sont parfois très faibles, surtout dans les zones d'épaisseur minimale. Il est possible qu'un résultat soit inférieur à la précision du calculateur ; cela pose un problème lors d'une opération entre un nombre grand et un nombre très petit (rapport 10^{-16} , en double précision).

Ces difficultés interviennent uniquement en régime mixte. Ainsi, pour les surfaces A et C, il n'a pas été possible de calculer la pression dans les zones où $4.10^{-9} < G < 8.10^{-9}$ et $3.10^{-9} < G < 10^{-8}$ respectivement. Ce type de comportement est imprévisible a priori. En dépit de ce manque d'information, l'évolution de la plupart des grandeurs calculées peut tout de même être anticipée.

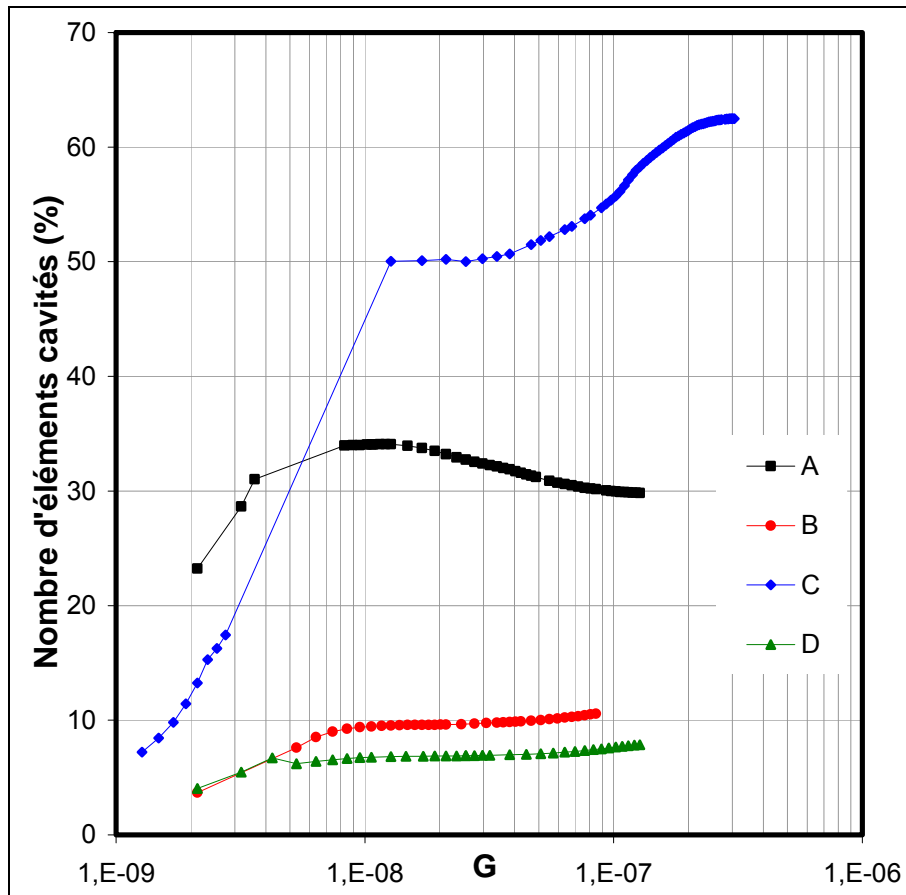
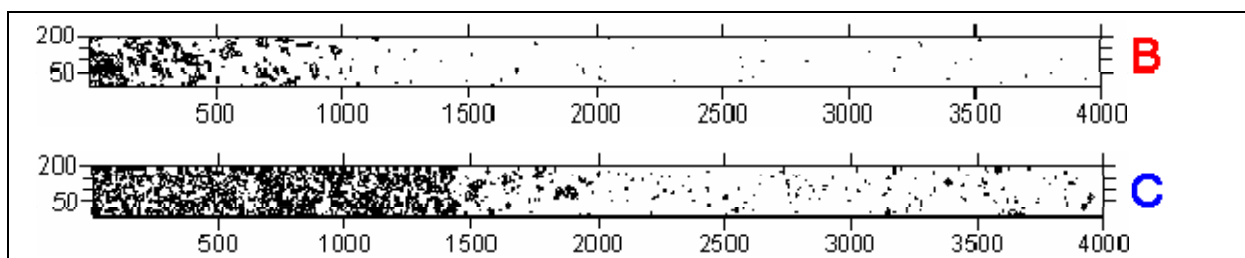


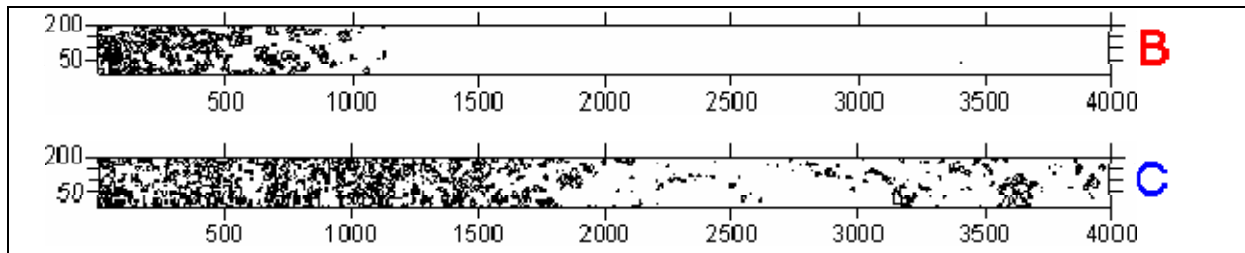
Figure 5.6 – Evolution du pourcentage de cavitation dans l'écoulement

Les figures 5.7 et 5.8 détaillent les variations de densité de cavitation observées à deux vitesses de rotation différentes sur deux des quatre surfaces étudiées : la surface B, présentant un faible taux de cavitation, et la surface C, où ces effets sont en revanche assez importants.



Figures 5.7a/5.7b – Zones cavitées (en noir) à $G = 2.10^{-9}$ pour les surfaces B et C

A ce stade la vitesse est de 10 rad/s (figs. 5.7) ; les zones de cavitation sont localisées au voisinage de la frontière intérieure du maillage où l'écoulement de la zone d'alimentation vers la zone intérieure à pression atmosphérique est fortement réduit, car il n'y a pas d'écoulement radial au sein des zones de cavitation.

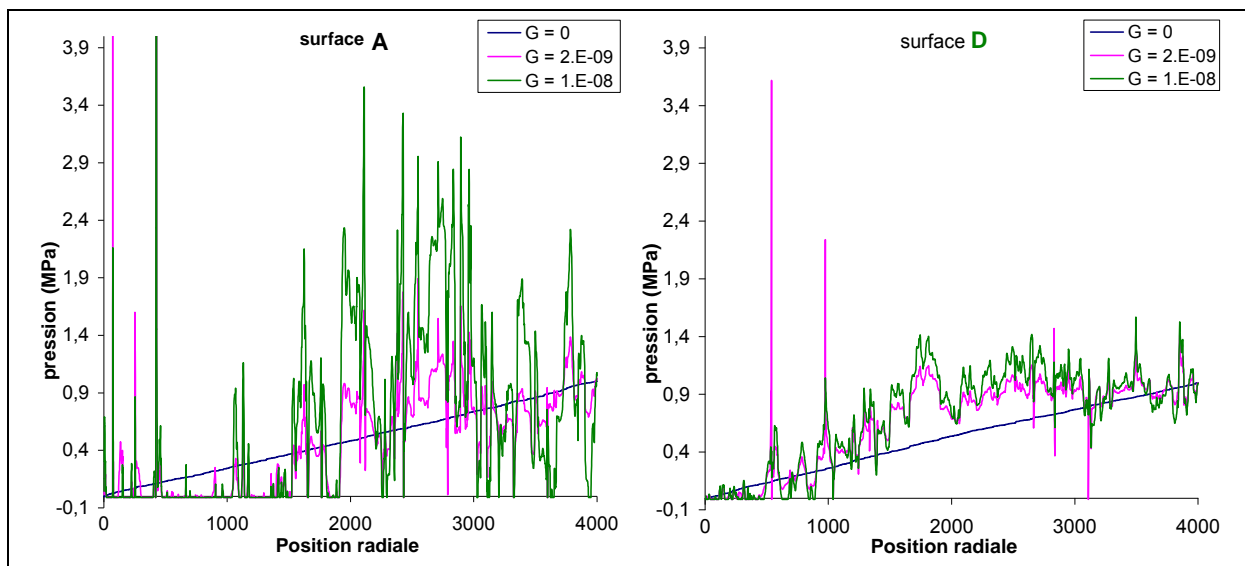


Figures 5.8a/5.8b – Zones cavitées (en noir) à $G = 2.10^{-8}$ pour les surfaces B et C

Le taux de cavitation est stabilisé lorsque la vitesse relative des faces atteint 100 rad/s, ce qui correspond à $G = 2.10^{-8}$ (figs. 5.8). La zone de rupture du film est presque uniquement concentrée dans le premier quart du maillage de la surface B, alors qu'elle s'étend dans tout le domaine pour la surface C.

Pression

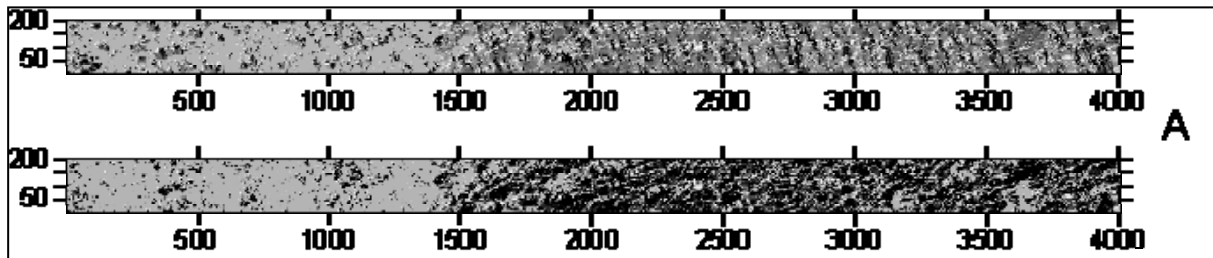
Les résultats du calcul de la pression confirment ces différences. Les graphes des figures 5.9 ci-dessous représentent les profils radiaux de pression au milieu du maillage (c'est-à-dire à $N_\theta = 100$) pour deux des quatre surfaces. Lorsque la vitesse de rotation est nulle, le champ de pression est hydrostatique, très peu différent de la solution des faces lisses, et presque identique pour ces deux surfaces. En revanche la pression varie significativement dès qu'il y a rotation relative des faces, augmentant avec la vitesse, et dans des proportions plus importantes sur la surface A. Celle-ci présente de plus grandes zones de cavitation que la surface D (fig. 5.6). La pression régnant dans les zones cavitées, qui peut être supposée constante, a été fixée à -10^4 Pa.



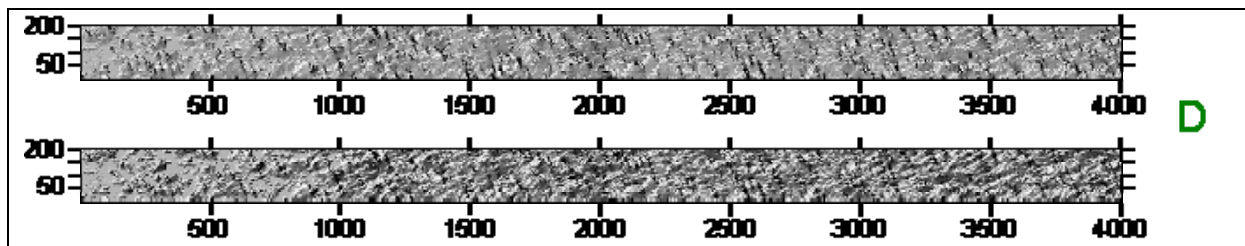
Figures 5.9a/5.9b – Profils de pression à $N_\theta = 100$ pour les surfaces A et D

Quelques champs de pression sont représentés à deux vitesses différentes sur les figures 5.10 et 5.11. Pour la surface A, les effets de cavitation sont majoritairement localisés près de la frontière intérieure, mais des poches cavitées apparaissent à des vitesses plus élevées jusqu'à l'autre extrémité du maillage (figs. 5.10). Les zones de cavitation sont nettement visibles car elles se traduisent par une zone de couleur uniforme. Comme cela a été constaté sur les

figures 5.9, les champs de pression de la surface D tracés pour les mêmes valeurs de G sont beaucoup moins perturbés. Les zones de rupture du film sont beaucoup moins nombreuses ou étendues (Figs. 5.11).



Figures 5.10a/5.10b – Champs de pression à $G = 2.10^{-9}$ (en haut) et $G = 10^{-8}$ pour la surface A



Figures 5.11a/5.11b – Champs de pression à $G = 2.10^{-9}$ (en haut) et $G = 10^{-8}$ pour la surface D

Portance

Lorsque la vitesse (donc G) augmente, la portance hydrodynamique générée dans l'écoulement augmente aussi. Cette force tend à séparer les faces du joint et donc à décharger les aspérités en contact. En conséquence, la portance des contacts tend à diminuer avec G. Les grandeurs représentées sur la figure 5.12 sont adimensionnées par la force de fermeture :

– portance hydrodynamique :

$$W_h^* = \frac{W_h}{F_{ferm}} \quad (5-2)$$

– portance des contacts :

$$W_c^* = \frac{W_c}{F_{ferm}} \quad (5-3)$$

Par rapport aux surfaces B et D, la surface C se distingue par une diminution de la portance hydrodynamique jusqu'à $G \approx 2.10^{-9}$, puis une augmentation jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de contact. La part de portance hydrodynamique est moins importante pour les surfaces A et C, qui présentent des pourcentages de cavitation beaucoup plus grands. La transition entre les régimes mixte et hydrodynamique intervient lorsque la portance des contacts s'annule. La valeur de G correspondante est spécifique à chaque surface, nous en reparlerons plus loin dans ce chapitre. Par ailleurs, lorsque la portance hydrodynamique adimensionnée est égale à 1, le taux de cavitation est globalement stabilisé.

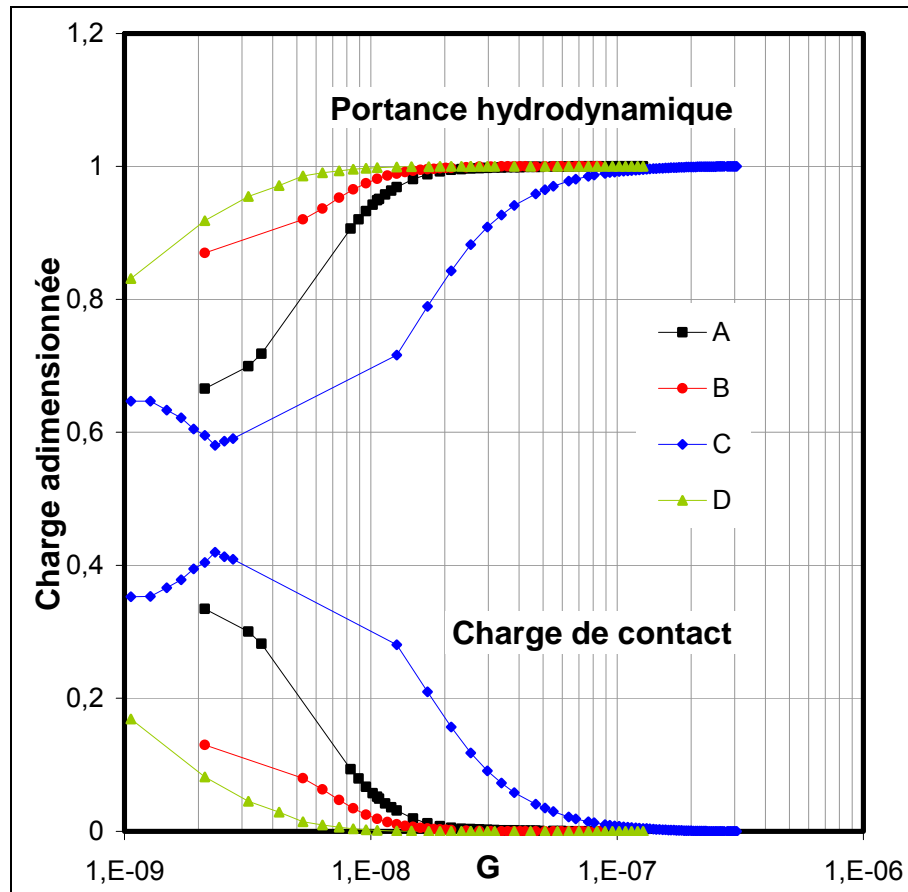


Figure 5.12 – Portance hydrodynamique et portance des contacts adimensionnés

Remarquons que la portance hydrostatique générée dans une garniture de mêmes dimensions dont les faces seraient lisses peut être approchée de la façon suivante :

$$W_{hs} \approx \frac{p_{ext} + p_{int}}{2} \pi (r_{ext}^2 - r_{int}^2) \approx \frac{1}{2} \pi (p_{ext} + p_{int}) (r_{ext} - r_{int}) (r_{ext} + r_{int}) \approx 2\pi r_{moy} \Delta r p_{moy} \quad (5-4)$$

Dans notre cas, $W_{hs} \approx 389,6$ N. Or dans notre garniture à faces rugueuses la force de fermeture vaut 584,3 N. La présence des rugosités permet donc d'équilibrer une charge plus importante lorsque toutes les aspérités sont déchargées. La portance hydrodynamique est alors maximale et, à l'équilibre, égale à la force de fermeture :

$$\frac{MAX(W_h)}{W_{hs}} \approx \frac{584,3}{389,6} \approx 1,5 \quad (5-5)$$

En somme, malgré une géométrie a priori défavorable à la génération de portance puisque les faces du joint sont parallèles, le gain constaté est de 50 % !

Contact

La figure 5.13 décrit l'évolution du pourcentage d'aire en contact. L'évolution est similaire à la portance des contacts (fig. 5.12) ; pour compléter sa description, nous pouvons ajouter que la surface D est celle où le régime mixte est le moins étendu, et qu'à l'inverse la surface C est celle pour laquelle le contact des aspérités joue le rôle le plus important.

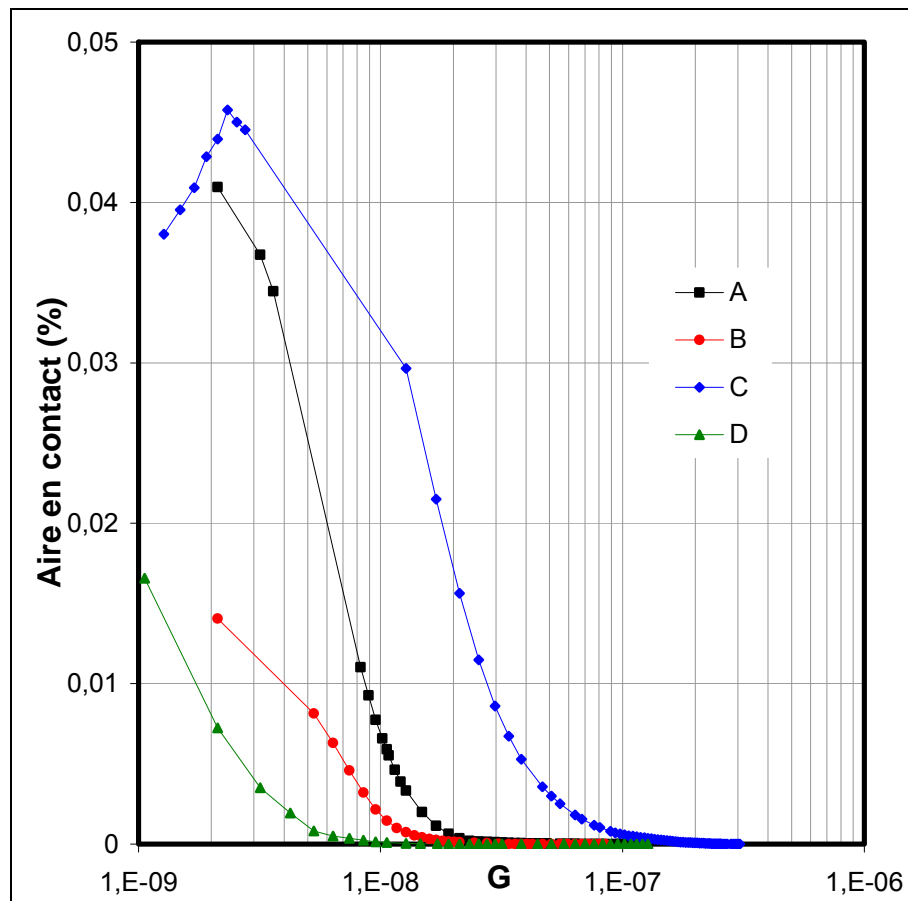


Figure 5.13 – Pourcentage d’aire en contact

La figure 5.14 montre l’évolution de la pression de contact moyenne du contact, qui est calculée à partir de la pression de contact au niveau d’une aspérité :

$$\langle p_c \rangle = \frac{1}{n_{sc}} \sum_{n_{sc}} p_c \quad (5-6)$$

Quelle que soit la surface, les variations de la pression de contact moyenne ne sont pas monotones. Lorsque G croît, la pression augmente en présentant d’importantes oscillations suivies d’une diminution brutale avant le déchargement complet des aspérités.

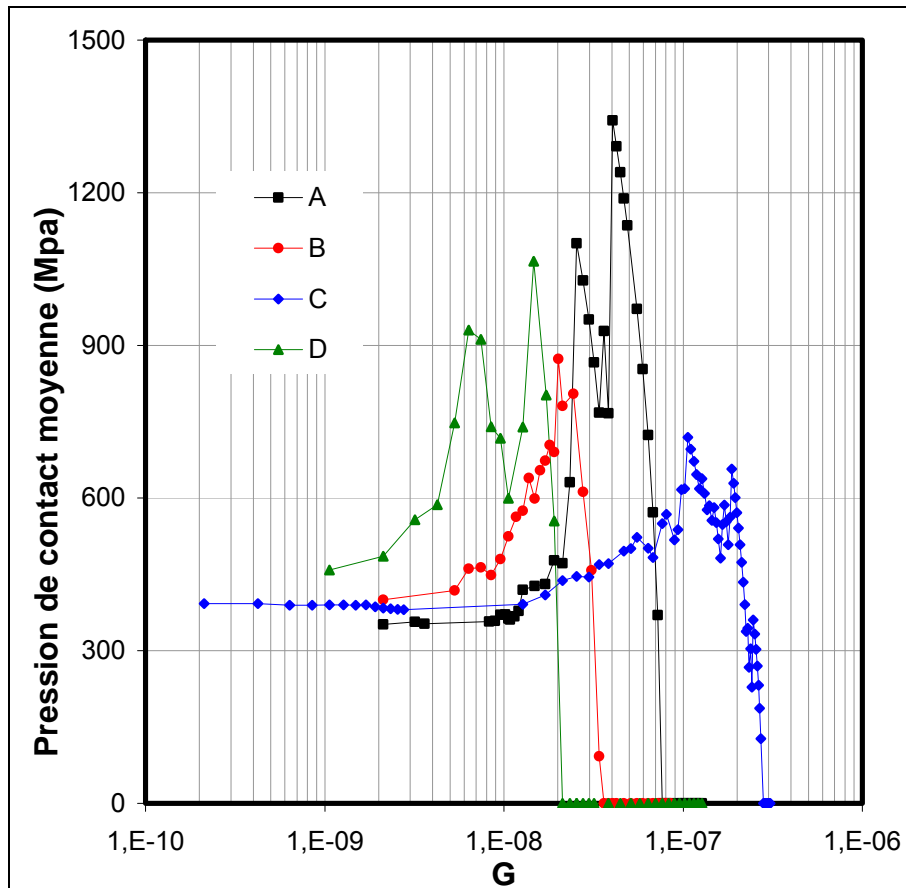


Figure 5.14 – Pression de contact moyenne

La portance des contacts diminue lorsque G augmente, mais le nombre de sommets en contact peut n'avoir pas ou très peu varié entre deux valeurs différentes de G . En particulier, certaines aspérités peuvent se trouver à la limite du déchargement, en contact sur une aire extrêmement faible. Puisque l'aire de contact figure au dénominateur, le calcul conduit éventuellement à des pics de pression, similaires à ceux observés lors du calcul de la pression dans le fluide quand l'épaisseur de film tend vers zéro (figs. 5.9). De plus, les rayons de courbure d'aspérité des surfaces générées par notre modèle de simulation sont plus faibles qu'en réalité, comme cela a été constaté au paragraphe 3.4. Cela conduit à une surestimation des pressions de contact. C'est dans les phases transitoires, et en particulier aux basses vitesses de rotation (donc pour de faibles valeurs de G) que le rodage de la surface s'effectue, par écrêtage des pics. Si la limite élastique est dépassée, il y a un risque de rupture des pics, ce qui tendrait à accroître les dimensions des rayons de courbure d'aspérité. C'est une des limitations de notre modèle, qui ne prend pas en compte cet aspect (les caractéristiques de la surface sont figées). La résistance à la compression du matériau le plus tendre (carbone) est de 300 MPa, valeur qui est presque toujours dépassée dans les calculs. Toutefois, ces pressions élevées ne sont atteintes que très ponctuellement et dans des zones très petites : le pourcentage maximal d'aire en contact n'atteint même pas 0,05 % (fig. 5.13).

Séparation des faces

La figure 5.15 présente la distance de séparation des faces de la garniture, mesurée entre leurs plans moyens respectifs après que l'équilibre des forces est atteint. Elle est toujours de quelques dixièmes de microns seulement. L'épaisseur du film est moins importante pour les surfaces A et C qui présentent les taux de cavitation et les aires de contact les plus importants.

Patir et Cheng ont considéré que l'influence de la rugosité est importante lorsque l'épaisseur de film adimensionnée par l'écart-type est inférieure à 3 [14]. Or, pour nos quatre surfaces, il y a encore des aspérités en contact lorsque H est légèrement supérieur à 3, c'est-à-dire pour une épaisseur de $0,3 \mu\text{m}$ (Tableau 5.5). De plus, les rugosités continuent d'avoir une influence après la transition entre les régimes mixte et hydrodynamique puisqu'elles contribuent toujours à la génération de portance. La valeur avancée par Patir et Cheng semble donc légèrement sous-évaluée.

