THESE

Présentée à
L'UNIVERSITE DE POITIERS

Pour l'obtention du grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE D'INGENIEURS DE POITIERS

ECOLE DOCTORALE SCIENCES ET INGENIERIE POUR L'INFORMATION

Diplôme National - Arrêté du 7 Août 2006
SPECIALITE : AUTOMATIQUE

Présentée par

Mohamed NJEH

CONTRIBUTION AU CONTROLE DES PULSATIONS DE COUPLE D'UNE PROPULSION HYBRIDE

Directeur de Thèse : **Patrick Coirault**

Co-encadrement : **Sébastien CAUET**

Présentée et soutenue publiquement le 1 mars 2011

COMPOSITION DU JURY

Rapporteurs :	M. A. EL HAJJAJI	Professeur, Université de Picardie Jules Verne, Amiens
	M. X. MOREAU	Professeur, Université de Bordeaux I
Examinateurs :	M. M. CHAABANE	Professeur, Université de Sfax, Tunisie
	M. P. MICHEAU	Maître de Conférences, Université Sherbrooke, Québec
	M. P. COIRAULT	Professeur, Université de Poitiers
	M. S. CAUET	Maître de Conférences, Université de Poitiers

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Poitiers
dans le cadre d'unne allocation de recherche accordée par la région Poitou-Charentes

Mis en page avec la classe thloria.

Remerciements

Ce mémoire rassemble les résultats de trois années de recherche et conclut mes travaux de thèse effectués au sein du Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de Poitiers (LAII) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (ENSIP). A ce propos, je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur Gérard CHAMPENOIS, Professeur à l'Université de Poitiers et directeur de LAII, pour m'avoir accueilli dans ce laboratoire.

Je tiens à adresser les plus sincères remerciements à mon directeur de thèse, Monsieur Patrick COIRAULT, Professeur à l'Université de Poitiers, pour m'avoir accepté dans son équipe et pour la gentillesse et le soutien inconditionnel montrés à mon égard. Ses encouragements, ses compétences scientifiques m'ont permis de prendre confiance en moi et d'apprendre à travailler en autonomie et avec professionnalisme.

Un grand merci pour Monsieur Sébastien CAUET, co-encadrant, Maître de conférence à l'Université de Poitiers pour la qualité de son encadrement, sa disponibilité permanente et ses compétences pédagogiques et scientifiques, dont il a su me faire profiter. Ses qualités humaines et professionnelles ont rendus cette recherche très agréable.

Que Monsieur Monsieur Ahmed El HAJJAJI, Professeur de l'université de Picardie Jules Verne à Amiens et Monsieur Xavier MOREAU, Professeur à l'université de Bordeaux I trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur ce travail. Ces remerciements s'adressent également à Monsieur Mohamed CHAABANE, Maître de Conférences à l'E.N.I.S de Sfax et Monsieur Philippe MICHEAU, Maître de Conférences à l'université Sherbrooke, pour avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur Pascal MARTIN ingénieur de développement en charge du banc hybride de recherche de l'Université de Poitiers pour sa gentillesse, sa disponibilité et ses conseils durant les trois années de recherche.

Je remercie également Madame la Présidente de la Région Poitou-Charentes pour l'aide financière allouée durant les trois années de recherche.

Mes pensées vont aussi vers tous les collègues doctorants et les membres du laboratoire pour ces quelques années passées en leur compagnie. Leur convivialité, leur aide et tous les bons moments passés avec eux m'ont fait dépasser les moments difficiles et oublier en partie l'éloignement de ma famille.

Mes remerciements vont également du fond du coeur à mon père, à ma mère, à mes deux frères et à l'ensemble de ma grande famille qui m'ont encouragé tout au long de ces années d'études. Qu'ils reçoivent ici ma profonde gratitude pour leurs innombrables

sacrifices. Merci aussi à tous mes amis et surtout à Wafa et Wiem qui ont su m'écouter et me réconforter dans les moments les plus difficiles. ...

... à tous merci pour en arriver là où j'en suis aujourd'hui.