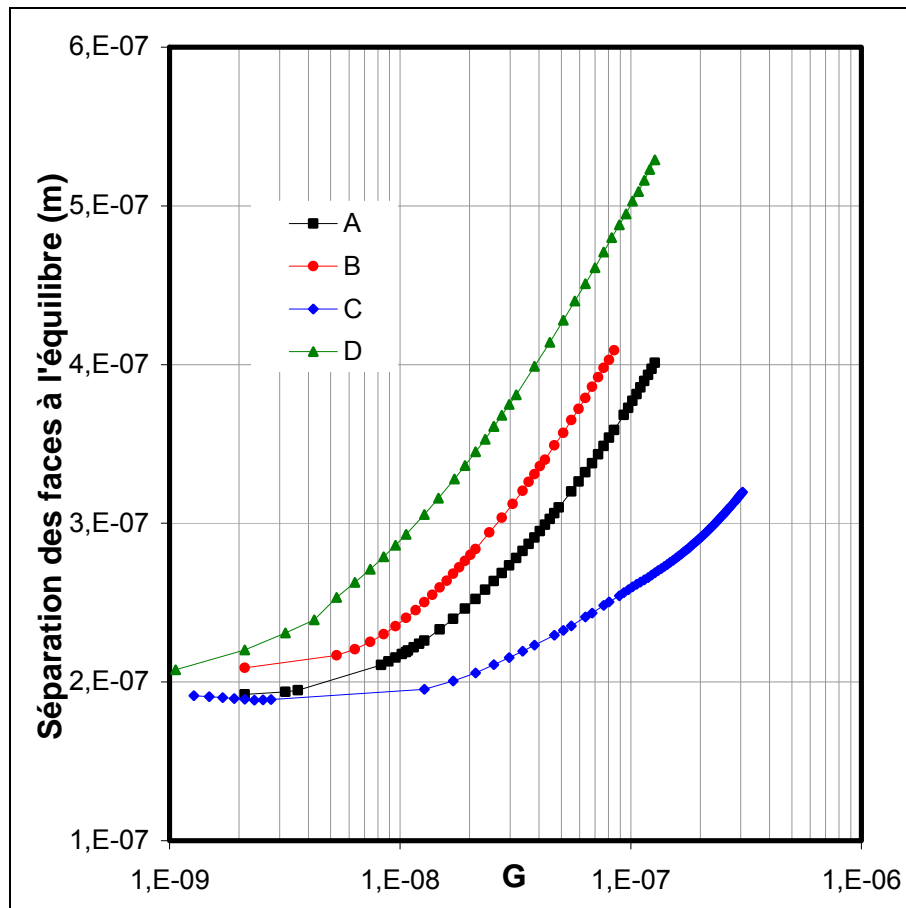


Figure 5.15 – Séparation des faces à l'équilibre

Surface	A	B	C	D
Valeur de H à la transition mixte / hydrodynamique	$\approx 3,5$	$\approx 3,25$	$\approx 3,1$	$\approx 3,45$

Tableau 5.5 – Valeurs de l'épaisseur de film sans dimension à la transition mixte/HD

Débit

Les résultats obtenus concernant le débit sont très variables pour les quatre surfaces étudiées (Fig. 5.16). Le débit de fuite des surfaces B et D augmente régulièrement avec la vitesse puisque les faces de la garniture s'écartent. Ce n'est pas le cas pour les surfaces A et C, dont

les taux de cavitation sont très supérieurs. Le débit calculé pour la surface A est même décroissant lorsque $2.10^{-9} < G < 4.10^{-9}$, bien que l'épaisseur de film ne diminue pas. Cela correspond au développement des zones de cavitation, dans lesquelles il n'y a pas d'écoulement radial. En outre, les surfaces A et C ont plus d'aspérités en contact.

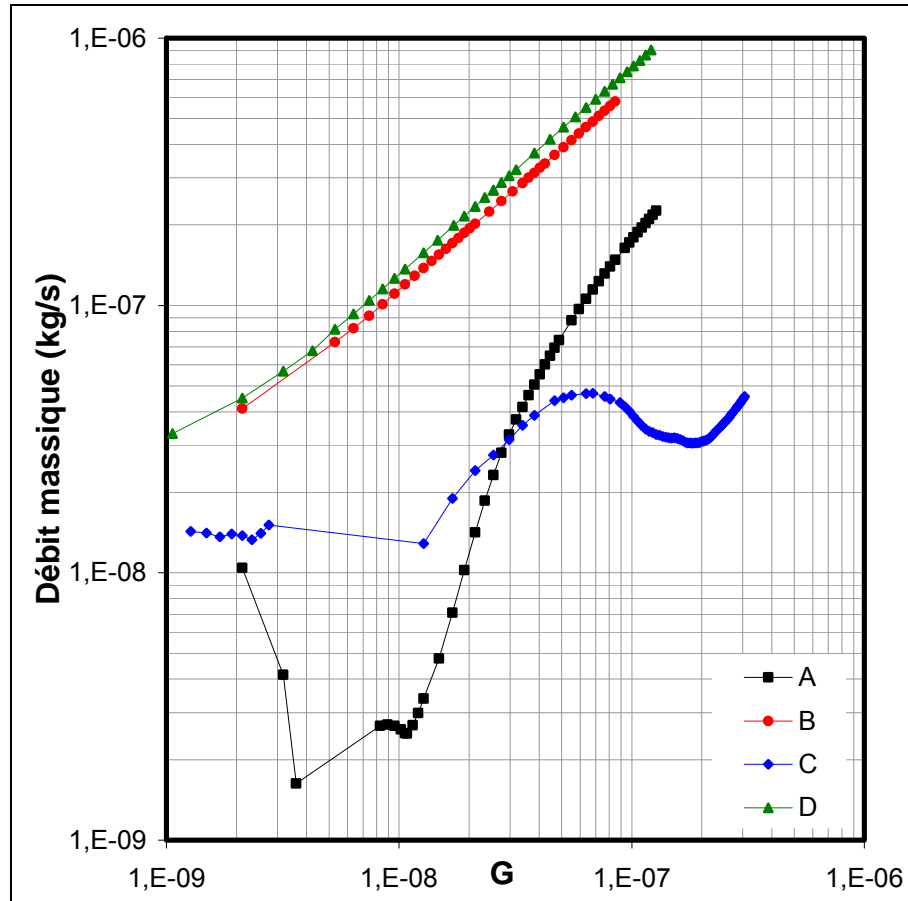


Figure 5.16 – Débit massique

Courbes de Stribeck

Le calcul du coefficient de frottement a été décrit à la fin du chapitre 4. Il dépend notamment du couple de frottement sec Cf_2 , déterminé d'après un choix initial du coefficient de frottement inter aspérités f_s . Nous n'avons pas trouvé ce type de valeur dans la littérature concernant les études expérimentales de garnitures mécaniques. Les mesures y sont effectuées en régime mixte ou hydrodynamique et donnent un coefficient de frottement « global » dont la valeur est influencée par la portance fluide, et est inférieure à ce que nous recherchons. Les valeurs disponibles dans les articles traitant du frottement sec ne conviennent pas non plus (trop élevées) puisque nous étudions des contacts lubrifiés. Tenant compte de ces remarques, nous avons choisi une valeur intermédiaire ($f_s = 0,2$) pour cette étude.

Les courbes sont bien différenciées en régime mixte, puisque les effets de la cavitation et du contact sont spécifiques à chaque surface, et tendent à se rejoindre en régime hydrodynamique, où le film est complet et les zones de cavitation stabilisées. C'est pour la surface C que le frottement est le plus élevé. Elle présente les plus grands pourcentages de cavitation et d'aire de contact. La courbe correspondante présente une légère élévation du coefficient de frottement jusqu'à $G = 2.10^{-9}$, à cause de la baisse de portance hydrodynamique

déjà observée sur la figure 5.12, puis une portion décroissante jusqu'à la fin du régime mixte. En outre, le frottement résultant diminue moins que pour les trois autres surfaces en raison de l'augmentation du couple de frottement visqueux avec la vitesse.

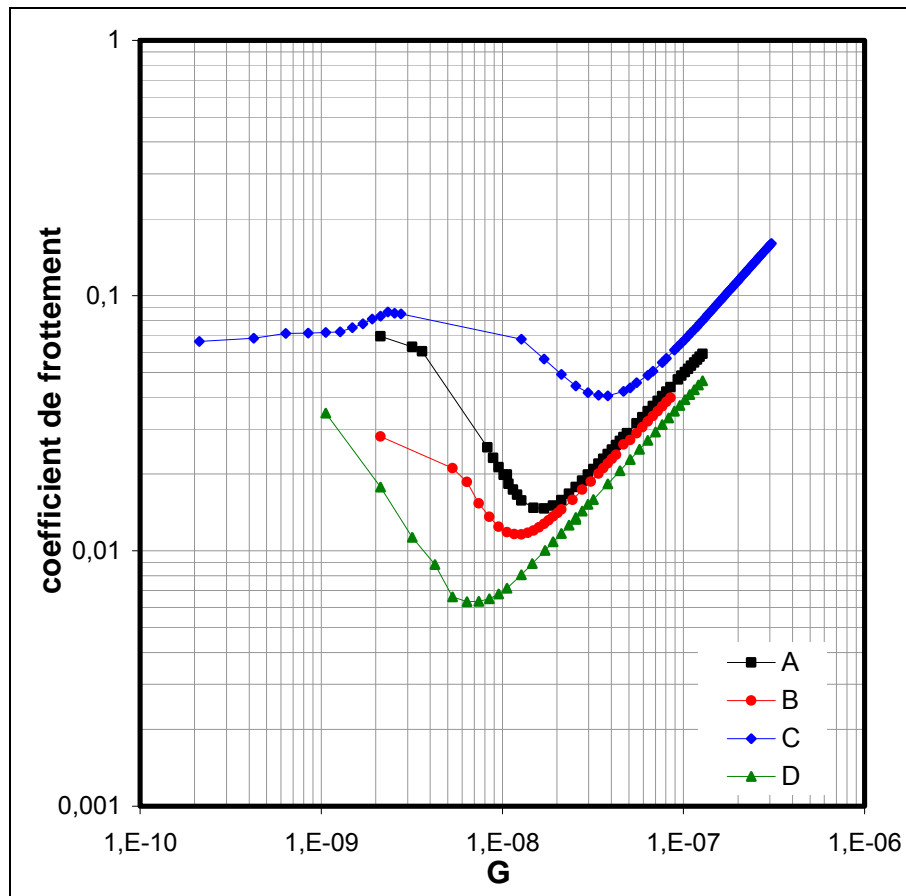


Figure 5.17 – Courbes de Stribeck (évolution du frottement)

La transition entre les régimes de lubrification mixte et hydrodynamique intervient près de la zone où le frottement est minimal. La valeur correspondante du paramètre de service calculée par notre modèle numérique est comprise entre 7.10^{-9} et $3,5.10^{-8}$ (tableau 5.6). Le coefficient de frottement minimal varie d'environ 0,006 pour la surface D, à 0,04 pour la surface C, celui des deux autres surfaces étant voisin de 0,01. Ces valeurs de G et du minimum de f sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux de Nau [133], de Flitney et Nau [142] et de Vezjak et Vizintin [143]. Les caractéristiques de fonctionnement rapportées par ces auteurs sont comparables à celles que nous avons simulées (pression et nature du fluide, matériaux des faces). Dans ces études, le frottement minimal varie de 5.10^{-3} à 7.10^{-2} , ce minimum étant atteint pour des valeurs du paramètre de service situées entre 2.10^{-9} et 10^{-7} . Signalons néanmoins que suivant les conditions d'essai (viscosité du fluide, sensibilité des matériaux à l'usure) ces intervalles de variation peuvent être beaucoup plus étendus.

Surface	A	B	C	D
Valeur de G à la transition mixte / hydrodynamique	$\approx 1,7 \cdot 10^{-8}$	$\approx 1,3 \cdot 10^{-8}$	$\approx 3,5 \cdot 10^{-8}$	$\approx 7 \cdot 10^{-9}$
Valeur de f à la transition mixte / hydrodynamique	$\approx 1,5 \cdot 10^{-2}$	$\approx 1,1 \cdot 10^{-2}$	$\approx 4 \cdot 10^{-2}$	$\approx 6,3 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.6 – Caractérisation de la transition mixte/HD

La représentation employant une échelle logarithmique permet de remarquer que, dans le régime hydrodynamique, les courbes peuvent être interpolées par une fonction puissance de la forme $y = a x^b$. Le tableau 5.7 ci-après contient les coefficients des courbes d'interpolation.

Surface	A	B	C	D
coefficient a	6957,3	7457,3	15369	8593,8
coefficient b	0,7354	0,7454	0,7645	0,7643

Tableau 5.7 – Coefficients des courbes d'interpolation

Les pentes (coefficient b) des quatre courbes sont très voisines, et valent en moyenne 0,75 (écart-type : 0,01). Dans la littérature, les valeurs se situent le plus souvent entre 0,5 et 1 [1] [133]. Il faut cependant préciser que les résultats expérimentaux présentent une dispersion des valeurs parfois considérable, et qu'il n'est pas toujours aisé d'y déceler les contours d'une courbe de Stribeck.

Le modèle est donc capable de reproduire les observations principales des études expérimentales. Des courbes de Stribeck permettant de localiser précisément les zones de transition entre régimes mixte et hydrodynamique ont pu être tracées. La dispersion des résultats expérimentaux est également traduite par les variations importantes constatées d'une surface à l'autre. Pour compléter cette analyse, une comparaison avec les courbes de Stribeck présentées dans l'article de Nau [133] est proposée en annexe D.

5.3 Etude paramétrique

Maintenant que nous avons évoqué le cas de référence, nous allons faire varier séparément six des paramètres de la modélisation. Le tableau 5.8 indique quelles autres valeurs leur ont été attribuées dans les différents cas de calcul. Celles-ci ont été choisies de manière à être représentatives de conditions réalistes, et encadrent généralement celle du cas de référence afin de déceler une éventuelle tendance.

Paramètre	Cas de référence	Autres valeurs testées	
$\Delta p = p_{\text{ext}} - p_{\text{int}}$	1 MPa	0,5 MPa	1,5 MPa
b_h	0,75	0,65	0,85
μ	10^{-3} Pa.s	$5 \cdot 10^{-4}$ Pa.s	10^{-2} Pa.s
matériaux	C metal / Si SiC	C metal / fonte	Si SiC / Si SiC
β	0	$2 \cdot 10^{-5}$ rad	10^{-4} rad
Sq	0,1 μm	0,04 μm	0,18 μm

Tableau 5.8 – Valeurs testées dans l'étude paramétrique

5.3.1 Paramètres de l'étude

L'influence des paramètres sera discutée dans les paragraphes suivants en étudiant les seules courbes de Stribeck, car elles représentent une bonne synthèse du comportement des surfaces. Les courbes de distance de séparation des faces à l'équilibre figureront également en regard, plutôt que le débit de fuite qui donnerait une information moins représentative, étant lui-même fonction de l'épaisseur de film. La plupart des commentaires sont communs aux quatre surfaces, mais celles-ci pourront être décrites séparément si elles présentent un comportement spécifique. Certaines courbes sont incomplètes, en raison des difficultés numériques évoquées plus tôt dans ce chapitre. Cela ne concerne toutefois que les surfaces A et C.

Gradient de pression (Δp)

Les figures 5.19a à 5.19d présentent les résultats obtenus pour les quatre surfaces en modifiant la valeur de la pression d'alimentation. Les écarts entre les courbes sont sensiblement identiques quelle que soit la surface considérée. Le frottement ainsi que l'épaisseur de film diminuent en régime de lubrification mixte lorsque la pression d'alimentation augmente. En effet, lorsque la pression d'alimentation augmente, la charge à équilibrer augmente également. L'épaisseur de film doit donc être plus faible pour que les aspérités supportent cette plus grande charge. Or le rapprochement des faces permet dans le même temps de générer plus de portance hydrodynamique. Ainsi la charge de contact, bien que d'intensité plus élevée, diminue en proportion ce qui explique la diminution du frottement. En revanche, les courbes de frottement comme d'épaisseur de film sont confondues en régime hydrodynamique. Cela est dû à la présence de la force de fermeture, dépendante de la pression d'alimentation, dans l'expression du paramètre de service G. Ce comportement (superposition des courbes de Stribeck en régime hydrodynamique et diminution du frottement en régime mixte) a été observé expérimentalement par Lubbinge [102].

Coefficient d'équilibrage (b_h)

Sur les figures 5.20a à 5.20d, nous observons l'effet d'une variation du coefficient d'équilibrage sur le frottement et l'épaisseur de film. Une valeur de 0,85 correspond à un contact plus chargé, au contraire du cas où $b_h = 0,65$. Augmenter le coefficient d'équilibrage

revient à charger plus sévèrement le contact, sans modifier la pression. Contrairement au cas précédent, l'enfoncement plus grand du fait de l'augmentation de la force de fermeture n'est pas entièrement compensé par une plus grande génération de portance hydrodynamique. Le frottement calculé est donc plus élevé, puisque à G constant il y a plus d'aspérités en contact si le coefficient d'équilibrage augmente. Cela explique le décalage vers la droite de la transition mixte / hydrodynamique quand b_h augmente. De plus, du fait du rapprochement des faces, le cisaillement dans le film contribue lui aussi à l'élévation du frottement. Les écarts entre les courbes sont moins importants en régime hydrodynamique, car le frottement visqueux est de plus faible amplitude que le frottement « sec ». Dans notre étude, la force à équilibrer est d'environ 663 N si $b_h = 0,85$; la proportion de portance hydrodynamique supplémentaire à apporter en comparaison d'une surface lisse n'est plus de 50% comme lorsque $b_h = 0,75$, mais de 70% (la portance hydrostatique demeure inchangée puisque la valeur de p_{ext} est conservée).

Viscosité dynamique (μ)

Pour ce paramètre, les variations du frottement et de la séparation des faces sont représentées en fonction de la vitesse de rotation, car la viscosité intervient dans le calcul du paramètre de service G (figs. 5.21a à 5.21d). Représentées en fonction de G , les courbes se superposent parfaitement. L'augmentation de la viscosité entraîne une diminution de la vitesse à laquelle s'effectue la transition entre régime mixte et régime hydrodynamique. Les faces décollent donc plus tardivement en présence d'un fluide moins visqueux. A vitesse constante, le frottement est moins élevé en régime mixte si la viscosité augmente, car un fluide plus visqueux tend à faire décoller les faces plus rapidement, ce qui réduit le frottement des aspérités. C'est l'inverse en régime hydrodynamique car, pour une même vitesse, le couple de frottement visqueux a augmenté. La valeur optimale du frottement demeure bien sûr inchangée quelle que soit la viscosité. Il faut cependant rappeler que nous avons fait l'hypothèse d'un écoulement isotherme et isovisqueux.

Matériaux

Dans le cas de référence, la garniture est constituée d'une surface lisse en carbure et d'une surface rugueuse en carbone. Nous avons choisi deux autres couples de matériaux, dont les caractéristiques (E , ν) ont été énoncées dans le tableau 5.1. La première configuration est assez similaire au cas de référence : la face « dure » est différente, choisie en fonte Ni-resist⁵, et la face tendre est inchangée (figs. 5.22a à 5.22d). Dans la seconde configuration, les deux faces sont « dures » et constituées du même matériau (carbure de Silicium).

Couple de matériaux	carbone impr. metal / carbure Si	carbure Si / carbure Si	carbone impr. metal / fonte Ni-resist
Module d'Young équivalent	≈ 40 GPa	≈ 412 GPa	≈ 35 GPa

Tableau 5.9 – Module d'Young équivalent du contact

⁵ Le module d'Young et le coefficient de Poisson de la fonte sont fixés à $E = 100$ GPa et $\nu = 0,2$ (Toutes données matériaux d'après Techniques de l'Ingénieur [2]).

Les courbes de frottement et d'épaisseur sont presque confondues dans le cas d'un couple carbure/carbone et carbone/fonte. Dans ces deux cas, le module d'élasticité équivalent est similaire : l'un des matériaux est plus élastique que l'autre. Les courbes du cas carbure/carbone se démarquent en régime mixte : le frottement est plus élevé, ainsi que l'épaisseur de film. Ce matériau étant beaucoup moins élastique qu'une fonte ou un carbone, les charges de contact augmentent plus rapidement pour une même valeur de l'interférence du contact, autrement dit de l'écartement des faces. L'équilibre est atteint pour une épaisseur de film plus grande et donc avec une portance hydrodynamique plus faible, ce qui explique l'augmentation du frottement.

Les courbes sont évidemment confondues dans le domaine hydrodynamique puisque le frottement est alors d'origine purement visqueuse et que les conditions de pression sont inchangées. Elles ne le seraient pas dans le cas d'un modèle élastohydrodynamique, qui prend en compte les déformations des surfaces, lesquelles font intervenir les caractéristiques des matériaux.

En résumé, l'emploi d'un couple de matériaux mixtes présentant des modules d'élasticité très différents permet de limiter le frottement dans l'interface, c'est pourquoi les configurations face dure / face dure sont moins utilisées et réservées à des applications spécifiques.

Conicité (β)

Deux valeurs (positives dans le sens de la fuite) de la conicité du stator ont été testées, l'une de $2 \cdot 10^{-5}$ rad et l'autre de 10^{-4} rad. Compte tenu de la largeur du grain qui est de 4 mm, cette dernière est relativement élevée : cela correspond à une différence de hauteur entre les rayons intérieur et extérieur de $0,4 \mu\text{m}$, c'est-à-dire quatre fois la valeur de l'écart-type des hauteurs de rugosité.

Une telle configuration implique que la rugosité est plus influente du côté du rayon intérieur, où l'épaisseur du film est la plus faible, puisque dans notre modèle $\beta_1 > 0$. C'est donc la distance minimale de séparation des surfaces qui est présentée sur les graphes. Une modification de la conicité influençant grandement la portance (hydrostatique), les résultats obtenus pour les deux valeurs imposées dans notre étude paramétrique se distinguent nettement.

La portance hydrostatique est plus élevée en présence d'une conicité que lorsque les faces sont parallèles. En revanche, le frottement est généralement plus faible en présence d'une conicité, de même que l'épaisseur minimale de film (figs. 5.23a à 5.23d). Lorsque la conicité est faible ($\beta_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ rad), les courbes de frottement ne diffèrent véritablement qu'en régime de lubrification mixte. Du fait de la conicité du stator, les zones de contact sont concentrées autour du rayon intérieur au lieu d'être réparties sur l'ensemble de l'interface. La contribution de la charge de contact à la force d'ouverture est donc moindre que lorsque les faces sont planes, et la portance fluide augmente en contrepartie. En conséquence, l'épaisseur minimale de film est plus faible à G équivalent que dans le cas de référence. Le frottement résultant est lui aussi inférieur car il y a moins de contact. Le point de fonctionnement optimum est moins aisé à déterminer mais est atteint pour des valeurs semblables au cas de référence quelle que soit la surface considérée.

Lorsque la conicité est importante ($\beta_1 = 10^{-4}$ rad), le frottement évolue de manière bien différente : le coefficient de frottement f croît de façon monotone avec G , et l'allure des courbes de frottement n'est donc plus du tout celle des courbes de Stribeck. La géométrie fortement convergente rend l'écoulement de Poiseuille prépondérant aux faibles vitesses. La charge équilibrant la force de fermeture est alors presque exclusivement due à la composante hydrostatique. Le contact des aspérités intervient sur une aire très réduite, et les différences

observables entre les quatre surfaces résultent majoritairement de l'agencement de la rugosité de ces dernières. Un plus grand nombre de sommets en contact a été détecté dans la zone proche du rayon intérieur de la surface A, et le frottement résultant est supérieur à celui des trois autres surfaces. Dans le tableau 5.10 suivant sont regroupées les valeurs maximales du nombre de sommets en contact.

Surface	A	B	C	D
$\beta_1 = 0$	705	465	700	307
$\beta_1 = 2.10^{-5}$ rad	385	222	385	259
$\beta_1 = 10^{-4}$ rad	127	4	15	9

Tableau 5.10 – Nombre maximal de sommets en contact à l'équilibre

Du fait de la grande conicité, l'épaisseur minimale de film est plus élevée aux faibles vitesses que lorsque les faces sont alignées, ce qui constitue un comportement inverse de celui constaté lorsque la conicité est faible. En choisissant $\beta_1 = 10^{-4}$ rad, la hauteur de film au rayon extérieur vaut presque le triple de l'épaisseur minimale. Dans ces conditions les effets hydrodynamiques sont très limités tant que $G < 10^{-8}$. Ainsi, l'augmentation de G ne se traduit pas par une augmentation de la hauteur de film.

Cela correspond également à l'amorce du développement des zones de cavitation. Les pourcentages relevés diminuent par rapport à ceux du cas de référence à mesure que la conicité augmente. Or la valeur délivrée par le code de calcul se rapporte au nombre total d'éléments du maillage, alors qu'en présence d'une conicité les effets de la cavitation ne sont prépondérants que dans la portion proche du rayon intérieur. C'est précisément cette zone de film très mince qui est la source de génération de portance hydrodynamique. Le décollement des faces n'est donc pas aussi rapide lorsque G augmente, et la transition entre régime mixte et régime hydrodynamique a lieu pour de plus grandes valeurs de G .

La courbe d'épaisseur obtenue pour la surface B est assez difficile à interpréter à $\beta_1 = 0,1$ rad, car après avoir décollé à $G = 2.10^{-8}$, les faces sont à nouveau brièvement en contact avant de s'écarter définitivement lorsque $G > 6,5.10^{-8}$. Il faut préciser que le taux de cavitation augmente sensiblement, passant de 3,5 % à 5,6 % lorsque l'épaisseur du film chute brutalement. Ce comportement singulier met en évidence la compétition entre le développement de la portance hydrodynamique et les effets de cavitation, qui interviennent simultanément et sous l'étroite influence de la rugosité de l'interface.

Ecart-type (Sq)

Les figures 5.24a à 5.24d présentent les courbes de Stribeck pour différentes valeurs de l'écart-type de la rugosité. Lorsque celui-ci augmente, le frottement augmente également en régime mixte ; c'est l'inverse en régime hydrodynamique pour les différentes hauteurs de rugosité. La valeur de l'écart-type définit l'intervalle de variation de la hauteur rugueuse. Ainsi plus Sq est grand et plus la distance de séparation des faces à l'équilibre est élevée. Par ailleurs, augmenter l'écart-type de la rugosité conduit à déplacer l'optimum de la courbe vers des valeurs plus élevées de G et de f . Cette observation a été effectuée par plusieurs auteurs

[102] [133]. Lorsque l'écart-type est de $0,04 \mu\text{m}$, la transition entre les régimes mixte et hydrodynamique déterminée par notre modèle intervient pour $10^{-9} < G < 3 \cdot 10^{-9}$. Le frottement minimal correspondant est alors compris entre $2,5 \cdot 10^{-3}$ et $6 \cdot 10^{-3}$. A l'inverse, pour l'écart-type de $0,18 \mu\text{m}$, la transition se produit à des valeurs supérieures à celles du cas de référence : $10^{-8} < G < 10^{-7}$. Le minimum du coefficient de frottement varie alors entre 0,01 et 0,08. Ces valeurs demeurent comparables à celles obtenues expérimentalement par Nau [133] et par Vezjak et Vizintin [143].

Paramètres (SSk ; SKu)

Il a été envisagé d'évaluer l'influence des autres paramètres de rugosité utilisés dans les modélisations (nombres (SSk ; SKu), longueurs d'autocorrélation) pour analyser l'influence de l'usure des faces et de la texture de la rugosité sur les performances de la garniture. Modifier ces paramètres revient à générer de nouvelles surfaces tout en conservant la racine spécifiant la série de nombres aléatoires utilisée par le simulateur. L'objectif était de recréer les conditions des phases 1 et 3 de l'étude métrologique. Dans plusieurs cas, il s'est malheureusement avéré impossible d'atteindre la convergence en conservant les mêmes dimensions de maillage et les mêmes critères d'arrêt. La cause principale s'est avérée être due à une trop grande extension latérale des zones de cavitation. Sur la figure 5.18 ci-après, montrant les zones actives et inactives en présence d'une surface Gaussienne, le domaine est scindé en trois parties (coupures à $N_r = 200$ et $N_r = 3300$).

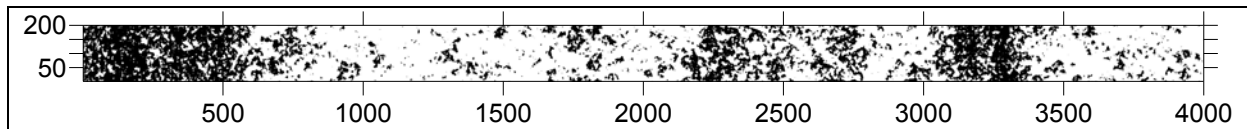
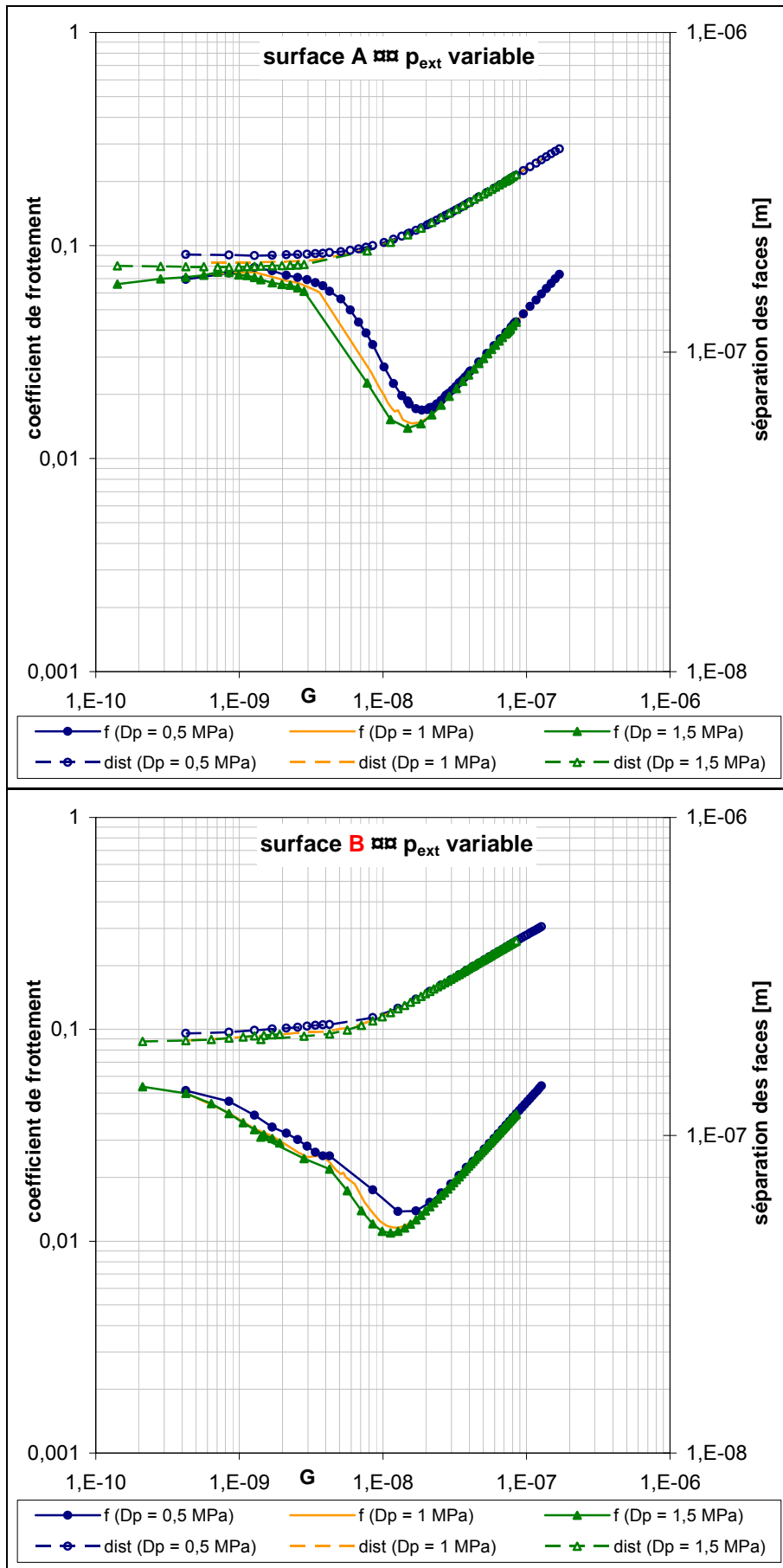
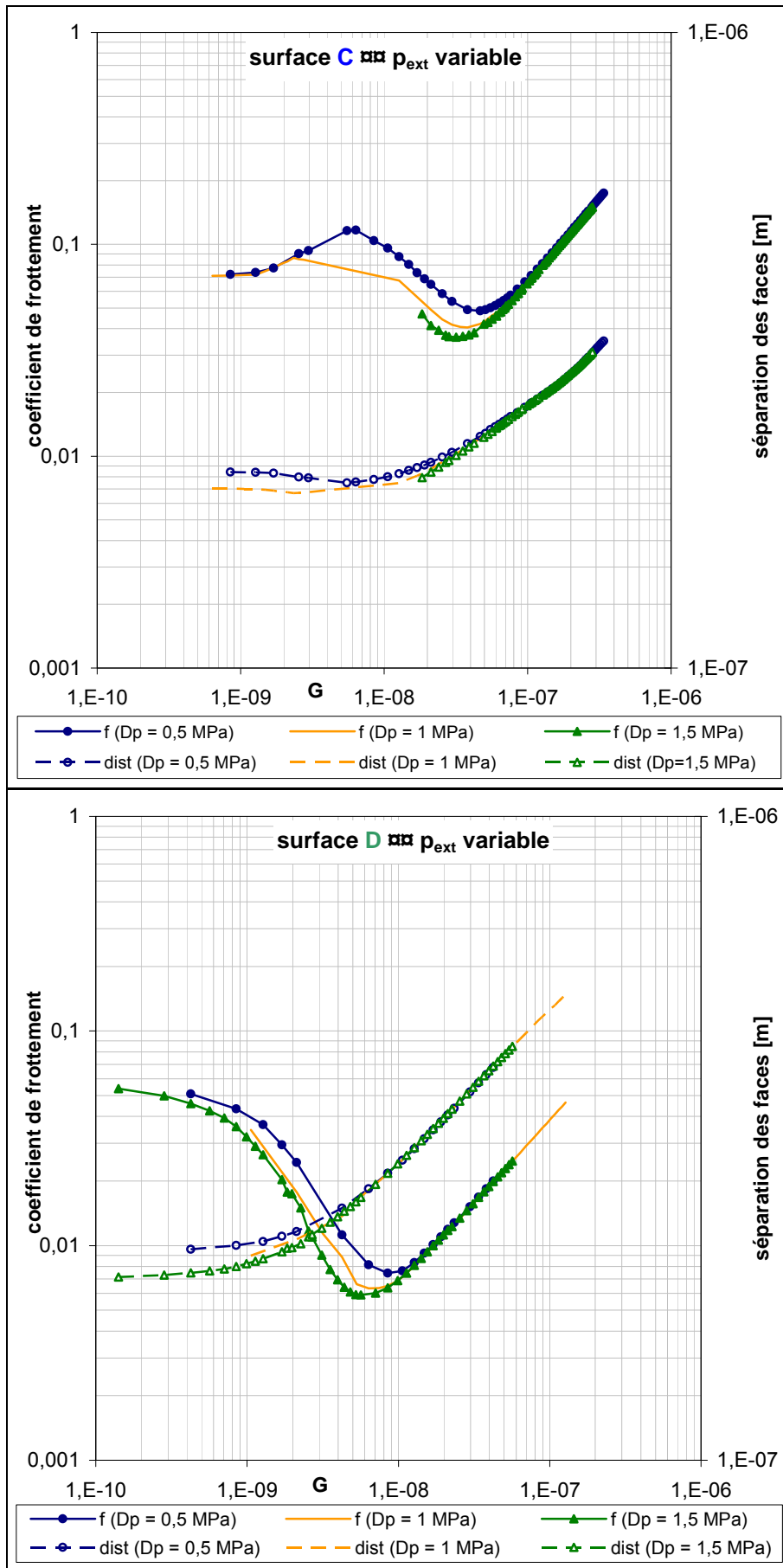


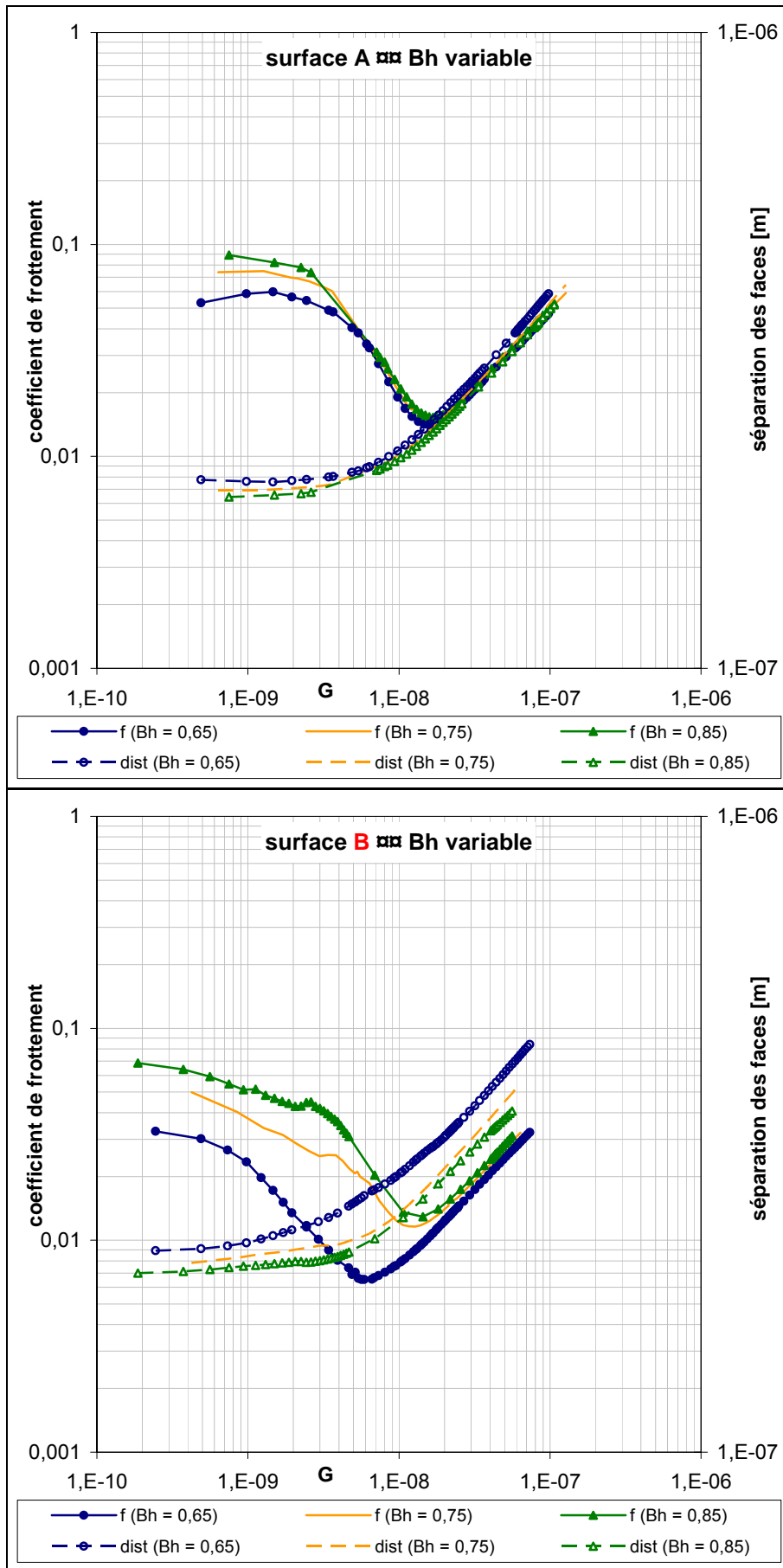
Figure 5.18 – Zones de cavitation à $G = 2,2 \cdot 10^{-8}$ pour une surface Gaussienne (surface C)



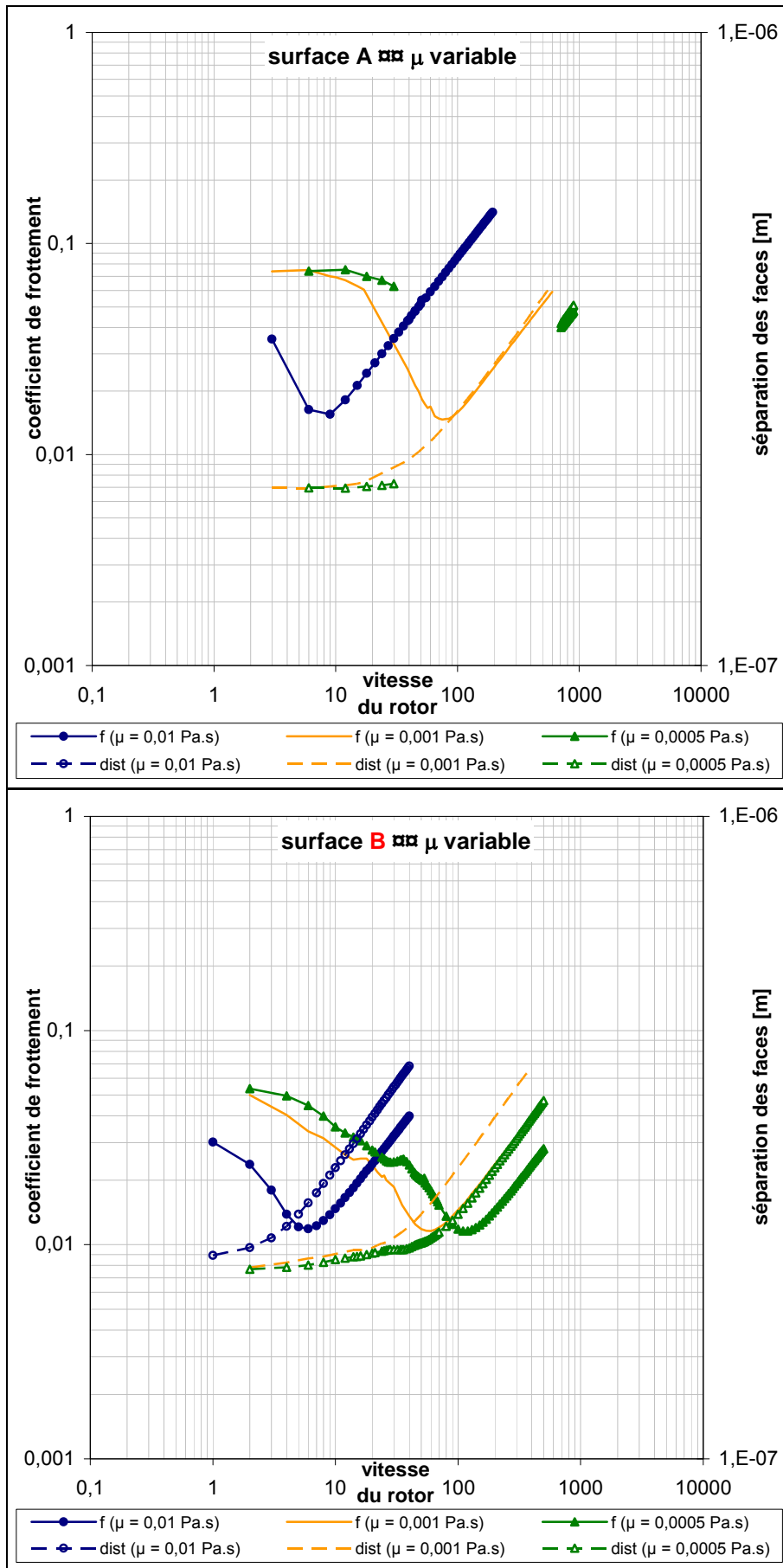
Figures 5.19a/5.19b – Courbes de Stribeck pour différentes pressions d'alimentation



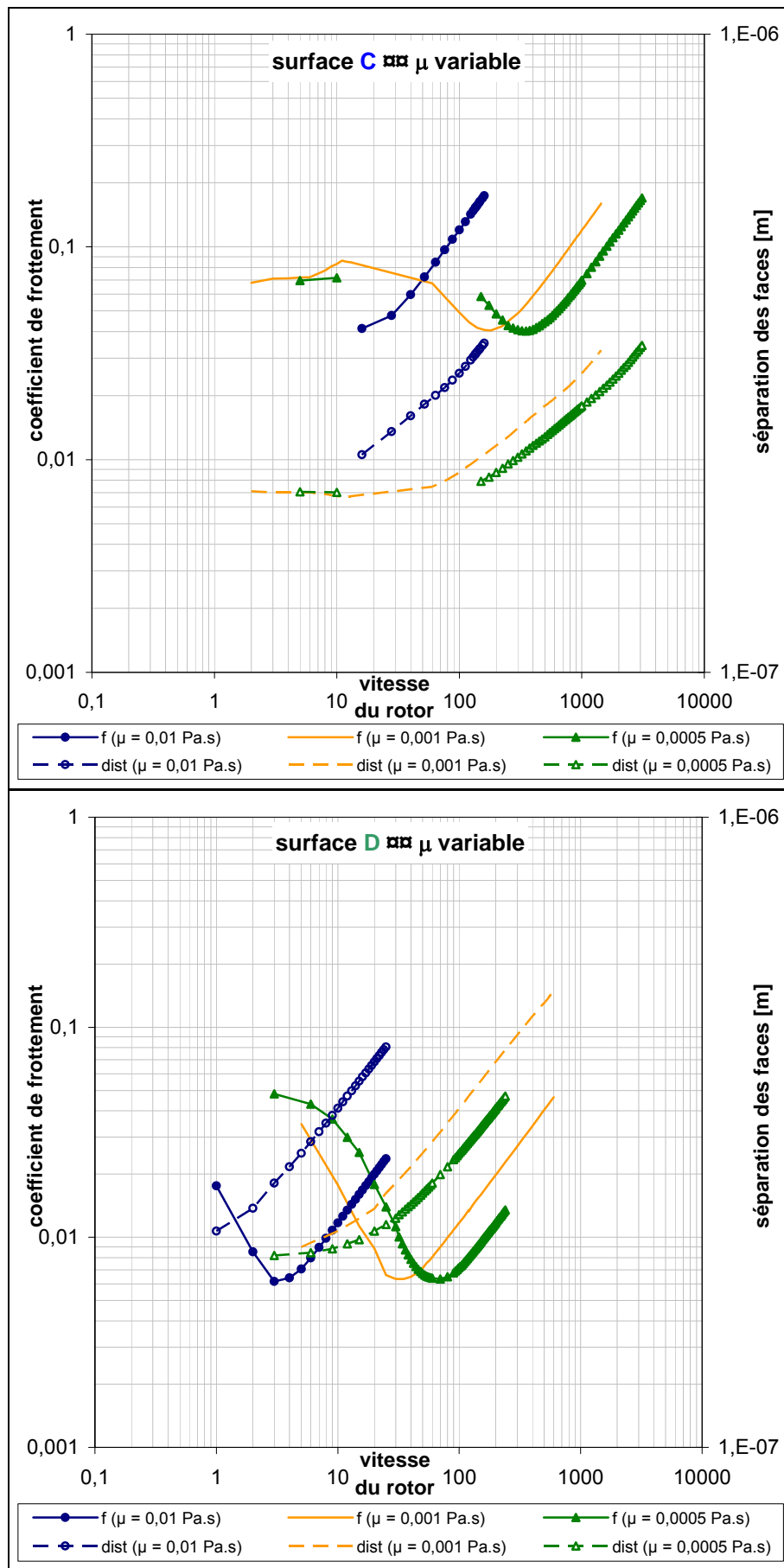
Figures 5.19c/5.19d – Courbes de Stribeck pour différentes pressions d'alimentation



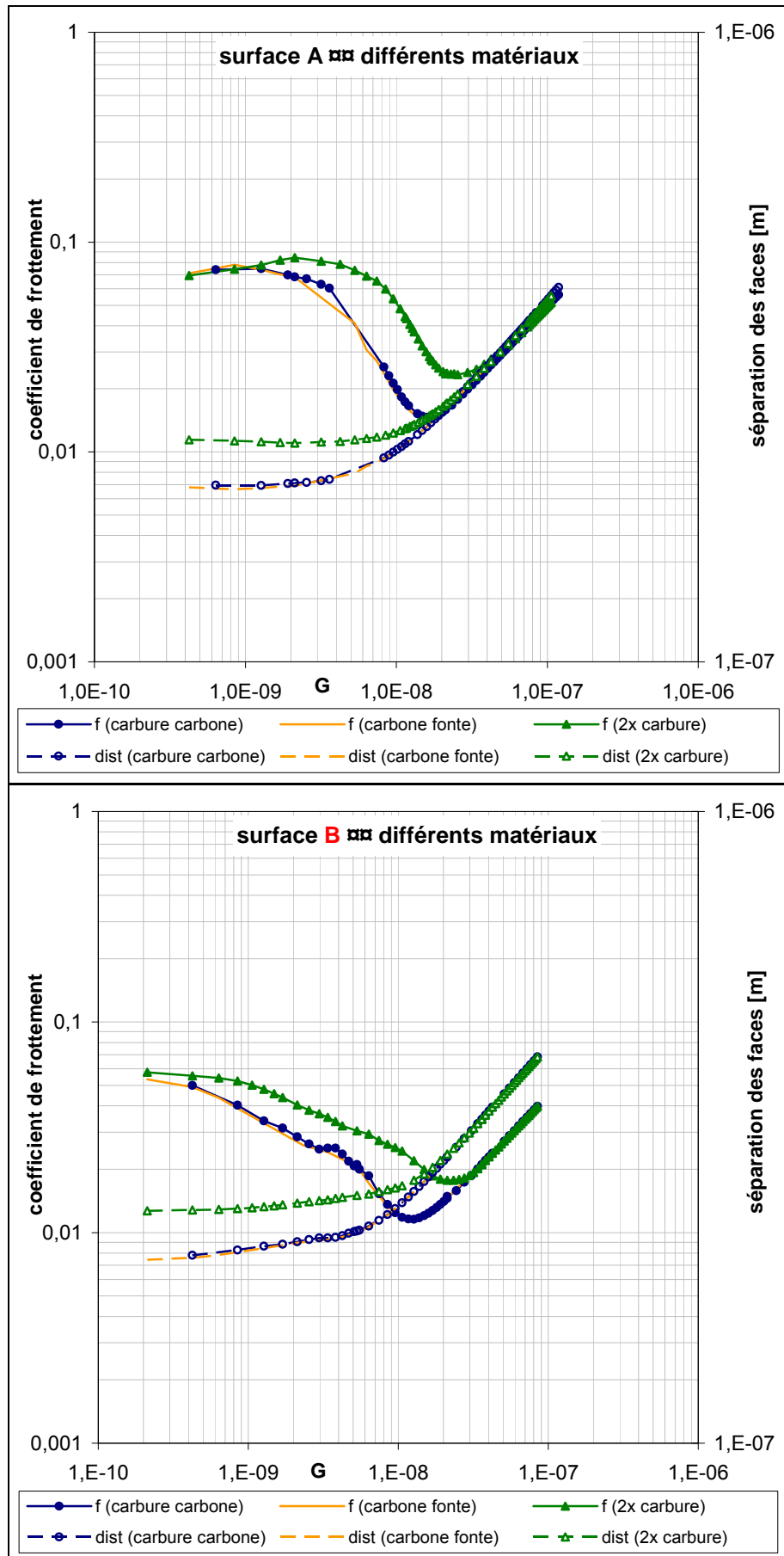
Figures 5.20a/5.20b – Courbes de Stribeck pour différents coefficients d'équilibrage