A mon grand père
A ma chère famille

Table des matières

Notations et abréviation **xv**

Introduction générale **1**

Chapitre 1 Analyse bibliographique **5**

1.1 Introduction 6

1.2 Le contrôle actif de vibration 6

1.2.1 Le principe du contrôle actif 7

1.3 Présentation du contrôle des pulsations de couple du moteur à combustion interne 8

1.3.1 Vibrations liées au moteur à combustion interne 8

1.3.2 Solutions passives 8

1.3.3 Solutions actives 9

1.4 Véhicule hybride électrique 10

1.4.1 Architectures des groupes motopropulseurs hybrides électriques 10

1.4.1.1 Architecture parallèle 11

1.4.1.2 Architecture série 11

1.4.1.3 Architecture Série/Parallèle 12

1.4.1.4 Principaux modes de fonctionnement 13

1.4.2 Techniques de contrôle des pulsations de couple 13

1.4.2.1 Contrôle par observateur 13

1.4.2.2 Contrôle harmonique par séries de Fourier 15

1.4.2.3 Contrôle par filtrage 17

1.4.2.4 Commande périodique en boucle ouverte 18

1.4.3 Limitations des travaux de recherches fait jusqu'à présent 18

1.5 Conclusion 19

Chapitre 2 Banc hybride **21**
2.1 Introduction . . . 22
2.2 Présentation du banc d'essais . . . 22
2.2.1 Analyse fonctionnelle du banc . . . 22
2.2.2 Moteur diesel . . . 24
2.2.2.1 Caractéristiques Générales . . . 24
2.2.2.2 Spécificités du mono-cylindre . . . 24
2.2.2.3 Systèmes déportés du moteur . . . 24
2.2.2.4 Turbocompresseur . . . 25
2.2.2.5 Système d'injection . . . 25
2.2.2.6 Description du calculateur moteur . . . 25
2.2.3 Machine de charge : . . . 26
2.2.3.1 Génératrice . . . 26
2.3 Cycle de fonctionnement du moteur diesel . . . 27
2.4 Banc simulateur . . . 29
2.4.1 Modélisation de la dynamique du moteur diesel . . . 30
2.4.2 Les couples de combustion et d'inertie du moteur thermique . . . 31
2.4.2.1 Relation entre θ_{th} et φ . . . 31
2.4.2.2 Calcul de la position x . . . 32
2.4.2.3 Calcul de la vitesse linéaire $\frac{dx}{dt}$ . . . 32
2.4.2.4 Calcul de l'accélération linéaire $\frac{d^2x}{dt^2}$ . . . 32
2.4.2.5 Le modèle mathématique des couples T_P et T_i . . . 33
2.4.3 Modélisation de la dynamique de la machine synchrone à aimants permanents . . . 33
2.5 Modélisation et identification des paramètres de la machine asynchrone de charge . . . 35
2.5.1 Principe . . . 35
2.5.2 Résultats expérimentaux . . . 35
2.6 Identification du système courroie-poulie . . . 38
2.7 Comparaison entre les résultats expérimentaux et de simulation . . . 39
2.8 Conclusion . . . 41

Chapitre 3 Stratégies de contrôle des pulsations de couple en se basant sur une approche fréquentielle **43**
3.1 Introduction . . . 44

3.2 Stratégie de contrôle 44
3.2.1 Première approche 45
3.2.1.1 Transformé de Hilbert 45
3.2.1.2 Signal à spectre étroit 47
3.2.1.3 Modèle après une transformation de Hilbert 52
3.2.1.4 Synthèse des PI multivariables 53
3.2.1.5 Résultats de simulation 57
3.2.2 Deuxième approche 58
3.2.2.1 Estimation du signal de vitesse par une décomposition harmonique 59
3.2.2.2 Modèle à représentation d'état 61
3.2.2.3 Synthèse des PI multivariables 64
3.2.2.4 Résultats expérimentaux 65
3.2.2.5 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz) 65
3.2.2.6 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz) 68
3.3 Conclusion 73

Chapitre 4 Stratégies de contrôle des pulsations de couple en se basant sur une approche temporelle 75
4.1 Introduction 76
4.2 Stratégie de contrôle 77
4.2.1 Modèle à représentation d'état 78
4.2.2 Régulation exacte en sortie 78
4.2.3 Synthèse du correcteur 83
4.2.3.1 Structure du correcteur pour la régulation asymptotique généralisée 86
4.2.3.2 Régulation asymptotique généralisée 87
4.3 Résultats et discussions 91
4.3.1 Résultats de simulation 92
4.3.1.1 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz) 92
4.3.1.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz) 95
4.3.2 Résultats expérimentaux 95
4.3.2.1 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz) 97

4.3.2.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz) 100
4.4 Conclusion 104