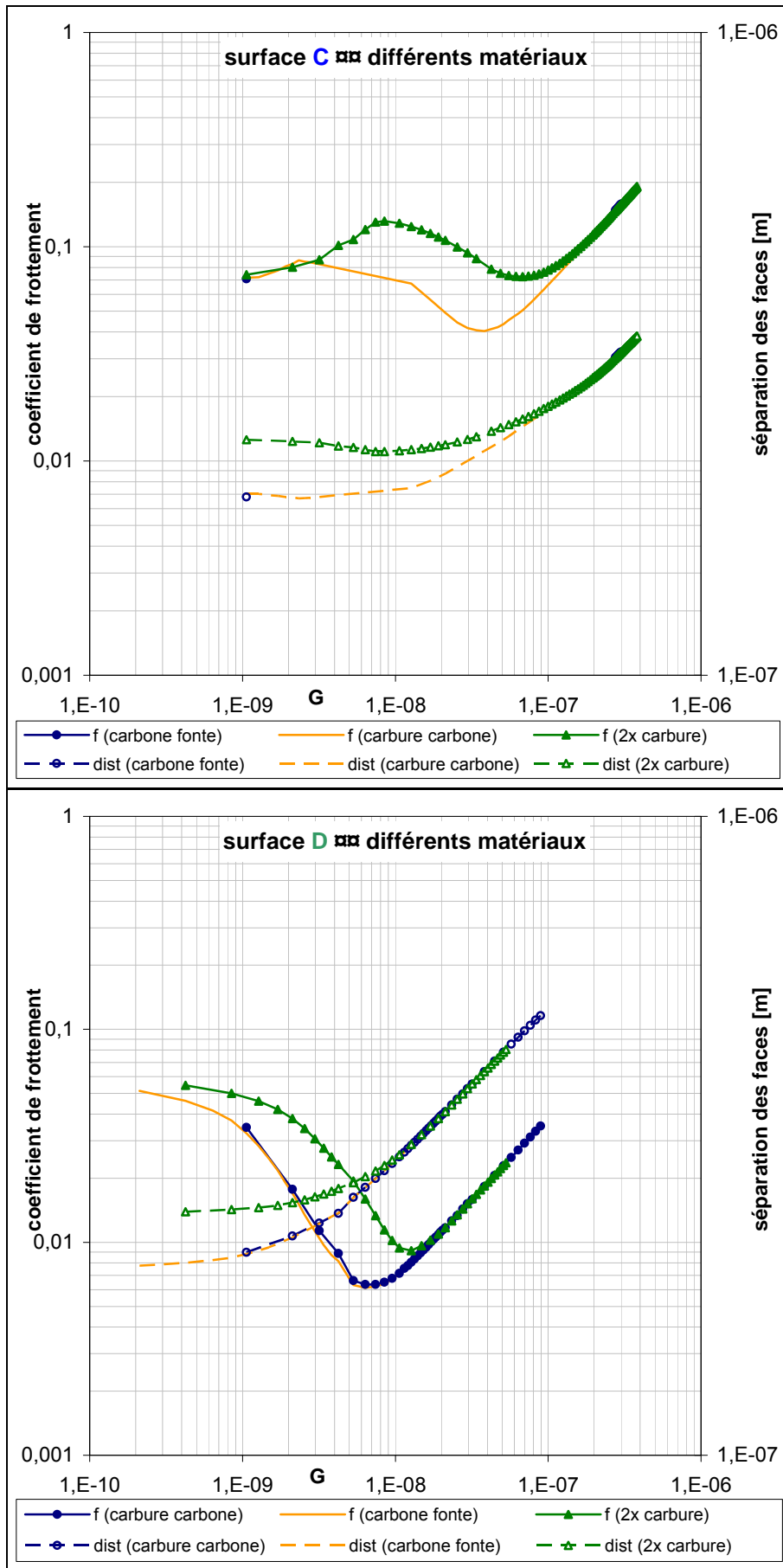
Figures 5.21a/5.21b – Courbes de Stribeck pour différentes viscosités dynamiques



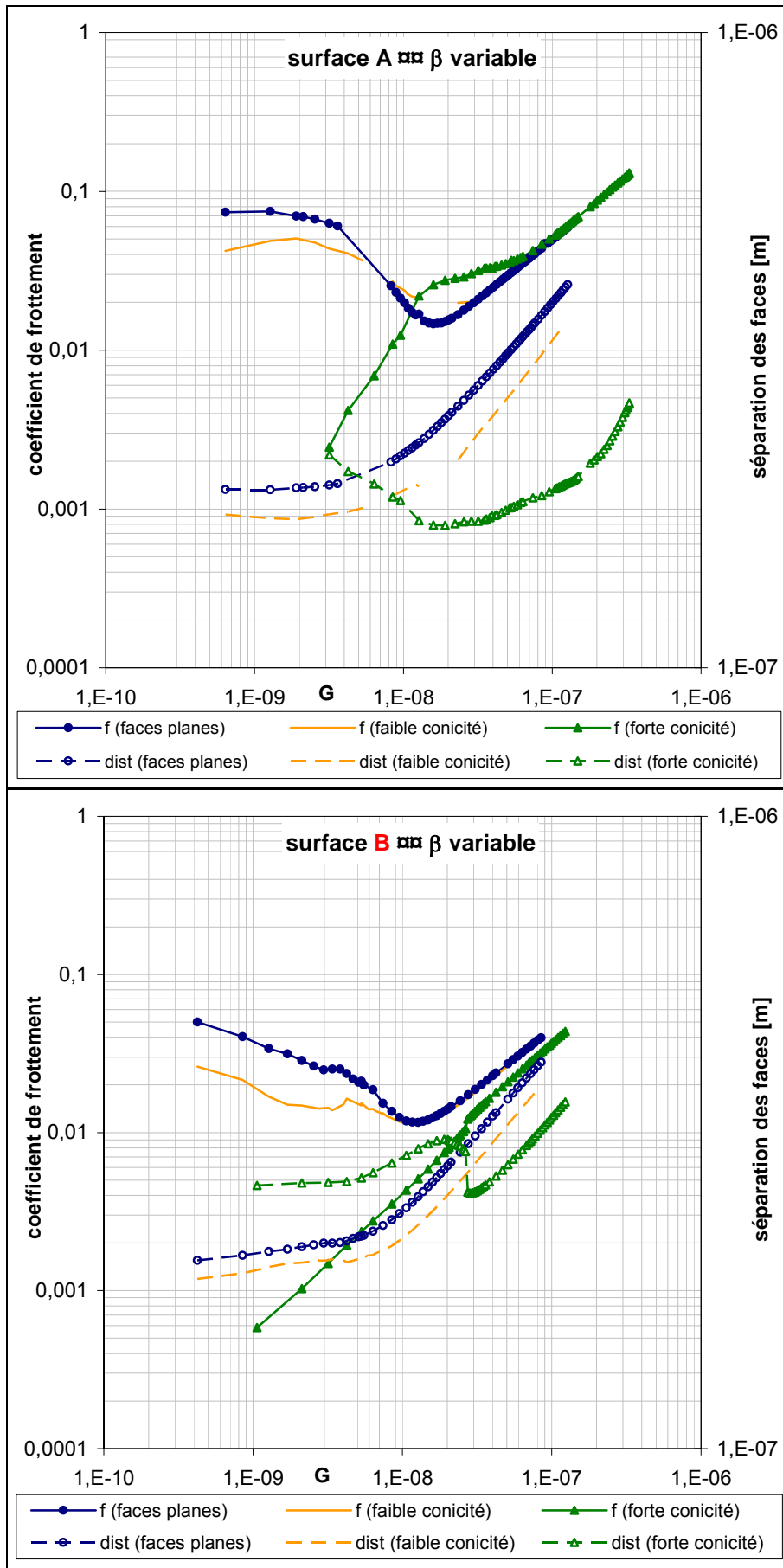
Figures 5.21c/5.21d – Courbes de Stribeck pour différentes viscosités dynamiques



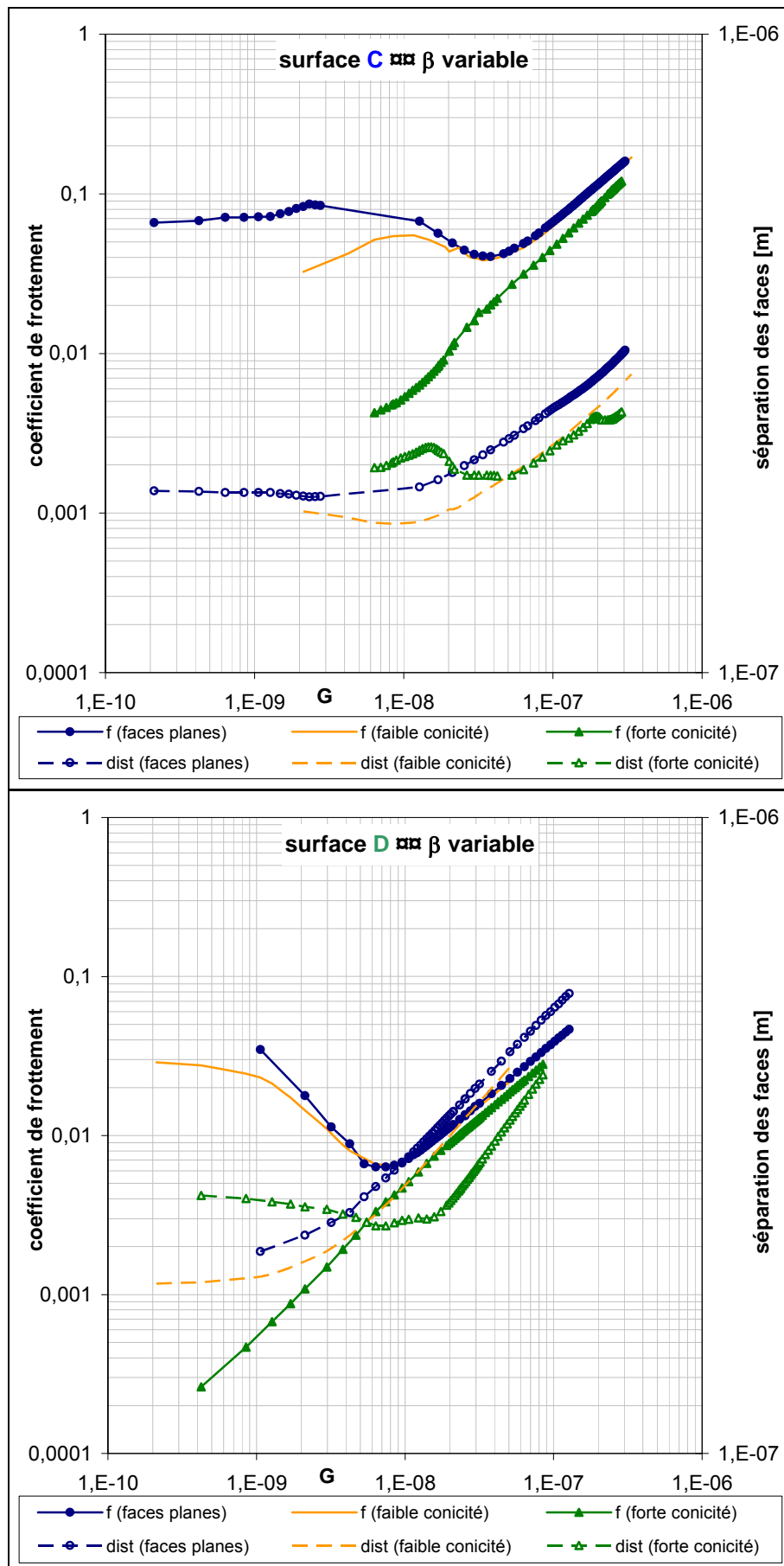
Figures 5.22a/5.22b – Courbes de Stribeck pour différents couples de matériaux



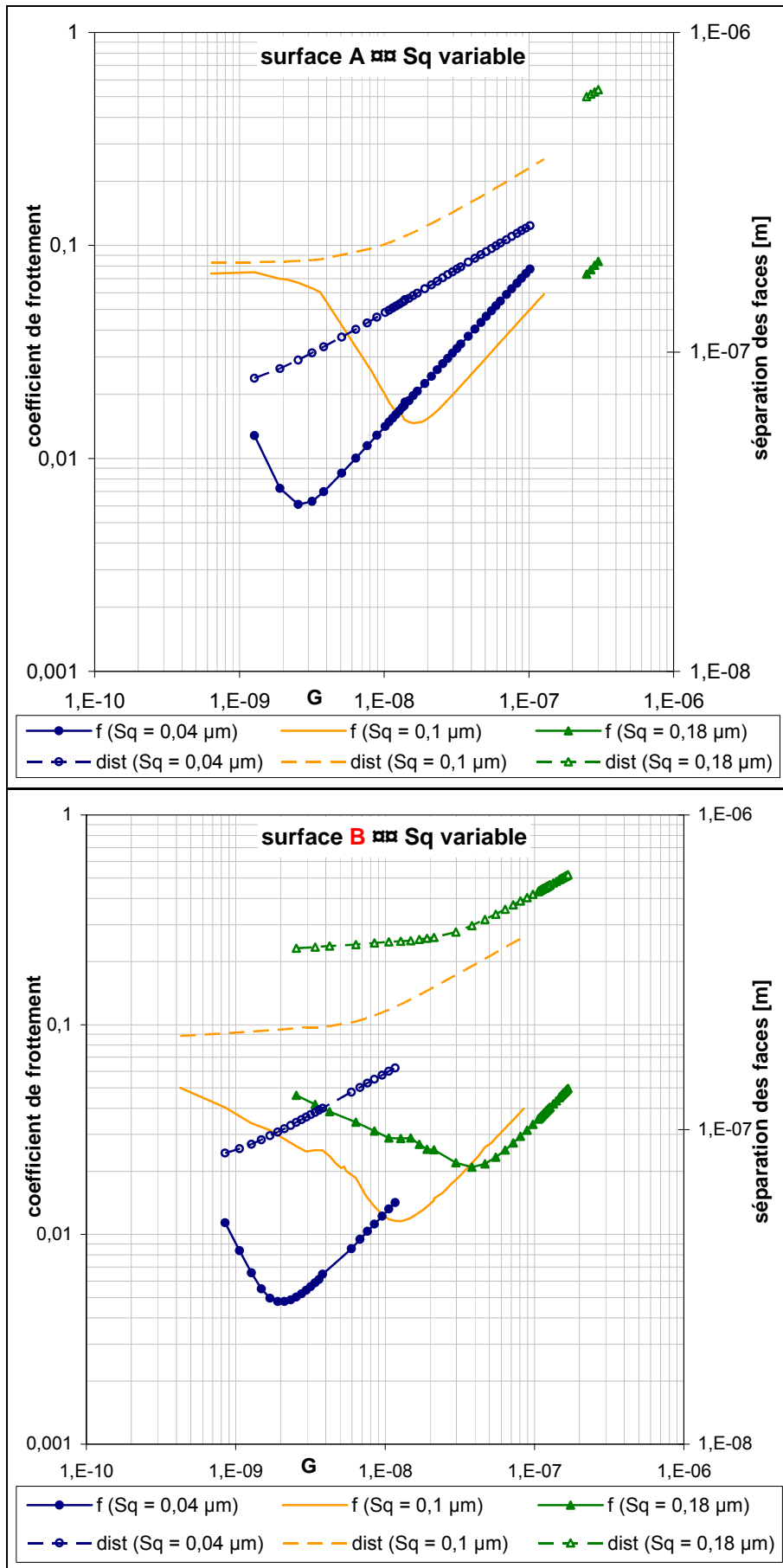
Figures 5.22c/5.22d – Courbes de Stribeck pour différents couples de matériaux



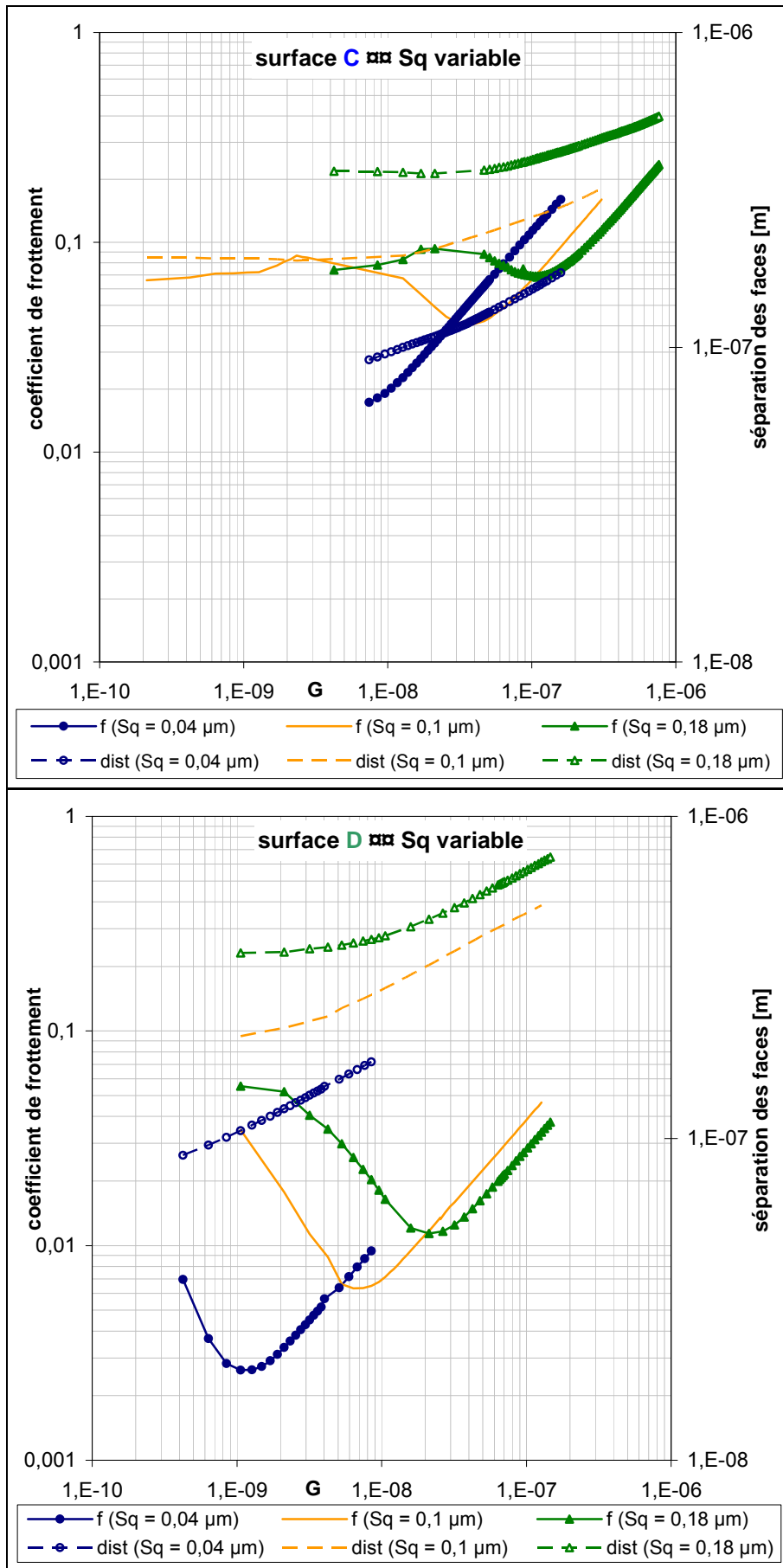
Figures 5.23a/5.23b – Courbes de Stribeck pour différentes conicités du stator



Figures 5.23c/5.23d – Courbes de Stribeck pour différentes conicités du stator



Figures 5.24a/5.24b – Courbes de Stribeck pour différents écarts-types de la rugosité



Figures 5.24c/5.24d – Courbes de Stribeck pour différents écarts-types de la rugosité

5.3.2 Synthèse

Cette partie a permis d'étudier l'influence des paramètres pris en compte par notre modèle. Celui-ci est la combinaison d'un modèle d'écoulement entre faces rugueuses dont les caractéristiques sont issues de simulations numériques, et d'un modèle simple de contact purement normal d'aspérités. Le principal apport du modèle est d'avoir permis de reproduire numériquement la génération de portance hydrodynamique au sein d'une géométrie de garniture présentant des rugosités. De plus, des courbes de Stribeck ont pu être tracées pour évaluer la transition entre les régimes de lubrification mixte et hydrodynamique.

Les résultats obtenus sont satisfaisants et les ordres de grandeur des paramètres calculés sont cohérents. La grande variabilité des résultats numériques est le fait de l'agencement de la rugosité des surfaces, ce qui confirme les observations déjà énoncées dans la littérature. L'approche déterministe retenue a permis, certes sur un maillage aux dimensions très réduites, de constater cette variabilité. Compte tenu de la démarche entreprise pour cette étude paramétrique, et notamment du choix arbitraire des quatre surfaces, il ressort qu'une approche stochastique aurait été inadaptée : il semble en effet très hasardeux de considérer que des paramètres moyens puissent rendre compte de toutes les tendances observées de façon suffisamment précise. L'exemple de la cavitation dans les surfaces du cas de référence est à ce titre particulièrement frappant (fig. 5.6) : le pourcentage maximal de cavitation observé sur la surface D est huit fois inférieur à celui de la surface C, alors que ces surfaces ont été générées à partir des mêmes paramètres statistiques.

Nous avons donc constaté que les quatre surfaces rugueuses étudiées, bien que statistiquement équivalentes et représentatives d'un état d'usure identique, offrent elles-mêmes un comportement spécifique, surtout dans le régime de lubrification mixte. Lorsque les vitesses relatives des surfaces sont faibles ($G < 10^{-8}$), la rugosité dicte le comportement de l'écoulement, dont l'évolution dépend de l'extension et du positionnement des zones de cavitation à mesure que les faces de la garniture s'écartent. Il y a moins de différences en régime hydrodynamique : d'après notre modèle, l'interpolation des courbes de Stribeck nous donne une pente voisine de 0,75 pour chacune des surfaces.

Des problèmes ont ponctuellement été rencontrés lors de la résolution de la pression, empêchant de tracer la totalité des courbes de Stribeck escomptées. Ils proviennent majoritairement de l'extension conjointe des zones de contact et des zones de cavitation dans la direction circonférentielle, occasionnant des problèmes de résolution numérique.

Concernant les courbes de Stribeck, nous avons effectué les constats suivants :

- Les valeurs du paramètre de service G auxquelles intervient la transition entre les régimes mixte et hydrodynamique ainsi que celles des coefficients de frottement correspondants sont en très bon accord avec les valeurs de plusieurs études expérimentales trouvées dans la littérature.
- L'augmentation de la pression d'alimentation favorise la génération de portance hydrodynamique, limitant ainsi le frottement inter aspérités.
- Un coefficient d'équilibrage plus élevé tend à rapprocher les faces de la garniture et ainsi réduire le débit de fuite. En contrepartie, le frottement dans l'interface est accru.
- Le choix d'une garniture possédant un couple de matériaux mixte « dur / tendre » est préférable pour de bonnes performances de l'étanchéité en régime de lubrification mixte. Le frottement est alors moins important que dans une garniture possédant deux faces « dures ».

- Un fluide peu visqueux permet de ralentir l'élévation du frottement et de la fuite lorsque les vitesses deviennent élevées. C'est l'inverse en régime mixte.
- L'ajout d'une conicité réduit les zones de contact sans pour autant favoriser la génération de portance hydrodynamique. La distance de séparation des faces des garnitures (et donc la fuite) est réduite si la conicité reste modérée.
- Les surfaces plus rugueuses ne favorisent pas les conditions de fonctionnement. En régime mixte, le frottement et l'épaisseur de film augmentent avec l'écart-type des rugosités.

La microgéométrie des surfaces influence systématiquement les résultats de l'étude, comme l'indique par exemple le gain en portance hydrodynamique par rapport à une interface lisse. Les épaisseurs minimales de film constatées sont particulièrement faibles (inférieures au micron). L'écart-type de la rugosité est le paramètre le plus influent dans la modélisation. Certaines tendances, notamment les pressions de contact, sont manifestement exagérées par l'hypothèse d'une surface rigide. Rappelons également que les observations effectuées concernent un modèle ne tenant pas compte des effets thermiques ni du comportement dynamique du joint.

Conclusions et perspectives

Les travaux consignés dans ce mémoire ont exposé une approche originale dédiée à la lubrification mixte des garnitures mécaniques d'étanchéité. Trois principaux axes de recherche ont été abordés dans cette étude : caractérisation, analyse et simulation de la microgéométrie des surfaces rugueuses, modélisation de l'écoulement hydrodynamique entre deux surfaces rugueuses, modélisation du contact des aspérités des surfaces solides. Un modèle numérique prenant en compte ces trois thématiques a été développé. L'étude paramétrique détaillée dans le chapitre final du présent document a été conduite au moyen de ce code.

Les garnitures mécaniques doivent fonctionner avec une fuite aussi faible que possible tout en minimisant les pertes par frottement et l'usure des surfaces. Cet optimum est atteint en régime de lubrification mixte, à la limite du régime hydrodynamique. Les rugosités des surfaces jouent alors un rôle important. L'étude du comportement d'une garniture nécessite donc une modélisation fiable de la lubrification mixte.

L'écoulement entre surfaces rugueuses peut s'étudier de manière stochastique ou déterministe. L'approche stochastique est couramment employée, mais les modèles ne permettent pas de rendre compte correctement de tous les phénomènes. De plus, elle nécessite d'être validée à l'aide d'un modèle déterministe. Récemment, plusieurs études déterministes ont été présentées, mais aucune n'est appliquée aux garnitures mécaniques. Pour ces raisons, nous avons choisi ce type d'approche.

La première étape consiste à modéliser les surfaces rugueuses. A cette fin, deux modèles numériques de génération de surfaces rugueuses ont été développés. Basés sur des méthodes existantes, ils ont été adaptés aux distributions non Gaussiennes. Ils nécessitent de connaître l'amplitude des hauteurs de rugosité, l'étalement et l'asymétrie de la rugosité, ainsi que les longueurs de corrélation de la surface. Parallèlement, une analyse de la rugosité des surfaces de garnitures réelles à différents stades d'usure a été effectuée, ceci pour différents couples usuels de matériaux. Cela a permis de disposer de données fidèles des valeurs usuelles des paramètres en vue de la simulation, et de constater que les surfaces de garnitures mécaniques présentent, après rodage, des états de surface non Gaussiens. Avant cette étude, seuls l'écart-type et le paramètre d'asymétrie figuraient dans la bibliographie des états de surface de garnitures mécaniques. Une comparaison entre les résultats des mesures et des simulations nous ont permis d'évaluer ces modèles. Ils souffrent de quelques imprécisions quand il s'agit de générer des surfaces fortement non Gaussiennes, ou des motifs d'assez grande étendue

spatiale. Ils sont néanmoins aptes à fournir des surfaces qui permettent l'analyse de l'influence des rugosités sur le comportement d'un écoulement de film mince.

La modélisation numérique de l'écoulement hydrodynamique entre surfaces rugueuses dans les garnitures mécaniques a ensuite été abordée. La rugosité est prise en compte de manière déterministe au moyen de surfaces générées numériquement. Un modèle d'écoulement isotherme entre deux surfaces en rotation relative a été développé. Il utilise une discrétisation par volumes finis. Les zones de rupture du film lubrifiant sont déterminées et la distance entre les faces à l'équilibre des forces exercées sur la garniture est calculée. Des hypothèses simplificatrices ont dû être effectuées pour traiter le problème. Ainsi, seule une portion angulaire de la garniture a été modélisée. Nous avons par ailleurs supposé un contact rugueux « équivalent », où l'une des surfaces en contact est lisse.

L'étude de la lubrification mixte implique également de prendre en compte le contact entre les surfaces. Ce problème qui est à la base de nombreuses applications en mécanique est très largement traité dans la littérature. Nous avons cependant rapidement écarté les approches stochastiques, manquant encore de validations expérimentales, et les modèles déterministes basés sur les calculs de déformations, risquant de nécessiter des temps de calcul trop longs. Comme les contacts dans les garnitures ne sont pas sévèrement chargés, nous avons préféré utiliser un modèle élastique simple basé sur la solution de Hertz. Il consiste à calculer la composante normale de la force de contact au niveau des sommets (elliptiques) d'aspérités, connaissant les rayons de courbure de ceux-ci.

La dernière partie de l'étude est une analyse paramétrique assez large de la lubrification mixte d'une garniture. Nous avons choisi une discrétisation très fine pour bien représenter la structure de rugosité des garnitures, ce qui a limité l'analyse à de petites étendues angulaires. Un cas de référence est défini et fait l'objet d'une étude très complète afin d'observer, en fonction du paramètre de service G , l'évolution des zones de cavitation, de la portance, de l'aire de contact des aspérités, de la pression de contact moyenne, de la distance moyenne de séparation des faces à l'équilibre, du débit de fuite et du coefficient de frottement. Il en résulte la mise en évidence, par le calcul numérique, que les rugosités sont aptes à générer une portance tendant à séparer les surfaces. Lorsque c'est le cas, le régime d'écoulement est hydrodynamique et, en représentation logarithmique, le frottement augmente linéairement avec le facteur de service. Si au contraire la portance fluide est insuffisante, la distance de séparation des faces est trop faible et une part du frottement est due au contact des aspérités. La transition entre ce régime, mixte, et le régime hydrodynamique correspond au fonctionnement optimal du joint. Un autre enseignement majeur de cette partie est la grande variabilité des résultats d'une surface à l'autre (alors même que les surfaces utilisées sont équivalentes statistiquement), ce qui a déjà été constaté à de nombreuses reprises dans les études expérimentales. De plus, l'intervalle des valeurs trouvées est en bon accord avec les résultats présents dans la littérature, que cela concerne le frottement ou la position de la transition mixte / hydrodynamique.

Une étude paramétrique est ensuite développée pour analyser, au moyen de la courbe de Stribeck, l'influence de la pression extérieure, du coefficient de compensation, de la viscosité du fluide, de la nature des matériaux constituant les anneaux, de la conicité des faces et de l'écart-type des rugosités. Le frottement diminue en régime mixte lorsque la pression d'alimentation est plus importante, car une plus grande portance peut être générée ; cela contribue à décharger les aspérités. A l'inverse, le frottement est accru lorsque le coefficient d'équilibrage augmente, car la distance de séparation des faces est réduite. L'emploi de deux matériaux différents pour constituer les anneaux des garnitures permet une limitation du frottement, puisque le module d'élasticité équivalent du contact est alors plus faible que dans

le cas où deux faces dures et rigides sont employées. Un fluide plus visqueux permet de réduire le frottement en régime mixte, de même que l'aménagement d'une légère conicité des faces du fait de l'effet hydrostatique. Enfin, le frottement augmente en régime mixte si les faces sont plus rugueuses, mais est au contraire moins élevé en régime hydrodynamique car l'épaisseur de film est plus grande. Là encore, les tendances observées sont validées par les études expérimentales existantes. Il faut cependant noter que la modélisation reste limitée à une surface très réduite, et que la convergence de la solution numérique est influencée par la façon dont les zones de contact des aspérités et les zones de rupture du film se disposent dans la distribution aléatoire des rugosités.

La poursuite de la modélisation de la lubrification mixte des garnitures devra assurément aborder ce dernier point afin d'améliorer la résolution numérique. Mais il faudra surtout développer une approche multi-échelles afin de considérer toute l'étendue des faces de contact en tenant compte de leurs déformations et de leur mésalignement. Le modèle du contact des aspérités devra permettre de mieux déterminer les déformations des contacts et la distance des surfaces. Il serait sans doute profitable de perfectionner la génération mathématique des surfaces rugueuses et de poursuivre l'examen métrologique des surfaces réelles. Enfin, un modèle de lubrification mixte des garnitures plus élaboré devra prendre en compte les effets thermiques qui ont une influence importante sur le comportement de l'étanchéité.

Références bibliographiques

- [1] Lebeck A. O., 1991, "Principles and Design of Mechanical Seals", John Wiley & Sons, New York.
- [2] Techniques de l'Ingénieur, 2001, "Garnitures Mécaniques : Technologie", BM 5425, pp.1-31.
- [3] Etsion I., Green I., "Stability Threshold and Steady-State Response of Noncontacting Coned-Face Seals", ASLE Transactions, Vol. 28, pp. 449-460.
- [4] Müller H. K., Nau B. S., 1998, "Fluid Sealing Technology", Marcel Dekker, New York.
- [5] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M., 1990, "Lubrification Hydrodynamique – Paliers et Butées", Eyrolles, Paris.
- [6] Tzeng S. T., Saibel E., 1967, "Surface Roughness Effect on Slider Bearing Lubrication", Transactions of the ASLE, Vol. 10, pp. 334-338.
- [7] Christensen H., 1970, "Stochastic Models for Hydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Vol. 184, pp. 1013-1022.
- [8] Christensen H., Tonder K., 1971, "The Hydrodynamic Lubrication of Rough Bearing Surfaces of Finite Width", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, pp. 324-330.
- [9] Christensen H., Tonder K., 1973, "The Hydrodynamic Lubrication of Rough Journal Bearings", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 95, pp. 166-171.
- [10] Rhow S. K., Elrod H. G., 1974, "The Effects on Bearing Load Carrying Capacity of Two-Sided Striated Roughness", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 96, p. 554-560.

- [11] Chow L. S. H., Cheng H. S., 1976, "Influence of Surface Roughness on Average Film Thickness between Lubricated Rollers", Transactions of the ASLE, Vol. 18, pp. 117-124.
- [12] Elrod H. G., 1973, "Thin-Film Lubrication Theory for Newtonian Fluids With Surfaces Processing Striated Roughness or Grooving", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 95, pp. 484-489.
- [13] Sun D. C., Chen K. K., 1977, "First Effects of Stokes Roughness on Hydrodynamic Lubrication", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 99, pp. 2-9.
- [14] Patir N., Cheng H. S., 1978, "An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 100, pp. 12-17.
- [15] Patir N., Cheng H. S., 1979, "Application of Average Flow Model to Lubrication between Rough Sliding Surfaces", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, pp. 220-230.
- [16] Patir N., 1978, "Numerical Procedure for Random Generation Rough Surfaces", Wear, Vol. 47, pp. 263-277.
- [17] Elrod H. G., 1979, "A General Theory for Laminar Lubrication with Reynolds Roughness", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, pp. 8-14.
- [18] Tripp J. H., 1983, "Surface Roughness Effects in Hydrodynamic Lubrication: the Flow Factor Method", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 105, pp. 458-465.
- [19] Tonder K., 1980, "Simulation of the Lubrication of Isotropically Rough Surface", Transactions of the ASLE, Vol. 23, pp. 326-332.
- [20] Teale J. L., Lebeck A. O., 1980, "An Evaluation of the Average Flow Model to Lubrication for Surface Roughness Effects in Lubrication", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 102, pp. 360-367.
- [21] Hu Y., Zheng L. Q., 1989, "Some Aspects of Determining the Flow Factors", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 111, pp. 525-531.
- [22] Tanneau G., Frêne J., Berthe D., 1985, "Theoretical Approach to Roughness Effects in the Small-End Bearing of a Connecting Rod", Proceeding of the 11th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, pp. 64-69.
- [23] Shi F., Wang Q., Lee S. C., 1998, "A Mixed-TEHD Model for Journal Bearing Conformal Contacts – Part I: Model Formulation and Approximation of Heat Transfer Considering Asperity Contact", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 120, pp. 198-205.

- [24] Wang Q., Shi F., Lee S. C., 1998, "A Mixed-TEHD Model for Journal Bearing Conformal Contacts – Part II: Contact, Film Thickness and Performance Analyses", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 120, pp. 206-213.
- [25] Harp S. R., Salant R. F., 2001, "An Average Flow Model of Rough Surface Lubrication with Inter-Asperity Cavitation", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 123, pp. 134-143.
- [26] Epstein D., Yu T., Wang J., Keer L. M., Cheng H. S., Liu S., 2003 "An Efficient Method of Analyzing the Effect of Roughness on Fatigue Life in Mixed-EHL Contact", STLE Tribology Transactions, Vol. 46, pp. 273-281.
- [27] Kim T. W., Cho Y. J., 2007, "The Flow Factors Considering the Elastic Deformation for the Rough Surface with a Non Gaussian Height Distribution", STLE Tribology Transactions, Vol. 51, pp. 213-220.
- [28] Goglia P. R., Cusano C., Conry T. F., 1984, "The Effects of Irregularities on the Elastohydrodynamic Lubrication of Sliding Line Contacts, Part I : Single Irregularities", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 106, pp. 104-112.
- [29] Goglia P. R., Cusano C., Conry T. F., 1984, "The Effects of Irregularities on the Elastohydrodynamic Lubrication of Sliding Line Contacts, Part II : Wavy Surfaces", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 106, pp. 113-119.
- [30] Venner C. H., Ten Napel W. E., 1992, "Surface Roughness Effect in EHL Line Contact", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 612-622.
- [31] Lubrecht A. A., Venner C. H., 1992, "Aspects of Two-Sided Surface Waviness in an EHL Line Contact", Proceeding of the 19th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, pp. 205-214.
- [32] Lubrecht A. A., Ten Napel W. E., Bosma R., 1988, "The Influence of Longitudinal and Transverse Roughness on the Elastohydrodynamic Lubrication of Circular Contacts", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 110, pp. 421-426.
- [33] Riche I., Villechaise B., 2004, "Etude de la Lubrification EHD Rugueuse Etablie Localement dans un Palier", Mécanique et Industries, Vol. 5, pp. 677-684.
- [34] Ai X., Cheng H. S., 1994, "A Transient EHL Analysis for Line Contacts with Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 116, pp. 549-558.
- [35] Ai X., Cheng H. S., 1996, "The Effects of Surface Texture on EHL Point Contacts", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 59-66.
- [36] Evans H. P., Snidle R. W., 1996, "A Model for Elastohydrodynamic Film Failure in Contacts Between Rough Surfaces Having Transverse Finish", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 847-857.

- [37] Patching M. J., Kweh C. C., Evans H. P., Snidle R. W., 1994, "Conditions for Scuffing Failure of Ground and Superfinished Steel Disks at High Sliding Speeds Using a Gas Turbine Engine Oil", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 116, pp. 482-489.
- [38] Hua D. Y., Qiu L., Cheng H. S., 1997, "Modeling of Lubrication in Micro Contact", Tribology Letter, Vol. 3, pp. 81-86.
- [39] Hua D. Y., Cheng H. S., 1997, "A Micro Model for Mixed Elastohydrodynamic Lubrication with Consideration of Asperity contact", 1st World Tribology Congress, London, England, p. 192.
- [40] Jiang X., Hua D. Y., Cheng H. S., Ai X., Lee S. C., 1999, "A Mixed Elastohydrodynamic Lubrication Model With Asperity Contact", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 121, pp. 481-491.
- [41] Zhu D., Hu Y. Z., 1999, "The Study of Transition from Elastohydrodynamic to Mixed and Boundary Lubrication", The Advancing Frontier of Engineering Tribology, Proceedings of the 1999 STLE/ASME H.S. Cheng Tribology Surveillance, pp. 150-156.
- [42] Shi F., Salant R. F., 2000, "A Mixed Soft Elastohydrodynamic Lubrication Model with Interasperity Cavitation and Surface Shear Deformation", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 122, pp. 308-315.
- [43] Dobrica M. B., Fillon M., Maspeyrot P., 2006, "Mixed Elastohydrodynamic Lubrication in a Partial Journal Bearing – Comparison between Deterministic and Stochastic Models", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 128, pp. 778-788.
- [44] Bayada G., Chambat M., 1988, "New Models in the Theory of the Hydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 110, pp. 402-407.
- [45] Buscaglia G., Jaï M., 2000, "A New Numerical Scheme for Non Uniform Homogenized Problems: Application to the Non Linear Reynolds Compressible Equation", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 7, pp. 355-378.
- [46] Kane M., Bou-Said B., 2004, "Comparison of Homogenization and Direct Techniques for the Treatment of Roughness in Incompressible Lubrication", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 126, pp. 733-737.
- [47] Bayada G., Martin S., Vazquez C., 2005, "An Average Flow-Model of the Reynolds Roughness Including a Mass-Flow Preserving Cavitation Model", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 127, pp. 793-802.
- [48] Bayada G., Martin S., Vazquez C., 2006, "Micro-Roughness Effects in (elasto) Hydrodynamic Lubrication Including a Mass-Flow Preserving Cavitation Model", Tribology International, Vol. 39, pp. 1707-1718.

- [49] Johnson K. L., 1985, "Contact Mechanics", Cambridge University Press, London.
- [50] Abbott E. J., Firestone F. A., 1933, "Specifying Surface Quality: A Method Based on Accurate Measurement and Comparison", *Mechanical Engineering*, Vol. 55, pp. 569-572.
- [51] Pullen J., Williamson J. B. P., 1972, "On the Plastic Contact of Rough Surfaces", *Proceedings of Royal Society (London)*, A. 327, pp. 159-173.
- [52] Greenwood J. A., Williamson J. B. P., 1966, "Contact of Nominally Flat Surfaces", *Proceedings of the Royal Society (London)*, A295, pp. 300-319.
- [53] Borodich F. M., 2007, "Introduction to Zhuravlev's Historical Paper", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 221, pp. 893-898.
- [54] Zhuravlev V. A., 1940, "On Question of Theoretical Justification of the Amontons-Coulomb Law for Friction of Unlubricated Surfaces", *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki (Journal of Technical Physics)*, Vol. 10, Issue 17, pp. 1447-1452.
- [55] Greenwood J. A., Tripp J. H., 1967, "The Elastic Contact of Rough Spheres", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 34, pp. 153-159.
- [56] Greenwood J. A., Tripp J. H., 1970-71, "The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 185, pp. 625-633.
- [57] Hisakado T., 1974, "Effects of Surface Roughness on Contact between Solid Surfaces", *Wear*, Vol. 28, pp. 217-234.
- [58] Bush A. W., Gubson R. D., Thomas T. R., 1975, "The Elastic Contact of a Rough Surface", *Wear*, Vol. 35, pp. 87-111.
- [59] Chang W. R., Etsion I., Bogy D. B., 1987, "An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 109, pp. 257-263.
- [60] Liu G., Wang Q., Lin C., 1999, "A Survey of Current Models for Simulating the Contact between Rough Surfaces", *STLE Tribology Transactions*, Vol. 42, pp. 581-591.
- [61] Zhao Y., Maletta D. M., Chang L., 2000, "An Asperity Microcontact Model Incorporating the Transition from Elastic Deformation to Fully Plastic Flow", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 122, pp. 257-263.
- [62] Francis H. A., 1976, "Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, pp. 272-281.

- [63] Robbe-Valloire F., Paffoni B., Progri R., 2001, "Load Transmission by Elastic, Elasto-Plastic or Fully Plastic Deformation of Rough Interface Asperities", *Mechanics of Materials*, Vol. 33, pp. 617-633.
- [64] Zhao Y., Chang L., 2001, "A Model of Asperity Interactions in Elastic-Plastic Contact of Rough Surfaces", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 123, pp. 857-864.
- [65] Kogut L., Etsion I., 2002, "Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 657-662.
- [66] Kogut L., Etsion I., 2003, "A Finite Element Based Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces," *STLE Tribology Transactions*, Vol. 46, pp. 383-390.
- [67] Jackson R. L., Green I., 2005, "A Finite Element Study of Elasto-Plastic Hemispherical Contact against a Rigid Flat", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 127, pp. 343-353.
- [68] Quicksall J. J., Jackson R. L., Green I., 2004, "Elasto-Plastic Hemispherical Contact Models for Various Mechanical Properties", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 218, pp. 313-321.
- [69] Lin L. P., Lin J. F., 2005, "An Elastoplastic Microasperity Contact Model for Metallic Materials", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 127, pp. 666-672.
- [70] Kalker J.J., Van Randen Y., 1972, "A Minimum Principle for Frictionless Elastic Contact with Application to Non-Hertzian Half-Space Contact Problems", *Journal of Engineering. Mathematics*, Vol. 6, pp. 193-206.
- [71] Tian X., Bhushan B., 1996, "A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Rough Surfaces by Variational Principle", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 118, pp. 33-41.
- [72] Bhushan B., 1998, "Contact Mechanics of Rough Surfaces in Tribology: Multiple Asperity Contacts", *Tribology Letters*, Vol. 4, pp. 1-35.
- [73] Kumar A., Sadeghi F., Krousgrill C. M., 2006, "Effect of Surface Roughness on Normal Contact Compression Response", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 220, pp. 65-77.
- [74] Chen W. T., 1971, "Computation of Stresses and Displacements in a Layered Elastic Medium", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 9, pp. 775-800.
- [75] Chen W. T., Engel P. A., 1972, "Impact and Contact Stress Analysis in Multilayer Media", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 8, pp. 1275-1281.

- [76] Allwood J., 2005, "Survey and Performance Assessment of Solution Methods for Elastic Rough Contact Problems," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 127, pp. 10-23.
- [77] Vollebregt E. A. H., 1995, "A Gauss-Seidel Type Solver for Special Convex Problems with Application to Frictional Contact Mechanics," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 87, pp. 47-67.
- [78] Brandt A., Lubrecht A. A., 1990, "Multilevel Matrix Multiplication and Fast Solution of Integral Equations," Journal of Computational Physics, Vol. 90, pp. 348-370.
- [79] Ju Y., Farris T. N., 1996, "Spectral Analysis of Two-Dimensional Contact Problems," Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 118, pp. 320-328.
- [80] Stanley H. M., Kato T., 1997, "An FFT-Based Method for Rough Surface Contact", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 119, pp. 481-485.
- [81] Polonsky I. A., Keer L. M., 1999, "A Numerical Method for Solving Rough Contact Problems Based on the Multi-Level Multi-Summation and Conjugate Gradient Techniques", Wear, Vol. 231, pp. 206-219.
- [82] Dobrica M. B., Fillon M., Maspeyrot P., 2008, "Influence of Mixed-Lubrication and Rough Elastic-Plastic Contact on the Performance of Small Fluid Film Bearings", STLE Tribology Transactions, Vol. 51, pp. 699-717.
- [83] Yamaguchi A., Matsuoka H., 1992, "A Mixed Lubrication Model Applicable to Bearing/Seal Parts of Hydraulic Equipment", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 116-121.
- [84] Wang Q., Shi F., Lee S. C., 1997, "A Mixed-Lubrication Study of Journal Bearing Conformal Contacts", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 119, pp. 456-461.
- [85] Lee S. C., Cheng H. S., 1996, "Behavior of Elastic-Plastic Rough Surface Contacts as Affected by the Surface Topography, Load and Materials", STLE Tribology Transactions, Vol. 35, pp. 523-529.
- [86] Van Ostayen R. A. J., 2002, "The Hydro-Support: An Elasto-Hydrostatic Thrust Bearing with Mixed Lubrication", PhD Thesis, Delft University of Technology, ISBN n°90-370-0204-8.
- [87] Wilson W. R. D., Marsault N., 1998, "Partial Hydrodynamic Lubrication with Large Fractional Contact Areas", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 120, pp. 16-20.
- [88] Jackson R. L., Green I., 2006, "The Behavior of Thrust Washer Bearings considering Mixed Lubrication and Asperity Contact", STLE Tribology Transactions, Vol. 49, pp. 233-247.

- [89] Hu Y., Zhu D., 2000, "A Full Numerical Solution to the Mixed Lubrication in Point Contacts", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 122, pp. 1-9.
- [90] Hu Y., Wang H., Wang W., Zhu D., 2001, "A Computer model of Mixed Lubrication in Point Contacts", Tribology International, Vol. 34, pp. 65-73.
- [91] Zhu D., Hu Y., 2001, "A Computer Program Package for the Prediction of EHL and Mixed Lubrication Characteristics, Friction, Subsurface Stresses and Flash Temperatures Based on Measured 3-D Surface Roughness", STLE Tribology Transactions, Vol. 44, pp. 383-390.
- [92] Zhu D., Hu Y., 2001, "Effects of Rough Surface Topography and Orientation on the Characteristics of EHD and Mixed Lubrication in Both Circular and Elliptical Contacts", STLE Tribology Transactions, Vol. 44, pp. 391-398.
- [93] Wang Q., Zhu D., Cheng H. S., Yu T., Jiang X., Liu S., 2004, "Mixed Lubrication Analyses by a Macro-Micro Approach and a Full-Scale Mixed EHL Model", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 126, pp. 81-91.
- [94] Wang Q, Zhu D., 2005, "Virtual Texturing: Modeling the Performance of Lubricated Contacts of Engineered Surfaces", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 127, pp. 722-728.
- [95] Wang W., Chen H., Hu Y., Wang H., 2006, "Effect of Surface Roughness Parameters on Mixed Lubrication Characteristics", Tribology International, Vol. 39, pp. 522-527.
- [96] Zhu D., Martini A., Wang W., Hu Y., Lisowsky B., Wang Q., 2007, "Simulation of Sliding Wear in Mixed Lubrication", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 129, pp. 544-552.
- [97] Wang Q., Zhu D., Zhou R., Hashimoto F., 2008, "Investigating the Effect of Surface Finish on Mixed EHL in Rolling-Sliding Contacts", STLE Tribology Transactions, Vol. 51, pp. 748-761.
- [98] Lebeck A. O., 1979, "A Mixed Friction Hydrostatic Mechanical Face Seal Model with Thermal Rotation and Wear", Transactions of the ASLE, Vol. 23, pp. 375-387.
- [99] Lebeck A. O., 1980, "A Mixed Friction Hydrostatic Face Seal Model with Phase Change", Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, Vol. 102, pp 133-138.
- [100] Etsion I., Front I., 1994, "A Model for Static Sealing Performance of End Face Seals", STLE Tribology Transactions, Vol. 37, pp. 111-119.
- [101] Ruan B., Salant R. F., Green I., 1997, "A Mixed Lubrication Model of Liquid/Gas Mechanical Face Seals", STLE Tribology Transactions, Vol. 40, pp. 647-657.
- [102] Lubbinge H., 1999, "On the Lubrication of Mechanical Face Seals", PhD Thesis, ISBN n°90-365-1240-9.

- [103] Lebeck A. O., 1999, "Mixed Lubrication in Mechanical Face Seals with Plain Faces", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Vol. 213, pp. 163-175.
- [104] Lebeck A. O., 1987, "Parallel Sliding Load Support in the Mixed Friction Regime. Part 1—The Experimental Data", ASME Journal of Tribology, Vol. 109, pp. 189-195.
- [105] Lebeck A. O., 1987, "Parallel Sliding Load Support in the Mixed Friction Regime. Part 2—Evaluation of the Mechanisms", ASME Journal of Tribology, Vol. 109, pp. 196-205.
- [106] Green I., 2002, "A Transient Dynamic Analysis of Mechanical Seals Including Asperity Contact and Face Deformation", STLE Tribology Transactions, Vol. 45, pp. 284-293.
- [107] Norme Internationale ISO 4287, 1997, "Spécification Géométrique des Produits (GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Termes, Définitions et Paramètres d'Etat de Surface".
- [108] Norme Internationale ISO 13565-1, 1997, "Spécification Géométrique des Produits (GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Surfaces Ayant des Propriétés Fonctionnelles Différentes Suivant les Niveaux — Partie 1 : Filtrage et Conditions Générales de Mesurage".
- [109] Norme Internationale ISO 13565-2, 1997, "Spécification Géométrique des Produits (GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Surfaces Ayant des Propriétés Fonctionnelles Différentes Suivant les Niveaux — Partie 2 : Caractérisation des Hauteurs par la Courbe de Taux de Longueur Portante".
- [110] Norme Internationale ISO 13565-3, 1997, "Spécification Géométrique des Produits (GPS) – État de Surface: Méthode du Profil ; Surfaces Ayant des Propriétés Fonctionnelles Différentes Suivant les Niveaux — Partie 3 : Caractérisation des Hauteurs par la Courbe de Probabilité de Matière".
- [111] Majumdar A., Bhushan B., 1991, "Fractal Model of Elastic-Plastic Contact between Rough Surfaces", Transactions of the ASME, Journal of Tribology, Vol. 113, pp. 1-11.
- [112] Stout K. J., 2000, "Development of Method for the Characterisation of Roughness in Three Dimensions", Butterworth Heinemann, London.
- [113] Peklenik J., 1967-68, "New Developments in Surface Characterization and Measurement by Means of Random Process Analysis", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, Vol. 182, pp.108 sq.

- [114] Stauffert G., 1979, "Characterization of Random Roughness Profiles – A Comparison of AR-Modeling Technique and Profile Description by Means of Commonly Used Parameters", *Annals of the CIRP*, Vol. 28, pp.431-435.
- [115] DeVries W. R., 1979, "Autoregressive Time Series Models for Surface Profile Characterization", *Annals of the CIRP*, Vol. 28, pp. 437-440.
- [116] Whitehouse D. J., 1983, "The Generation of Two Dimensional Random Surfaces Having a Specified Function", *Annals of the CIRP*, Vol. 32, pp. 495-498.
- [117] Majumdar A., Tien C., 1990, "Fractal Characterization and Simulation of Rough Surfaces", *Wear*, Vol. 136, pp. 313-327.
- [118] Wu J. J., 2000, "Simulation of Rough Surfaces with FFT", *Tribology International*, Vol. 33, pp. 47-58.
- [119] Watson W., Spedding T. A., 1982, "The Time Series Modelling of Non Gaussian Engineering Processes", *Wear*, Vol. 83, pp. 215-231.
- [120] Johnson N. L., 1949, "Systems of Frequency Curves Generated by Method of Translation", *Biometrika*, Vol. 36, pp. 149-176.
- [121] Hill I. D., Hill R., Holder R. L., 1976, "Fitting Johnson Curves by Moments", *Applied Statistics*, Vol. 25, pp. 180-189.
- [122] Hu Y. Z., Tonder K., 1992, "Simulation of 3-D Random Rough Surface by 2-D Digital Filter and Fourier Analysis", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 32, pp. 83-90.
- [123] Ao Y., Wang Q., Chen P., 2002, "Simulating the Worn Surface in a Wear Process", *Wear*, Vol. 252, pp. 37-47.
- [124] Bakolas V., 2004, "Numerical Generation of Arbitrarily Oriented non Gaussian Three-Dimensional Rough Surfaces", *Wear*, Vol. 254, pp. 546-554.
- [125] Wu J. J., 2004, "Simulation of non Gaussian Surfaces with FFT", *Tribology International*, Vol. 37, pp. 339-346.
- [126] Leefe S. E., 1998, "Bi-Gaussian Representation of Worn Surface Topography in Elastic Contact Problems", *Proceedings of the 24th Leeds-Lyon Symposium, Tribology for Energy Conservation*, Elsevier, Amsterdam, Tribology Series, Vol. 34, pp. 281-290.
- [127] Pawlus P., 2008, "Simulation of Stratified Surface Topographies", *Wear*, Vol. 264, pp. 457-463.
- [128] Dobrica M. B., 2007, "Prise en Compte de la Lubrification Mixte lors de l'Evaluation des Performances des Paliers Très Chargés", *Thèse de Doctorat*, Université de Poitiers.

- [129] Shimomura T., Kiryu K., Hirabayashi H., Nakajima T., 1989, "A Study of the Relationship Between Sealing Performance and Surface Characteristics of End Face Seals", *Lubrication Engineering*, Vol. 45, pp. 785-791.
- [130] Shimomura T., Hirabayashi H., Nakajima T., 1991, "A Study of the Relationship between Frictional Characteristics and Surface Condition", *STLE Tribology Transactions*, Vol. 34, pp. 513-520.
- [131] Shimomura T., Hirabayashi H., Nakajima T., 1992, "A Study of the Relationship between Sealing Performance and Surface Condition of Mechanical Seals", *STLE Tribology Transactions*, Vol. 35, pp. 659-666.
- [132] Jackson R. L., Streater, J. L., 2006, "A Multi-Scale Model for Contact between Rough Surfaces," *Wear*, Vol. 261, pp. 1337-1347.
- [133] Nau B. S., 1997, "Mechanical Face Seal Materials", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 211, pp. 165-183.
- [134] Flitney R. K., Nau B. S., 1987, "A Study of Factors Affecting Mechanical Seal Performance," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Power and Process Engineering*, Vol. 201, pp. 17-28.
- [135] Franc J.-P., Avellan F., Belahadji B., Billard J.-Y., Briançon-Marjollet L., Fréchou D., Fruman D. H., Karimi A., Kueny J.-L., Michel J.-M., 1995, "La Cavitation – Mécanismes Physiques et Industriels", *Presses Universitaires de Grenoble*.
- [136] Elrod H. G., 1981, "A Cavitation Algorithm", *Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 103, pp. 350-354.
- [137] Bonneau D., Hajjam M., 2002, "Traitement des Problèmes de Lubrification par la Méthode des Eléments Finis", *Revue Européenne des Eléments Finis*, Hermès, Vol. 10, pp. 679-704.
- [138] Hamrock B. J., Dawson D., 1981, "Ball Bearing Lubrication", *John Wiley & Sons*, New York.
- [139] Harris T. A., 1966, "Rolling Bearing Analysis", *John Wiley & Sons*, New York.
- [140] Brewe D. E., Hamrock B. J., 1977, "Simplified Solution for Elliptical-Contact Deformation between Two Elastic Solids", *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 99, pp. 485-487.
- [141] Patankar S. V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", *Hemisphere*, New York.
- [142] Flitney R. K., Nau B. S., 1992, "Performance Testing of Mechanical Seals", *Proceedings of the 13th International Conference on Fluid Sealing*, pp. 441-466.

- [143] Vezjak A., Vizintin J., 2001, "Experimental Study on the Relationship between Lubrication Regime and the Performance of Mechanical Seals", *Lubrication Engineering*, Vol. 57, pp. 17-22.

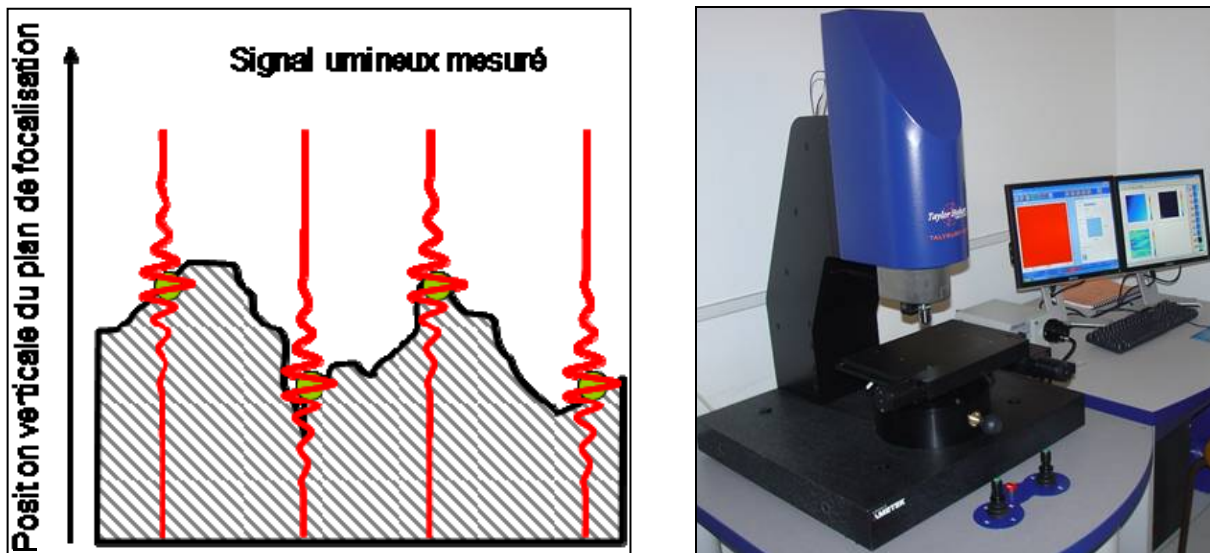
A Mesure par microscopie interférométrique confocale

Comme expliqué au paragraphe 3.1.2, la microscopie confocale est une technique de mesure optique consistant à rechercher les maxima de l'intensité lumineuse pour en dégager une information sur le relief de l'objet étudié. La totalité du relief est obtenue en balayant l'ensemble des plans focaux (fig. A.1a).

Le principe de l'interférométrie est d'évaluer la différence de chemin optique entre un rayon incident de référence et un autre rayon émis par la même source mais reflété par l'échantillon analysé. La combinaison de cette technique et de la précédente en un seul procédé de mesure est réalisée en autorisant le déplacement de la focale d'un montage interférométrique.

Pour ce faire, le microscope interférométrique confocal CCI 6000 développé par *Taylor Hobson Ltd* (fig. A.1b) fait appel à un capteur piezo-électrique. La figure suivante détaille le fonctionnement de l'appareil (fig. A.2).

La précision des résultats est de l'ordre du millième de l'étendue de mesure choisie. Dans le cas des garnitures étudiées dans le chapitre 3, l'intervalle de variation des hauteurs de rugosité est de 10 μm , ce qui correspond à une précision d'environ 10 nm.



Figures A.1a/A.1b – Principe de mesure par microscopie confocale / Talysurf CCI 6000

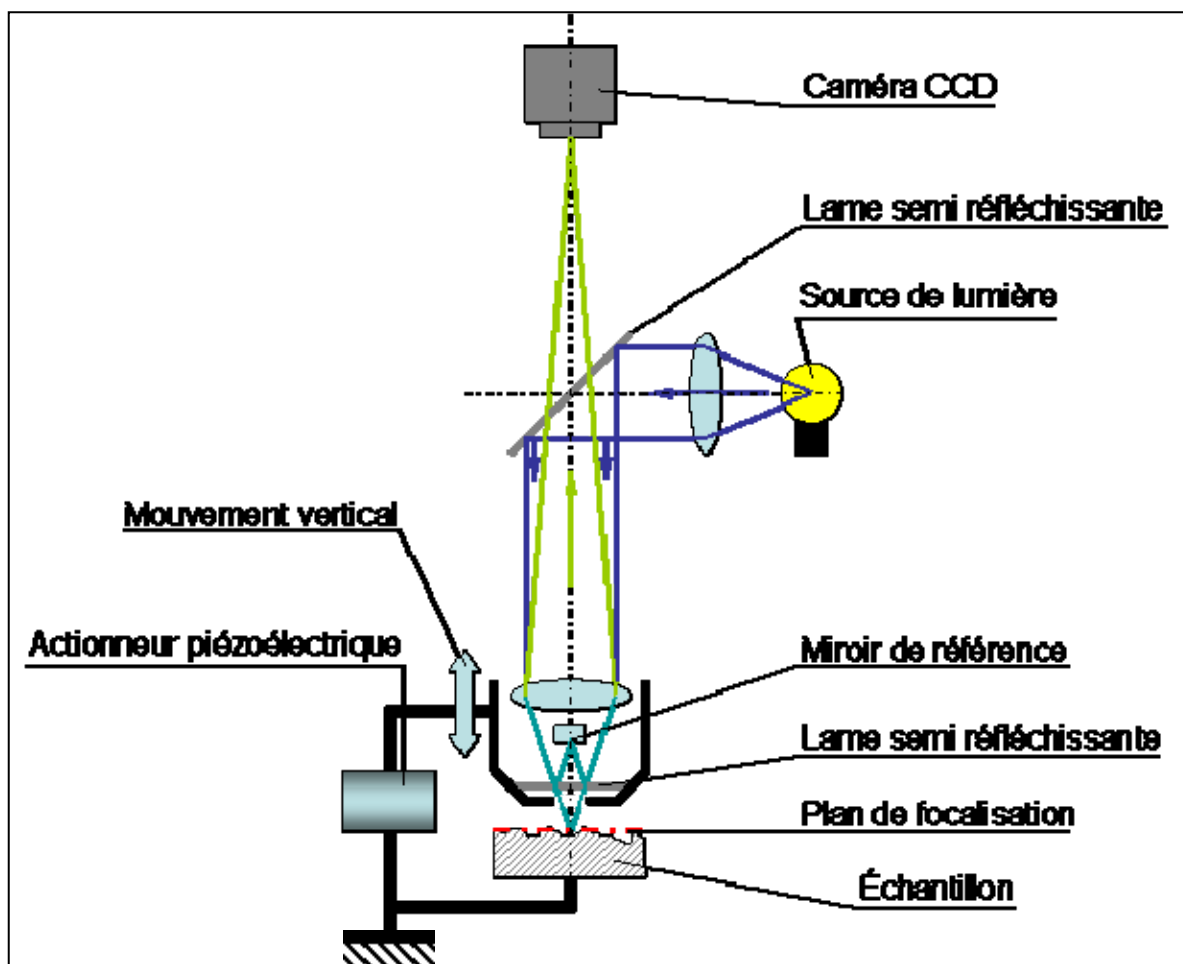


Figure A.2 – Montage interférométrique confocal

B Paramètres statistiques relevés sur les échantillons de l'étude métrologique

L'étude métrologique du paragraphe 3.3 a permis d'obtenir des valeurs représentatives pour cinq paramètres statistiques usuels, utilisés par les modèles numériques de simulation de rugosité. Ces aspects ont été détaillés au paragraphe 3.2. D'autres paramètres ont également été relevés ; ils sont brièvement présentés ci-après, mais l'ouvrage de Stout [B1] en donne une définition plus complète.

Paramètres d'amplitude

Très utilisés, ces paramètres constituent une information importante sur l'aspect de la surface. Pour chaque image sont calculés :

- l'écart arithmétique S_a ,
- l'écart quadratique S_q ,
- l'indicateur d'asymétrie de la distribution SS_k ,
- l'indicateur d'étalement de la distribution SK_u .

L'écart arithmétique est obtenu en calculant la moyenne arithmétique des écarts à la moyenne sur le domaine étudié.

Paramètres spatiaux

Ont été choisis :

- la longueur de la plus rapide décroissance à 20 % de la fonction d'autocorrélation S_{al} ,
- le rapport d'aspect de la texture S_{tr} ,
- l'orientation de la texture S_{td} .

Ce dernier paramètre paraît finalement peu fiable au vu de ses nombreuses fluctuations. Il n'a d'ailleurs de sens que si $Str < 0,5$. L'indicateur Str est le rapport de la plus courte longueur de corrélation à 20 % (autrement dit Sal) sur la plus longue : il est donc toujours compris entre 0 et 1. Les surfaces isotropes ont un Str proche de 1. Le paramètre Sal donne le contenu en longueur d'onde de la surface.

Paramètres hybrides

Ils se rapportent à la fois à l'amplitude et à l'espacement. Cependant, compte tenu des traitements effectués (filtrage...) leur valeur peut être erronée, c'est pourquoi un seul paramètre a été calculé :

- la surface développée Sdr.

Ce paramètre, pour être déterminé, a rendu obligatoire l'opération de rebouchage des points non mesurés. Il indique la complexité de la surface ; c'est le quotient de l'aire curviligne et de l'aire du support. Plus une surface est « torturée » et plus son Sdr est élevé.

Paramètres de surface et de volume

Dans cette catégorie, nous nous intéressés à deux d'entre eux :

- le volume moyen de vide Smvr,
- le volume moyen de matière Smmr.

Ces paramètres donnent le volume compris respectivement entre les points de la surface et un plan fictif horizontal situé à l'altitude maximale pour le premier et entre les points de la surface et un plan fictif horizontal situé à l'altitude minimale pour le second.

A titre indicatif, les valeurs obtenues pour ces paramètres sont rapportées dans les tableaux des pages suivantes. Nous avons par ailleurs relevé les longueurs d'autocorrélation, mesurées dans les directions radiale et circonférentielle (respectivement λ_r et λ_θ) à différents pourcentages de décroissance de la FAC. Quelques valeurs de λ_θ sont manquantes car la décroissance n'a pas toujours atteint le seuil requis par le calcul.

Les tableaux des pages suivantes présentent, pour chaque garniture étudiée, les valeurs relevées dans chaque zone de mesure. Ces zones sont illustrées par la figure ci-après, reprise du paragraphe 3.3 (fig. B.1).

Les initiales N et W désignent la position « nord » ou « ouest » ; les abréviations « ext », « mid » et « int » signifient respectivement que la mesure a été effectuée près du rayon extérieur du joint, au milieu de la piste et près du rayon intérieur.

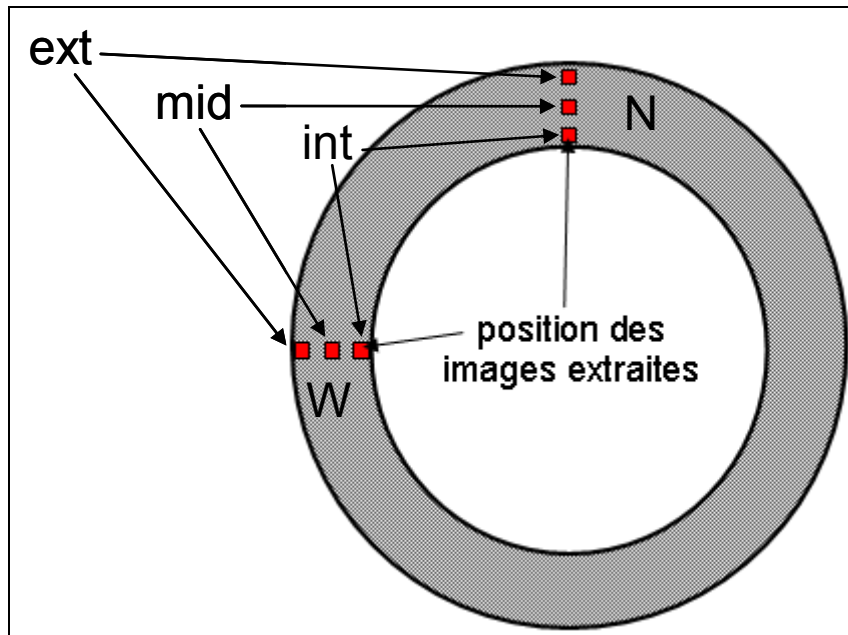


Figure B.1 – Zones mesurées sur chaque pièce

GMC 1		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
Sa (μm)	N ext	0,0888941	0,125068	0,0898681	0,0865007	0,117062	0,107785
	W ext	0,0796842	0,0812275	0,116911	0,0757883	0,113955	0,107276
	N mid	0,0927997	0,0681062	0,136083	0,0722603	0,104232	0,137572
	W mid	0,0701984	0,0481885	0,163218	0,073241	0,0680485	0,236612
	N int	0,0993252	0,0732785	0,0650588	0,0617968	0,0609421	0,119879
	W int	0,070089	0,0545345	0,0897285	0,0689536	0,0348659	0,0767594
Sq (μm)	N ext	0,134047	0,20166	0,187252	0,133374	0,178462	0,182997
	W ext	0,125217	0,124326	0,191781	0,1203	0,182975	0,228013
	N mid	0,137687	0,121643	0,259249	0,121644	0,176439	0,266458
	W mid	0,112887	0,0841699	0,35898	0,118682	0,122065	0,475868
	N int	0,143495	0,105233	0,125716	0,106733	0,102025	0,208219
	W int	0,113463	0,0773406	0,151618	0,111415	0,0547371	0,148665
SSk	N ext	-0,780286	-3,56714	-6,15035	-2,27061	-3,28329	-3,60871
	W ext	-2,55216	-2,90889	-3,91973	-2,65735	-2,85074	-5,95024
	N mid	-0,767584	-4,11316	-5,21235	-3,13494	-2,60541	-7,00925
	W mid	-2,80105	-4,2988	-5,83143	-2,82471	-3,92113	-4,77132
	N int	-0,384914	-2,32146	-6,2784	-3,75089	-1,55991	-4,8564
	W int	-2,6882	-2,5014	-4,22956	-2,90057	-3,59645	-5,09246
SKu	N ext	12,7715	23,0229	80,1397	14,2458	23,3087	28,746
	W ext	16,7273	17,4759	33,4273	17,8118	17,4723	58,0542
	N mid	11,4177	28,476	45,9203	20,8967	15,707	98,0642
	W mid	18,5307	32,6239	48,6633	18,8742	29,3485	36,5782
	N int	9,09094	13,9698	78,5364	36,3994	16,7232	46,476
	W int	17,9573	21,3474	36,5015	21,0484	38,8169	75,8286
Sal (μm)	N ext	1,50324	5,72553	5,72673	4,43875	6,46784	8,08311
	W ext	4,13135	6,53043	8,5095	3,61452	5,31291	5,41174
	N mid	1,46044	3,70023	4,75587	3,34212	5,16048	5,07517
	W mid	3,34314	4,38078	5,01424	3,76628	4,30904	8,65517
	N int	1,77097	3,54335	4,28318	3,76628	5,39812	5,31691
	W int	3,50757	4,3085	5,01425	3,50757	5,41827	5,9434
Str	N ext	0,75	0,731843	0,696343	0,842469	0,626333	0,45513
	W ext	0,874228	0,76177	0,558149	0,824984	0,651103	0,559355
	N mid	0,765211	0,738786	0,604108	0,833726	0,65156	0,621756
	W mid	0,844108	0,67732	0,642341	0,874041	0,666225	0,690637
	N int	0,790072	0,76068	0,523251	0,848178	0,772588	0,453583
	W int	0,867981	0,783062	0,486641	0,875	0,708172	0,644425
Std ($^{\circ}$)	N ext	0	90	89,7687	0	90	89,8198
	W ext	0	0	-0,00595129	90	0	-0,06009
	N mid	-30	90	89,7268	0	90	89,7531
	W mid	0	0	-0,0747141	90	0	0,0368717
	N int	0	90	89,7994	0	0	89,7912
	W int	0	0	-0,0570309	90	0	0,00253932
Sdr (%)	N ext	6,57272	5,11871	9,1387	3,10385	3,90291	7,32405
	W ext	2,91346	1,6174	6,56593	2,76591	5,65543	13,5796
	N mid	6,6532	3,1542	16,2287	2,9357	5,85256	17,5394
	W mid	2,57312	1,0641	34,765	2,64517	2,76609	55,5001
	N int	6,92838	1,91432	3,47555	2,17805	2,81376	8,09336
	W int	2,56913	0,802171	4,49011	2,40016	0,537582	4,06522

Tableau B.1a – Paramètres de rugosité (GMC1)

GMC 1		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
S _{mnr} ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	2,02108	3,19429	5,07799	2,28332	2,72119	4,55198
	W ext	2,07923	2,29543	5,01464	1,89459	2,16165	4,94527
	N mid	1,89752	1,96723	4,77033	1,67815	2,17807	6,40623
	W mid	1,74191	1,57262	6,246	1,60357	2,01142	6,72891
	N int	1,92373	1,88328	3,33899	2,139	1,79676	4,54192
	W int	1,46392	1,55566	3,95882	2,09069	1,37772	3,14212
S _{mvr} ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	0,668214	0,873694	2,94752	0,520194	0,453898	0,568464
	W ext	0,433879	0,417025	1,36747	0,527879	0,70985	0,462492
	N mid	0,684904	0,840537	0,492002	0,428944	0,766749	0,58546
	W mid	0,405274	0,359925	0,842005	0,456379	0,651857	1,90571
	N int	0,724565	0,690637	0,387373	0,409588	0,624861	0,462626
	W int	0,564709	0,381211	0,710772	0,406424	0,566084	6,49643
λ_r à 90% (μm)	N ext	4,67734	9,09373	9,92576	9,56835	11,455	14,8819
	W ext	7,8386	13,6636	13,775	7,13041	8,51596	9,90628
	N mid	4,67734	8,0397	9,21773	6,7236	14,1031	10,2798
	W mid	6,06812	9,55166	9,55217	6,77631	8,13528	21,5921
	N int	5,38603	6,2832	8,13337	7,78663	10,7012	8,67768
	W int	6,77631	7,13041	8,84394	6,06812	14,509	10,6145
λ_θ à 90% (μm)	N ext	4,85628	12,6175	15,5721	8,62116	42,8452	89,5821
	W ext	8,49532	66,8068	67,2759	6,36925	17,4337	17,36
	N mid	4,50219	8,36839	16,2804	6,14249	23,0073	17,6968
	W mid	5,87764	12,7182	19,1301	6,47992	10,7012	29,0424
	N int	5,21038	7,6602	20,3351	6,42222	14,1283	35,0484
	W int	6,7236	9,91397	28,6885	6,01491	28,0641	21,9622
λ_r à 80% (μm)	N ext	1,84259	6,14886	6,08903	5,33282	6,58674	7,85909
	W ext	4,70916	7,10383	8,87478	4,70916	5,71403	6,04186
	N mid	1,84259	4,39221	5,02699	3,91545	5,62971	5,02698
	W mid	4,00097	4,97925	5,33363	4,35506	4,62515	9,583
	N int	1,84259	4,04096	4,31896	4,26979	5,90424	5,381
	W int	4,35506	4,5454	5,33363	4,00097	6,04154	6,39597
λ_θ à 80% (μm)	N ext	2,14648	8,09098	8,16656	4,8995	10,0811	17,7276
	W ext	4,62414	8,57623	15,152	3,91545	7,97285	9,27514
	N mid	2,14648	4,90412	7,81244	3,83721	7,91835	8,16654
	W mid	3,74732	6,4499	7,50508	4,26979	6,44906	12,4613
	N int	2,14648	4,55002	8,52067	4,26568	7,0815	11,7077
	W int	4,26979	5,6879	10,7263	3,91545	7,78237	8,92113
λ_r à 50% (μm)	N ext	0,761467	2,53715	1,46878	2,17884	2,85822	2,17681
	W ext	1,84981	2,91209	2,91225	1,84981	2,2039	1,49579
	N mid	0,761467	1,48316	1,46878	1,47016	2,17884	1,46878
	W mid	1,84981	1,84981	1,14167	1,84981	1,84981	1,49579
	N int	1,11581	1,48319	1,46878	1,8245	1,74044	2,17681
	W int	1,84981	2,2039	1,84991	1,84981	2,2039	2,20402
λ_θ à 50% (μm)	N ext	0,787518	2,9487	1,84991	1,84981	3,56442	2,91225
	W ext	1,8245	3,24229	3,59286	1,8245	2,88753	1,82279
	N mid	0,787518	1,88641	1,84991	1,84981	2,558	1,8499
	W mid	1,47016	2,53352	1,11477	1,8245	2,17884	1,46878
	N int	0,787518	1,88641	1,84991	1,84981	1,49571	2,91225
	W int	1,8245	2,53351	2,88484	1,8245	2,53319	2,53082

Tableau B.1b – Paramètres de rugosité (GMC1)

GMC 2		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
Sa (µm)	N ext	0,197546	0,0739521	0,0488563	0,102693	0,0387814	0,0552856
	W ext	0,193819	0,0639668	0,06763	0,101111	0,0325627	0,0657104
	N mid	0,294866	0,0757762	0,0577944	0,0914237	0,071947	0,0430899
	W mid	0,198814	0,0958882	0,0631613	0,0943312	0,0642413	0,0633745
	N int	0,205192	0,0633407	0,0896667	0,0942282	0,0751247	0,0509614
	W int	0,177887	0,0645237	0,0634373	0,0951713	0,0662147	0,046096
Sq (µm)	N ext	0,563867	0,164974	0,098973	0,143748	0,0533097	0,0843118
	W ext	0,574354	0,11133	0,128087	0,138969	0,0431015	0,0969549
	N mid	0,675195	0,138123	0,136699	0,133577	0,100305	0,0643623
	W mid	0,608791	0,165526	0,109073	0,138183	0,0900059	0,0945867
	N int	0,535875	0,0975128	0,138233	0,129562	0,113148	0,0878221
	W int	0,51373	0,109684	0,136885	0,135341	0,0986186	0,0738578
SSk	N ext	-6,4978	-8,7702	-9,75237	-0,379563	-0,725699	-0,103816
	W ext	-6,18695	-5,19856	-7,50519	0,0275509	-0,514719	-0,552359
	N mid	-4,46035	-3,8379	-9,84724	-0,276022	0,411889	0,121719
	W mid	-6,23226	-4,83347	-6,3949	-0,439355	0,583231	1,09668
	N int	-5,46254	-0,5102	-3,26625	0,161182	-2,28729	-2,36595
	W int	-7,11098	-4,16426	-9,47761	-0,191246	-2,20141	-2,036
SKu	N ext	47,896	122,491	172,711	10,2595	14,9505	12,2253
	W ext	42,1603	52,9353	109,01	5,61347	10,3982	10,0396
	N mid	22,5509	21,5097	164,802	8,35069	5,75198	13,8859
	W mid	42,0992	69,6488	103,491	7,9148	6,05094	8,38344
	N int	33,4427	12,8844	32,0479	6,35038	9,52068	12,3371
	W int	57,8962	33,1574	154,017	7,21744	11,4161	17,6433
Sal (µm)	N ext	4,92319	9,64316	6,28121	1,77097	6,77233	5,51491
	W ext	6,30793	10,6599	8,96954	2,26892	6,50719	12,101
	N mid	5,50217	7,51108	4,96245	1,46044	2,37784	4,13456
	W mid	4,81785	8,52279	7,1266	1,77142	2,83569	1,58529
	N int	5,50217	23,3005	9,03711	1,77142	4,13379	3,34425
	W int	4,13134	12,5343	6,201	1,58423	3,9633	4,8221
Str	N ext	0,804641	0,709643	0,570278	0,780536	0,867472	0,877789
	W ext	0,822834	0,576631	0,549584	0,749684	0,791394	0,310356
	N mid	0,887581	0,836773	0,630409	0,765599	0,813501	0,869361
	W mid	0,849547	0,808599	0,768187	0,790713	0,795953	0,790501
	N int	0,776717	0,494083	0,454854	0,776717	0,814449	0,887401
	W int	0,721551	0,570052	0,808508	0,76693	0,85009	0,817318
Std (°)	N ext	0	-0,052664	89,6811	90	26,4957	89,7787
	W ext	0	0,0256019	-0,044567	90	0,0376585	0,0338925
	N mid	90	89,6917	89,6904	-27	26,4728	63,5339
	W mid	90	-0,035619	-0,169097	0	-78,0243	-18,5006
	N int	0	89,777	89,7869	0	89,7555	-0,09817
	W int	0	0,0367719	-0,0257902	90	-0,058038	-63,5392
Sdr (%)	N ext	48,9787	5,50475	2,33122	6,95627	0,338055	1,90546
	W ext	55,6859	1,5025	3,08291	6,4965	0,16796	1,91681
	N mid	58,2792	2,86379	3,55455	6,26907	3,60701	1,15499
	W mid	53,3753	4,66079	1,85286	6,63374	2,78541	3,227
	N int	41,9448	0,502564	2,29777	5,69987	1,82357	1,47134
	W int	45,7606	1,01766	3,34792	6,39515	1,68846	0,833437

Tableau B.2a – Paramètres de rugosité (GMC2)

GMC 2		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
S _{mnr} ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	5,99423	4,76283	3,24634	2,47635	0,95205	1,60372
	W ext	5,14891	2,23129	3,34709	1,64379	0,867382	2,24726
	N mid	5,83132	1,63559	4,21032	1,56302	1,0524	1,16032
	W mid	5,81255	5,5654	3,62208	1,8688	0,803223	2,04144
	N int	5,56658	1,85362	2,47594	1,46892	1,12832	0,901918
	W int	5,71162	2,29802	3,2786	1,56545	1,26451	0,790942
S _{mvr} ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	0,689828	0,606299	0,576816	0,690488	0,607469	0,767643
	W ext	0,550187	0,579838	0,460386	0,698753	0,358156	0,715256
	N mid	0,777562	0,574824	0,506339	0,80291	0,597841	0,640015
	W mid	0,881494	0,498826	0,354405	0,677072	0,614099	0,647342
	N int	0,761284	0,557777	0,585869	0,674694	0,485227	0,632529
	W int	1,27089	2,01548	0,363914	1,56545	0,514441	0,625821
λ_r à 90% (μm)	N ext	10,6214	18,1222	12,4038	5,52755	12,4636	10,9878
	W ext	10,3173	19,1133	15,1914	6,53281	14,5098	41,5958
	N mid	9,55837	12,6523	10,2798	4,46452	5,38201	7,80168
	W mid	8,54679	16,878	11,6769	5,35993	6,17903	5,55481
	N int	9,91271	32,2881	18,1212	6,01491	6,79835	5,6776
	W int	8,08211	38,2493	12,031	4,76233	7,07336	9,19805
λ_θ à 90% (μm)	N ext	8,54679	23,0309	23,7167	5,11642	13,4474	13,4474
	W ext	12,7475	52,1137	30,7732	5,8819	15,947	N/A
	N mid	9,60908	14,8639	15,9262	4,40823	6,01102	7,78159
	W mid	9,36789	17,0336	17,006	4,92527	5,38202	4,7527
	N int	10,6714	106,524	53,7059	5,35993	8,1357	6,01102
	W int	9,20402	32,6557	12,0498	4,81886	7,86058	8,15569
λ_r à 80% (μm)	N ext	6,04152	10,0634	6,79705	2,14373	7,15239	5,73501
	W ext	6,66998	10,9995	9,22889	3,12902	8,16654	15,603
	N mid	6,04152	7,86953	5,02698	1,43504	2,71312	4,31896
	W mid	5,25359	9,583	7,45831	2,42083	3,56305	2,14659
	N int	6,04152	23,7912	9,27514	1,78938	4,31979	3,61093
	W int	4,8995	13,4783	7,1042	2,06673	4,6254	5,68774
λ_θ à 80% (μm)	N ext	5,77145	13,4208	10,9995	2,06673	7,81243	6,39597
	W ext	7,4589	18,1265	16,2672	2,49807	6,79834	39,2121
	N mid	5,96179	9,22889	8,16654	1,71263	2,85482	4,6254
	W mid	5,68718	10,0369	9,27514	1,78938	2,90346	1,84087
	N int	7,02407	46,9873	20,2064	2,06673	2,20402	3,91717
	W int	5,33283	22,0123	7,15106	1,78938	4,31978	5,38099
λ_r à 50% (μm)	N ext	1,8245	2,17692	1,46878	0,95194	2,88537	1,46878
	W ext	2,2039	3,62048	2,91225	1,14161	3,26636	3,26636
	N mid	2,53319	2,885	1,82279	0,761467	1,11498	1,11477
	W mid	2,2039	3,26636	2,55813	1,14161	3,62048	0,787559
	N int	2,17885	9,25766	3,59286	0,761467	2,17723	1,46878
	W int	1,84981	5,74516	2,20402	0,787518	1,8499	2,55813
λ_θ à 50% (μm)	N ext	1,84981	2,53155	2,20402	0,787518	3,26636	1,49579
	W ext	2,17885	5,36324	4,30089	1,11581	3,23946	2,88483
	N mid	2,558	3,62048	2,20402	0,814102	0,787559	1,49579
	W mid	2,17885	3,64623	3,23885	0,761467	1,11498	0,760755
	N int	2,558	14,5364	5,74516	0,787518	5,33363	1,49579
	W int	1,8245	9,36391	2,53082	0,761467	1,82314	2,53082

Tableau B.2b – Paramètres de rugosité (GMC2)

GMC 3		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
Sa (µm)	N ext	0,0725846	0,0281087	0,0246663	0,0761757	0,0489543	0,0500912
	W ext	0,0852397	0,105045	0,0246968	0,0732635	0,0496196	0,0479346
	N mid	0,0623167	0,0735509	0,0530347	0,0612427	0,0501749	0,042766
	W mid	0,0838555	0,101022	0,0611247	0,0677898	0,0626991	0,0561202
	N int	0,0667486	0,0772804	0,0756571	0,0720646	0,053772	0,0489825
	W int	0,0789758	0,0449496	0,0726988	0,0683494	0,0529887	0,0446373
Sq (µm)	N ext	0,116681	0,0500858	0,0570856	0,12481	0,0729856	0,0703666
	W ext	0,133529	0,175069	0,0463503	0,125987	0,0749183	0,0671251
	N mid	0,103963	0,12702	0,0777747	0,100807	0,0841016	0,055843
	W mid	0,131279	0,170466	0,0851728	0,115523	0,101024	0,0787988
	N int	0,110585	0,136821	0,139	0,116962	0,0858197	0,0650633
	W int	0,125224	0,10572	0,106822	0,113497	0,0771741	0,0604591
SSk	N ext	-0,079967	-3,72021	-6,63847	-1,83365	-3,11441	-2,03863
	W ext	0,940098	-2,30514	-9,33662	-3,06934	-2,93405	-1,10504
	N mid	1,95556	-2,05235	-1,32317	-2,49222	-3,38809	-1,18603
	W mid	0,826834	-3,81933	-0,706969	-2,99382	-2,69263	-1,43793
	N int	-0,537271	-2,03066	-7,19095	-1,62148	-2,66097	-0,912627
	W int	2,02786	-8,02625	-0,0771065	-3,02467	-1,83264	-1,25038
SKu	N ext	24,1078	49,7924	138,412	19,2335	31,3014	16,3458
	W ext	15,5303	33,2455	247,756	21,7848	28,0565	30,0706
	N mid	25,4302	25,41	21,2314	26,2843	26,8372	5,67288
	W mid	20,4445	61,7062	7,63396	21,2066	15,9493	7,43887
	N int	28,2201	71,673	248,206	16,8224	19,0739	7,58635
	W int	17,2874	112,242	10,4851	24,5319	15,2832	13,9888
Sal (µm)	N ext	7,40055	7,77502	8,58153	2,69775	5,942	6,99158
	W ext	9,98599	7,53722	9,98433	3,26769	4,134	4,01084
	N mid	6,18937	7,84658	10,8055	3,50757	3,17112	4,26828
	W mid	7,76901	7,01902	9,51336	3,16845	3,4912	4,04191
	N int	7,29452	6,50752	7,74171	2,55468	3,76858	5,51491
	W int	9,03303	6,47014	8,45593	3,76628	4,26882	5,23389
Str	N ext	0,789136	0,822025	0,774815	0,825803	0,794439	0,850381
	W ext	0,897849	0,870916	0,869681	0,809108	0,85724	0,831702
	N mid	0,91465	0,793419	0,875132	0,845544	0,830613	0,885085
	W mid	0,866484	0,885317	0,863975	0,856776	0,863612	0,874391
	N int	0,887288	0,906601	0,545865	0,805948	0,81536	0,858835
	W int	0,836683	0,775504	0,792962	0,840583	0,885195	0,818895
Std (°)	N ext	90	71,5362	89,6912	0	89,7257	-26,4599
	W ext	0	63,5058	-45,0187	0	0,0554819	-63,4917
	N mid	0	-63,5177	89,7726	0	63,4968	-0,0028115
	W mid	0	-44,9852	89,8255	90	63,5208	89,7999
	N int	90	89,7768	89,7079	-35	-26,5035	-63,5
	W int	0	-0,041338	89,7981	81	89,7464	0,0908689
Sdr (%)	N ext	1,35844	0,581761	0,653036	5,07682	0,97726	0,604416
	W ext	1,58267	4,48642	0,500549	3,61073	1,11557	0,540447
	N mid	1,18313	2,96045	0,651874	2,6512	1,79699	0,229795
	W mid	1,75872	5,75201	0,713793	3,17666	2,07121	0,653606
	N int	1,49986	3,52905	3,17738	4,58996	1,49552	0,265648
	W int	1,41901	2,65336	1,28108	2,97664	1,07552	0,269446

Tableau B.3a – Paramètres de rugosité (GMC3)

GMC 3		ROTOR			STATOR		
		PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3	PHASE 1	PHASE 2	PHASE 3
Smmr ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	2,23871	1,13127	2,71479	1,97829	1,85207	1,50279
	W ext	2,03327	3,62159	2,80302	1,89582	2,29526	1,0971
	N mid	3,39772	2,43573	1,62944	1,7901	1,50067	0,694337
	W mid	3,08752	5,7765	1,16585	1,91276	1,49036	0,82208
	N int	4,02879	5,86503	6,2501	1,83002	1,31207	0,874447
	W int	2,93175	4,00683	1,52513	1,7361	1,43882	1,26731
Smvr ($\mu\text{m}^3 / \mu\text{m}^2$)	N ext	0,961019	0,616646	0,756609	0,68145	0,37738	0,382789
	W ext	1,11019	0,854192	0,287789	0,691865	0,539346	2,06191
	N mid	1,43363	0,797466	0,992505	0,578649	0,374668	0,356921
	W mid	1,30272	0,661184	0,475153	0,617879	0,404464	0,396416
	N int	0,888032	1,14617	0,80529	0,660892	0,378347	0,388872
	W int	1,83884	0,49455	1,81775	0,680526	0,726074	0,331987
λ_r à 90% (μm)	N ext	11,4099	32,994	18,1255	5,38603	11,3992	22,7276
	W ext	17,9617	13,8016	22,3003	6,71889	7,78159	8,1357
	N mid	9,28381	13,1693	18,7719	6,44906	6,08902	6,79705
	W mid	12,0303	12,7637	16,6345	6,0107	7,07336	6,79705
	N int	13,8903	11,7532	16,0014	5,38603	7,85908	10,3372
	W int	15,5713	13,4475	16,5196	7,78118	7,78159	9,19805
λ_θ à 90% (μm)	N ext	14,8631	37,1828	18,0509	5,63002	13,4474	16,6345
	W ext	17,5359	12,1072	23,4272	5,74038	7,85908	6,96077
	N mid	10,2599	16,0901	19,2419	6,52855	6,01102	7,78159
	W mid	12,4729	13,3862	19,179	5,74038	6,79705	7,07336
	N int	12,0303	12,031	N/A	5,30251	7,07336	9,55216
	W int	15,662	12,8153	15,8334	6,80341	8,2131	8,45655
λ_r à 80% (μm)	N ext	7,51209	8,92113	9,62916	3,06949	6,08902	7,85908
	W ext	11,353	8,5207	10,1764	4,27106	4,97951	4,6254
	N mid	6,44906	7,8591	11,5587	3,96865	3,61093	4,31896
	W mid	8,16612	7,81246	10,2912	3,56287	4,27128	4,31896
	N int	8,22078	6,44304	7,85911	2,90562	4,31896	6,08902
	W int	10,2907	6,7501	10,07	4,62515	4,97951	6,04186
λ_θ à 80% (μm)	N ext	9,5825	8,87481	10,6453	3,18644	7,45831	8,33031
	W ext	10,3426	8,2131	11,6958	3,25997	1,82279	4,31896
	N mid	6,74973	9,93715	12,0618	4,27106	3,56305	4,97951
	W mid	8,57512	7,15107	10,6912	3,25997	3,61093	4,6254
	N int	8,16612	7,10423	14,346	3,20877	6,75008	6,39597
	W int	10,3468	7,85909	10,1161	3,96865	4,67297	5,381
λ_r à 50% (μm)	N ext	3,24188	2,17681	2,53082	1,38609	2,53082	3,23885
	W ext	4,68258	2,91226	2,20402	1,84981	2,20402	2,20402
	N mid	2,88753	2,53082	3,94688	1,47016	1,46878	2,01309
	W mid	3,62029	2,55814	3,62048	1,49571	1,8499	2,17681
	N int	3,24187	2,53082	2,17681	1,11581	1,82279	2,88483
	W int	4,32848	2,20402	3,62048	1,84981	2,20402	2,91225
λ_θ à 50% (μm)	N ext	3,97438	2,20403	2,91225	1,14161	2,55813	3,26636
	W ext	4,92953	3,23885	2,17681	1,47016	4,31896	2,17681
	N mid	3,26619	3,26637	4,32871	1,49571	1,49579	2,55813
	W mid	3,95056	2,53082	3,59287	1,47016	1,82279	2,20402
	N int	3,62029	2,91226	2,55813	1,14161	1,8499	2,91225
	W int	4,65925	2,17681	4,21691	1,8245	2,17681	2,88483

Tableau B.3b – Paramètres de rugosité (GMC3)

- [B1]** Stout K. J., 2000, “Development of Methods for the Characterisation of Roughness in Three Dimensions”, Butterworth Heinemann.

C Validation numérique de l'algorithme de cavitation

Cette démarche a été appliquée par Payvar et Salant [C1] à la simulation d'écoulement dans les garnitures mécaniques. Pour forcer la cavitation, l'une des deux faces du joint présente une ondulation sinusoïdale (Fig. C.1). L'amplitude sans dimension de cette ondulation vaut simplement :

$$A = \frac{h_{\min}}{h_{\max}} \quad (\text{C-1})$$

L'équation de l'épaisseur de film s'écrit alors :

$$h = h_{\max} \left(1 + A \cos^2 \left(\frac{N_{\theta}}{2} \right) \right) + \beta_1 \quad (\text{C-2})$$

β_1 représente la conicité de la surface 1. Du fait de la périodicité de ce motif, seul un secteur angulaire de la taille d'une ondulation complète est étudié.

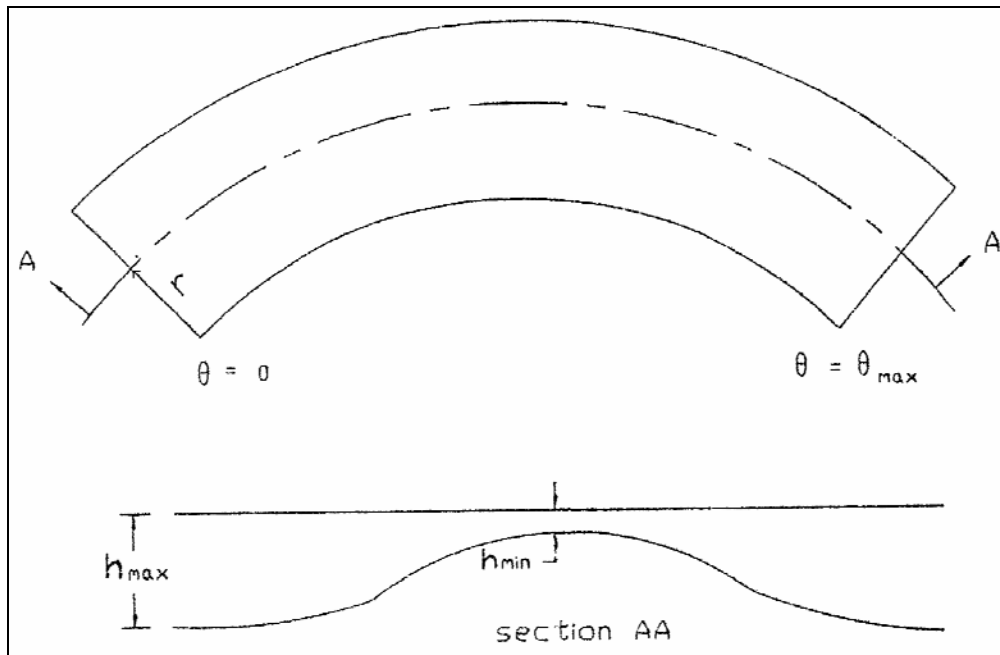


Figure C.1 – Ondulation de la surface (d’après [C1])

Dans leur article, les auteurs ont exposé les variations de pression et de densité pour plusieurs configurations, définies par l’amplitude de l’ondulation et un paramètre d’écoulement γ_e qui compare les composantes hydrodynamiques et hydrostatiques de la pression :

$$\gamma_e = \frac{6\mu\Omega}{p_{ext} - p_{cav}} \left(\frac{r_{int}}{d} \right)^2 \quad (\text{C-3})$$

Dans cette dernière équation, d désigne la séparation des faces choisies comme référence.

Les conditions aux limites utilisées par Payvar et Salant sont :

- $p_{ext} = 5,2697 \text{ MPa}$
- $p_{int} = 0,4459 \text{ MPa}$
- $p_{cav} = 0,2047 \text{ MPa}$
- $r_{ext} = 0,123 \text{ m}$
- $r_{int} = 0,11 \text{ m}$

En fonction des valeurs choisies pour A et γ_e (appelé simplement « gamma » sur les figures ci-après), les auteurs ont présenté sur des graphes les variations de pression et de densité dans le secteur de la garniture étudié. Les figures suivantes comparent leurs résultats (en bleu) et ceux obtenus par notre modèle (en vert). Les résultats de la modélisation par éléments finis de Djamaï et al. [C2] sont également mentionnés à titre indicatif (en rouge).

Le pic de pression apparaît juste avant le maximum de l’ondulation, correspondant au début du convergent (fig C.2). La cavitation apparaît lorsque l’épaisseur est minimale, et sa taille est d’autant plus grande (c’est-à-dire la reformation du film est d’autant plus tardive) que les paramètres A et γ_e sont élevés. La concordance des courbes est satisfaisante, surtout pour la pression, avec seulement quelques écarts lorsque les grandeurs varient brusquement, notamment aux abords de la zone de rupture (fig. C.3).

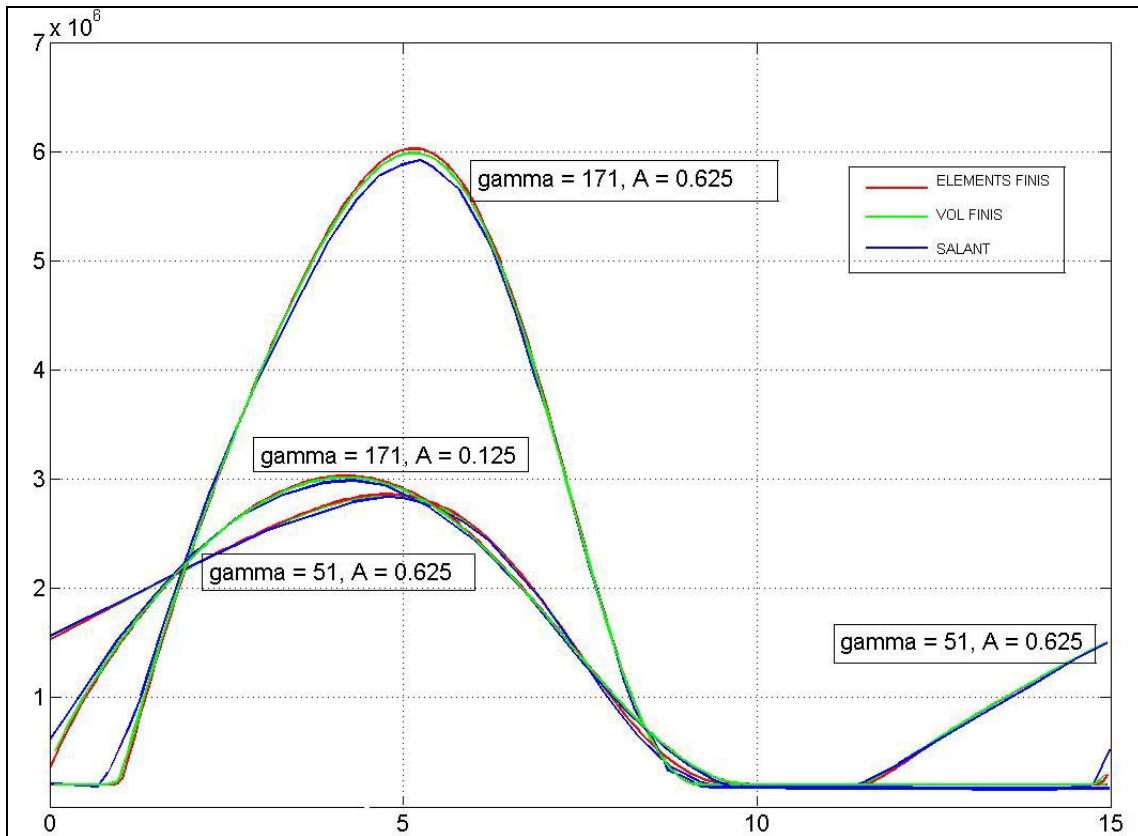


Figure C.2 – Variations de la pression (MPa) en fonction de la position angulaire (°)

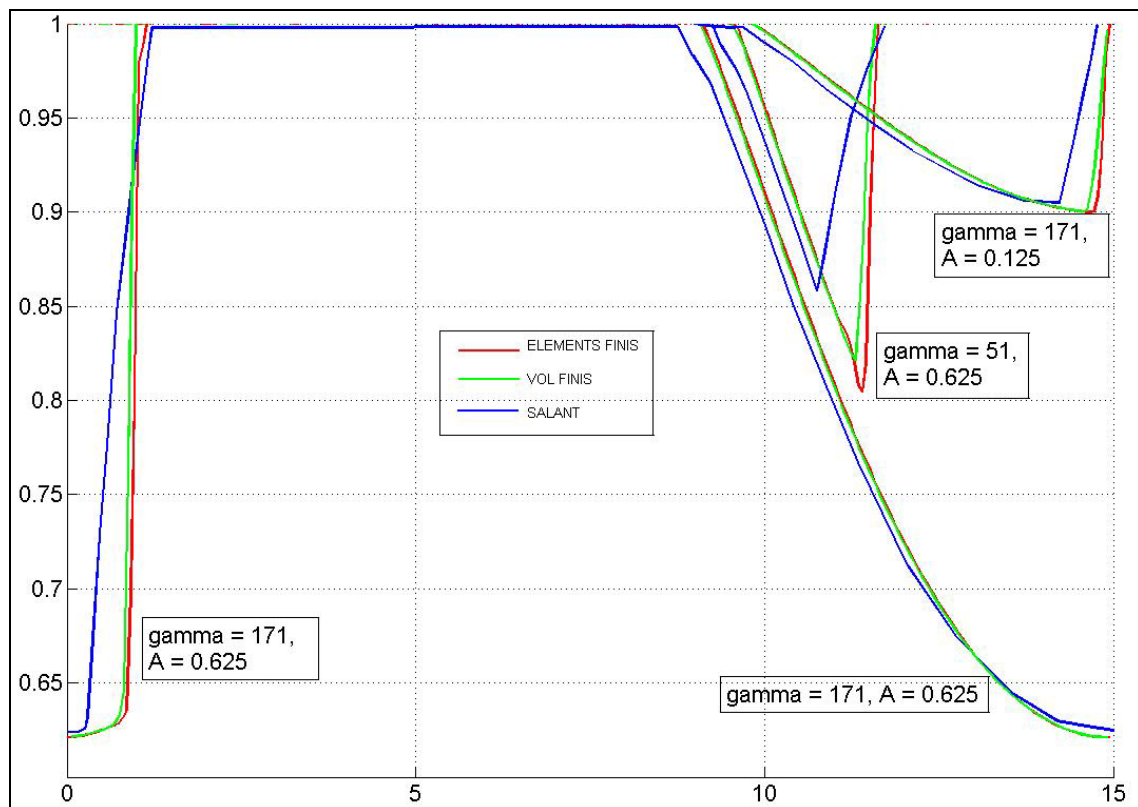


Figure C.3 – Variations de la densité (kg/dm³) en fonction de la position angulaire (°)

-
- [C1] Payvar P., Salant R. F., 1992, “A Computational Method for Cavitation in a Wavy Mechanical Seal”, ASME Journal of Tribology, Vol. 114, pp. 199-204.
- [C2] Djamaï A., Brunetière N., Tournier B., 2008, “Recherche des Règles de Conception et d'Optimisation des Rainures et Encoches Profondes des Garnitures Mécaniques Thermohydrodynamiques”, Contrat de collaboration n° 781726 entre le CETIM, le CNRS et l'Université de Poitiers, Rapport final.

D Validation du modèle d'écoulement

Dans cette partie, nous évaluons notre modèle numérique de lubrification mixte pour garnitures mécaniques en comparant ses résultats avec quelques valeurs expérimentales trouvées dans la littérature. Les données disponibles sont toutefois peu nombreuses et ne correspondent pas exactement aux conditions d'essai que nous avons modélisées.

Parmi les références que nous avons identifiées, nous nous sommes intéressés en particulier à la revue effectuée par Nau en 1997 [133], rapportant les résultats de deux études expérimentales : la première effectuée par Flitney et Nau [D2] et la seconde menée par Nau lui-même [D3].

Flitney et Nau (1987)

Dans cette étude, les auteurs ont mené une série d'essais sur une garniture du commerce dont les matériaux constituant les faces (lubrifiées par un mélange eau-glycérol) étaient respectivement un carbone à imprégnation résine et une fonte Ni-resist. La garniture a été soumise à différentes pressions (de 0,1 à 2 MPa), vitesses de rotation (de 10 à 5000 tr/min) et viscosités du mélange. Ces caractéristiques sont toutefois comparables à celles retenues pour notre modèle. Dans l'article, l'ensemble des valeurs du coefficient de frottement obtenues par Flitney et Nau ont été présentées sur un même graphe ; nous les avons reportées sur la figure 5.17 correspondant à notre cas de référence présentée à la page suivante (fig. D.1).

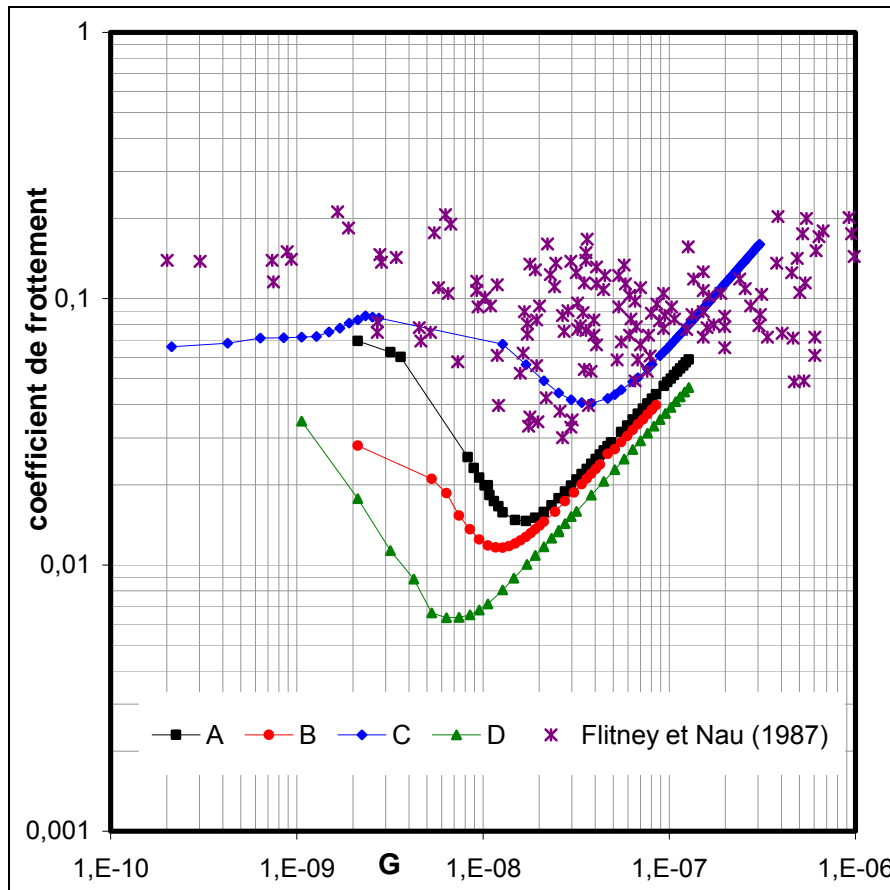


Figure D.1 – Coefficients de frottement relevés par Flitney et Nau (d’après [D2])

Les valeurs expérimentales du coefficient de frottement sont dans l’ensemble plus élevées que celles données par notre modèle, et varient entre 0,03 et 0,2. Des valeurs du même ordre ont cependant été obtenues pour la surface C. L’usure des faces du joint impliquant la présence de débris dans le contact est une des causes de l’augmentation du frottement, ce que notre modèle ne peut prendre en compte. Le frottement minimum a été obtenu pour un G voisin de 3.10^{-8} , valeur intermédiaire en comparaison de ceux des surfaces A et C (respectivement $1,7.10^{-8}$ et $3,5.10^{-8}$).

Nau (1989)

Dans ce second cas, la garniture testée était constituée d’une face en carbure de Silicium (d’un module d’Young de 410 GPa) et d’une face en carbone avec imprégnation Antimoine. Le joint a fonctionné à une vitesse de 6 m/s sous une pression de 0,1 MPa, et le fluide était une eau distillée. Comme précédemment, nous avons reporté les valeurs obtenues sur la figure 5.17 correspondant à notre cas de référence (fig. D.2).

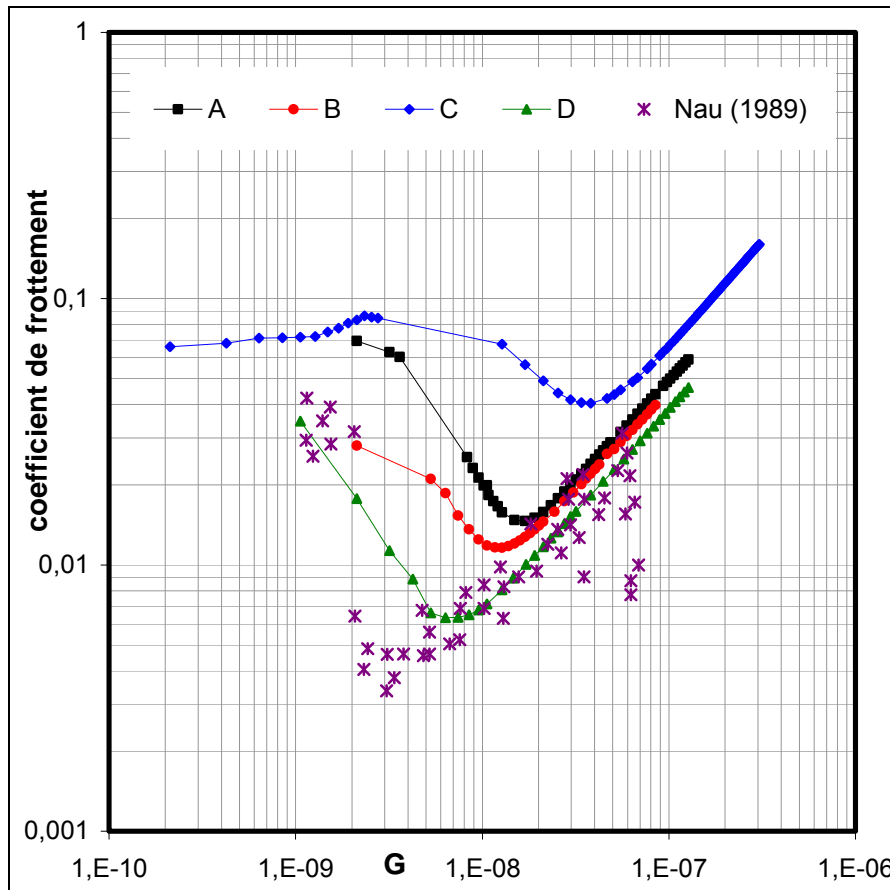


Figure D.2 – Coefficients de frottement relevés par Nau (d’après [D3])

Les résultats rendant compte d’un seul essai, le nuage de points permet cette fois-ci de déceler les contours d’une courbe de Stribeck. Les valeurs expérimentales sont ici proches de celles obtenues pour la surface D, ou inférieures. Le minimum du frottement est notamment obtenu pour un paramètre de service voisin de $3 \cdot 10^{-9}$ ($7 \cdot 10^{-9}$ pour la surface D). Un autre constat intéressant est la tendance perçue en régime hydrodynamique, où le coefficient de frottement augmente linéairement et, surtout, avec une pente similaire à celles obtenues pour nos surfaces.

- [D1]** Nau B. S., 1997, “Mechanical Face Seal Materials”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, Vol. 211, pp. 165-183.
- [D2]** Flitney R. K., Nau B. S., 1987, “A Study of Factors Affecting Mechanical Seal Performance”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Vol. 201, pp. 17-28.
- [D3]** Nau B. S., 1989, “Mechanical Seal Material Performance”, British Hydrodynamics Research Group, Limited Report n° CR 3009.

Liste des figures

Figure 0.1 – Allure typique d'un graphe f-G	16
Figures 1.1a/1.1b – Joint annulaire / Joint labyrinthe (d'après [1])	20
Figures 1.2a/1.2b – Joint à lèvres / Garniture mécanique (d'après [1])	20
Figure 1.3 – Description sommaire d'une garniture mécanique	21
Figure 1.4 – Taux de surface en contact selon l'opération d'usinage (d'après [2])	23
Figures 1.5a/1.5b – Conicité radiale / Interface convergente	23
Figures 1.6a/1.6b – Garniture avec ressort / Anneau flottant avec soufflet	24
Figure 1.7 – Compensation dans une garniture mécanique	26
Figure 2.1 – Notations d'épaisseur de film	30
Figure 2.2 – Volume de contrôle et conditions aux limites	31
Figures 2.3a/2.3b – Coefficients ϕ_x obtenus par Patir et Cheng / Comparaison de plusieurs approches ultérieures pour $\gamma = 1$	32
Figures 2.4a/2.4b – Variations d'épaisseur de film / Variations de pression (d'après [33])	34
Figure 2.5 – Contact sphère/plan	36
Figure 2.6 – Notations ; contact entre une surface rugueuse et un plan	38
Figure 2.7 – Comparaison entre résultats numériques et expérimentaux (d'après [88])	43
Figure 3.1 – Profil extrait d'une surface de rotor de garniture mécanique rodé	50
Figure 3.2 – Palpeur mécanique à patin	51
Figure 3.3 – Capteur confocal chromatique	52
Figures 3.4a/3.4b – Variations de la distribution statistique des hauteurs d'une surface rugueuse : différents paramètres d'asymétrie / d'étalement	55
Figures 3.5a/3.5b – Profil rugueux / Fonction d'autocorrélation du profil	56
Figures 3.6a/3.6b – Surfaces à corrélation exponentielle / linéaire	64
Figures 3.7a/3.7b – Détail de la FAC ; profils principaux exponentiels / linéaires	64
Figures 3.8a/3.8b – Surfaces anisotropes	64
Figures 3.9a/3.9b – Détail de la FAC des surfaces de la figure 3.8 ; faible anisotropie ($\lambda_y = 3 \lambda_x$) / forte anisotropie ($\lambda_y = 9 \lambda_x$)	65
Figures 3.10a/3.10b – Surfaces à coefficient d'asymétrie positif / négatif	65
Figures 3.11a/3.11b – Surfaces portantes à coefficient d'étalement faible / élevé	66
Figure 3.12 – Exemple de garniture testée (GMC2 à l'état neuf)	68
Figure 3.13 – Banc d'essai de garniture mécanique (document CETIM)	69

Figures 3.14a/3.14b – Position des profils mesurés sur une surface / <i>Talyrond 365</i>	69
Figure 3.15 – Exemple de profil relevé (rotor GMC2 neuf)	70
Figure 3.16 – Amplitude (en mm) relevée sur les rotors neufs	70
Figure 3.17 – Evolution de l'amplitude des ondulations	71
Figures 3.18a/3.18b – Zones mesurées sur chaque pièce / Exemple de surface mesurée (rotor GMC3 phase 2)	72
Figures 3.19a/3.19b – Surface redressée / Surface filtrée (rotor GMC3 phase 2)	73
Figure 3.20 – Dynamique du profil redressé (rotor GMC3 phase 2)	74
Figure 3.21 – Dynamique du profil rebouché (rotor GMC3 phase 2)	74
Figures 3.22a/3.22b – Vues détaillées du rotor et du stator de la GMC2 après la phase 3	75
Figure 3.23 – Ecart-types des surfaces analysées	76
Figure 3.24 – Paramètres d'asymétrie de la rugosité des surfaces analysées	77
Figure 3.25 – Paramètres d'étalement de la rugosité des surfaces analysées	78
Figure 3.26 – Evolution des longueurs de corrélation radiales	79
Figure 3.27 – Evolution des longueurs de corrélation circonférentielles	79
Figure 3.28 – Fonction d'autocorrélation (rotor GMC3 phase 2)	80
Figure 3.29 – Portion mesurée sur le rotor et simulations correspondantes	85
Figure 3.30 – Portion mesurée sur le stator et simulations correspondantes	85
Figures 3.31a/3.31b – Courbes de portance des cas étudiés	86
Figure 3.32 – Densité de sommets	87
Figure 3.33 – Variabilité de la densité de sommets	88
Figure 3.34 – Hauteur des sommets adimensionnée par l'écart-type	89
Figure 3.35 – Rayon moyen des sommets	90
Figure 3.36 – Rapport des rayons de courbure	92
Figure 4.1 – Vue schématique de la garniture modélisée	96
Figure 4.2 – Efforts s'exerçant sur les anneaux de la garniture	97
Figures 4.3a/4.3b – Contact réel / Contact équivalent	98
Figure 4.4 – Epaisseur de film dans la modélisation déterministe	99
Figure 4.5 – Contact au sommet d'une aspérité	102
Figures 4.6a/4.6b – Géométrie d'un élément / Bilan des débits	105
Figure 4.7 – Gestion du contact	107
Figures 4.8a/4.8b – Algorithme de résolution de la pression / Schéma général	109
Figure 4.9 – Efforts pris en compte pour la recherche de position d'équilibre	110
Figures 4.10a/4.10b – Algorithme d'équilibrage des forces / Schéma général	111
Figure 5.1 – Illustration de l'échantillonnage	115
Figures 5.2a/5.2b – Variabilité des résultats selon le taux d'échantillonnage imposé	116
Figure 5.3 – Différents maillages générés (de haut en bas : 200, 150, 100 et 50 nœuds dans la direction circonférentielle)	117
Figure 5.4 – Variabilité des résultats selon l'étendue du maillage dans la direction circonférentielle ($\Omega = 10$ rad/s)	118
Figure 5.5 – Représentations des quatre surfaces de l'étude	119
Figure 5.6 – Evolution du pourcentage de cavitation dans l'écoulement	121
Figures 5.7a/5.7b – Zones cavitées (en noir) à $G = 2 \cdot 10^{-9}$ pour les surfaces B et C	121
Figures 5.8a/5.8b – Zones cavitées (en noir) à $G = 2 \cdot 10^{-8}$ pour les surfaces B et C	122
Figures 5.9a/5.9b – Profils de pression à $N_{\theta} = 100$ pour les surfaces A et D	122
Figures 5.10a/5.10b – Champs de pression à $G = 2 \cdot 10^{-9}$ (en haut) et $G = 10^{-8}$ pour la surface A	123

Figures 5.11a/5.11b – Champs de pression à $G = 2.10^{-9}$ (en haut) et $G = 10^{-8}$ pour la surface D	123
Figure 5.12 – Portance hydrodynamique et portance des contacts adimensionnées.....	124
Figure 5.13 – Pourcentage d'aire en contact	125
Figure 5.14 – Pression de contact moyenne	126
Figure 5.15 – Séparation des faces à l'équilibre	127
Figure 5.16 – Débit massique.....	128
Figure 5.17 – Courbes de Stribeck (évolution du frottement).....	129
Figure 5.18 – Zones de cavitation à $G = 2,2 \cdot 10^{-8}$ pour une surface Gaussienne (surface C). 135	
Figures 5.19a/5.19b – Courbes de Stribeck pour différentes pressions d'alimentation.....	136
Figures 5.19c/5.19d – Courbes de Stribeck pour différentes pressions d'alimentation.....	137
Figures 5.20a/5.20b – Courbes de Stribeck pour différents coefficients d'équilibrage.....	138
Figures 5.20c/5.20d – Courbes de Stribeck pour différents coefficients d'équilibrage.....	139
Figures 5.21a/5.21b – Courbes de Stribeck pour différentes viscosités dynamiques	140
Figures 5.21c/5.21d – Courbes de Stribeck pour différentes viscosités dynamiques	141
Figures 5.22a/5.22b – Courbes de Stribeck pour différents couples de matériaux	142
Figures 5.22c/5.22d – Courbes de Stribeck pour différents couples de matériaux	143
Figures 5.23a/5.23b – Courbes de Stribeck pour différentes conicités du stator	144
Figures 5.23c/5.23d – Courbes de Stribeck pour différentes conicités du stator	145
Figures 5.24a/5.24b – Courbes de Stribeck pour différents écarts-types de la rugosité	146
Figures 5.24c/5.24d – Courbes de Stribeck pour différents écarts-types de la rugosité	147
Figures A.1a/A.1b – Principe de mesure par microscopie confocale / <i>Talysurf</i> CCI 6000 ...	168
Figure A.2 – Montage interférométrique confocal.....	168
Figure B.1 – Zones mesurées sur chaque pièce	171
Figure C.1 – Ondulation de la surface (d'après [C1]).....	180
Figure C.2 – Variations de la pression (MPa) en fonction de la position angulaire (°).....	181
Figure C.3 – Variations de la densité (kg/dm^3) en fonction de la position angulaire (°).....	181
Figure D.1 – Coefficients de frottement relevés par Flitney et Nau (d'après [D2])	184
Figure D.2 – Coefficients de frottement relevés par Nau (d'après [D3])	185

Liste des tableaux

Tableau 1.1 – Domaines d'utilisation des principaux dispositifs d'étanchéité d'arbres tournants.....	21
Tableau 2.1 – Coefficients ϕ_x	32
Tableau 3.1 – Caractéristiques des principales techniques de mesure.....	53
Tableau 3.2 – Caractéristiques des objectifs optiques du Talysurf CCI 6000.....	68
Tableau 3.3 – Caractéristiques des garnitures étudiées.....	68
Tableau 3.4 – Résultats des mesures de planéité.....	71
Tableau 3.5 – Récapitulatif des paramètres statistiques relevés sur les surfaces étudiées.....	82
Tableau 3.6 – Caractéristiques des surfaces étudiées.....	83
Tableau 3.7 – Caractéristiques de la surface témoin (Rotor GMC2).....	85
Tableau 3.8 – Caractéristiques de la surface témoin (Stator GMC2).....	85
Tableau 4.1 – Données du modèle.....	98
Tableau 4.2 – Temps de calcul relevés.....	108
Tableau 5.1 – Conditions de fonctionnement et caractéristiques géométriques choisies.....	114
Tableau 5.2 – Tailles de maillage testées.....	115
Tableau 5.3 – Contenu en longueur d'onde.....	117
Tableau 5.4 – Coefficients (SSk ; SKu) des surfaces simulées.....	119
Tableau 5.5 – Valeurs de l'épaisseur de film sans dimension à la transition mixte/HD.....	127
Tableau 5.6 – Caractérisation de la transition mixte/HD.....	130
Tableau 5.7 – Coefficients des courbes d'interpolation.....	130
Tableau 5.8 – Valeurs testées dans l'étude paramétrique.....	131
Tableau 5.9 – Module d'Young équivalent du contact.....	132
Tableau 5.10 – Nombre maximal de sommets en contact à l'équilibre.....	134
Tableau B.1a – Paramètres de rugosité (GMC1).....	172
Tableau B.1b – Paramètres de rugosité (GMC1).....	173
Tableau B.2a – Paramètres de rugosité (GMC2).....	174
Tableau B.2b – Paramètres de rugosité (GMC2).....	175
Tableau B.3a – Paramètres de rugosité (GMC3).....	176
Tableau B.3b – Paramètres de rugosité (GMC3).....	177

Lubrification mixte des étanchéités dynamiques : application aux garnitures mécaniques d'étanchéité

Les garnitures mécaniques sont des composants d'étanchéité d'arbres tournants fréquemment rencontrés dans les applications industrielles. Une garniture est constituée de deux surfaces planes annulaires dont le contact est lubrifié par le fluide dont il faut assurer l'étanchéité. Le fonctionnement optimal est obtenu en minimisant à la fois la fuite et l'usure. Cela correspond à une épaisseur de film de l'ordre du micromètre, et à un régime de lubrification mixte. Dans ce cas, le film fluide n'est pas complet et des zones de contact apparaissent.

Une analyse bibliographique approfondie a permis de justifier le recours à une approche déterministe pour notre étude. Cela nécessite de caractériser correctement les surfaces rugueuses et de pouvoir les reproduire par simulation numérique. Une étude métrologique a été menée sur des échantillons de garnitures mécaniques à plusieurs stades de fonctionnement. Ainsi, les valeurs des paramètres statistiques de la rugosité de ces surfaces ont pu être déterminées. Un modèle numérique de génération de surface rugueuse non Gaussienne a été développé.

Un modèle d'écoulement déterministe de la lubrification mixte des garnitures mécaniques est ensuite présenté. Il inclut la cavitation dans le fluide et le contact normal hertzien des aspérités. La résolution de l'équation de conservation du débit est entreprise au moyen de la méthode des volumes finis.

Une étude paramétrique a été réalisée pour quatre surfaces statistiquement équivalentes et représentatives d'un état de surface rodé. Le modèle met en évidence la génération de portance due à la rugosité, bien que les surfaces moyennes soient planes et parallèles. Des courbes de Stribeck ont été tracées pour chaque cas étudié. L'écart-type de la hauteur des rugosités est le paramètre ayant le plus d'influence sur les résultats. De plus, le développement de la microcavitation, qui dépend étroitement de l'agencement de la rugosité, a une grande importance dans la modélisation.

Mots-clés : tribologie, lubrification mixte, étanchéités dynamiques, garnitures mécaniques, surfaces rugueuses, contact des aspérités, cavitation, étude paramétrique, courbes de Stribeck.

Mixed lubrication of dynamical sealing devices: application to mechanical face seals

Mechanical face seals are commonly used in industrial applications. The main purpose of these components is to insure the sealing of rotating shafts. A mechanical seal is basically a set of two rings whose contact is lubricated by the sealed fluid. The optimal point of operation is reached by minimizing both leakage and wear. The average film thickness is then about one micrometer and the seal is operating in mixed lubrication conditions. In this case, the faces are not completely separated by the fluid film and asperity contact occurs.

The choice of a deterministic approach was justified from a detailed bibliographical analysis. An accurate description of the surfaces roughness was required, as well as the development of a numerical modelling tool able to simulate it. A metrological study was realised on samples of mechanical seal surfaces at several stages of operation. The statistical parameters obtained from the surfaces roughness could thus be evaluated and used in a numerical model enabling the generation of non Gaussian surfaces.

A deterministic flow model for mixed lubrication in mechanical seals is then presented. It takes the cavitation effects and normal hertzian asperity contact into account. The equation of flow rate conservation in the contact was solved using finite volume method.

A parametric study was carried out on four statistically equivalent simulated surfaces. The model highlights the increase in load capacity due to the roughness, although the mean surfaces are flat and parallel. Stribeck curves have been obtained for each studied case. The standard deviation of the roughness is the major parameter influencing the coefficient of friction. Furthermore, the development of microcavitation, which mostly depends on the roughness distribution, influences the results to a great extent.

Keywords: tribology, mixed lubrication, dynamical sealing devices, mechanical face seals, rough surfaces, asperity contact, cavitation, parametric study, Stribeck curves.