Chapitre 5 Stratégie de contrôle temps réel des pulsations de couple par une approche LPV **105**
5.1 Introduction 106
5.2 Définitions 106
5.2.1 Modèles linéaires à paramètres variables 106
5.2.2 S-procédure et synthèse LPV 107
5.3 Formulation du problème dans un référentiel tournant 110
5.4 Synthèse du correcteur dans un référentiel tournant 112
5.4.1 Formulation 112
5.4.2 Synthèse du contrôleur LPV 115
5.5 Formulation du problème en modèle interne 117
5.6 Synthèse du correcteur en modèle interne 121
5.6.1 Formulation 122
5.6.2 Synthèse du contrôleur LPV 124
5.6.3 Résultats de simulation 128
5.6.3.1 Résultats pour le premier harmonique 128
5.6.3.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques 130
5.7 Conclusion 138

Conclusion générale **139**

Bibliographie **143**

Table des figures

1.1 Architecture générale 10
1.2 Architecture parallèle 11
1.3 Architecture hybride série 12
1.4 Architecture hybride série-parallèle 12
1.5 Un observateur de couple qui est basé sur la topologie de l'observateur de Luenberger 14
1.6 Un observateur de couple qui est basé sur la topologie de l'observateur de Luenberger amélioré 15
1.7 Schéma de contrôle par apprentissage des oscillations de la vitesse . . . 16
1.8 Schéma de l'estimation et de la compensation du couple 18
1.9 Comparaison entre le couple du moteur à combustion interne et le couple arbitraire fourni par la machine électrique 19

2.1 Banc hybride 23
2.2 Capteurs utiles pour le calculateur moteur 26
2.3 Capteurs 26
2.4 Machine asynchrone 27
2.5 Analyse de signal de vitesse du moteur diesel $\omega_{th} = (94.2rad/s)$ versus θ_{th} 28
2.6 La vitesse linéaire du piston pour $\omega_{th} = 94,2rad/s$ 29
2.7 Schéma global du simulateur du banc hybride 30
2.8 Le motopropulseur hybride 30
2.9 Une géométrie simplifiée de l'ensemble du système bielle-manivelle . . . 31
2.10 Schéma d'identification de la machine asynchrone 36
2.11 Tension statorique v_a et son spectre 36
2.12 Tensions et courants statoriques filtrées 37
2.13 Couple estimé et son spectre pour différentes valeurs de PMI 37
2.14 Banc utilisé pour l'identification des paramètres de la courroie 38
2.15 La vitesse de la machine synchrone à partir du simulateur (trait plein), La vitesse de la machine synchrone à partir du banc expérimental (trait pointillé) 39
2.16 La vitesse du moteur diesel à partir du simulateur (trait plein), La vitesse de du moteur diesel à partir du banc expérimental (trait pointillé) . . . 40
2.17 Le couple du moteur diesel à partir du simulateur (trait plein), Le couple du moteur diesel à partir du banc expérimental (trait pointillé) 40

3.1 Vitesse du moteur thermique (rad/s) 45
3.2 FFT de la vitesse du moteur thermique (rad/s) sans contrôle actif . . . 46
3.3 Boucle de contrôle 46
3.4 Différentes représentations d'une sinusoïde 48
3.5 Calcul des composantes de Rice 49
3.6 Calcul du signal réel $x(t)$ à partir des composantes de Rice 50
3.7 Calcul pratique des composantes de Rice 51
3.8 Réponse avec le contrôle actif de couple 58
3.9 FFT de la vitesse du moteur thermique 59
3.10 L'analyse fréquentielle du signal de vitesse mesuré (trait plein), l'analyse fréquentielle du signal de vitesse estimé (points) 60
3.11 Le signal de vitesse mesuré du moteur diesel (trait plein), Le signal de vitesse estimé du moteur diesel (points) 61
3.12 Boucle de contrôle 62
3.13 Vitesse du moteur thermique avec [0 24.5s] et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 66
3.14 FFT de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 67
3.15 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 67
3.16 Couple fourni par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ . . . 68
3.17 Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 69
3.18 Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 69
3.19 Vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 70
3.20 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 71
3.21 Couple fourni par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ . . . 71
3.22 Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 72
3.23 Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$ 72
3.24 Variation de la vitesse du moteur thermique avec est sans contrôle . . 73

4.1 Boucle de contrôle 77
4.2 Structure générale 79
4.3 Schéma de contrôle 84
4.4 Correcteur garantissant la régulation asymptotique généralisée 87
4.5 Diagramme de bode du correcteur dynamique pour annuler le premier harmonique à la fréquence $7.5Hz$ 91
4.6 Diagramme de Bode du correcteur dynamique pour annuler les trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ 93
4.7 Réponse de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif du couple 93

4.8 Agrandissement de la réponse en vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif du couple 94
4.9 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) 94
4.10 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif de couple 95
4.11 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif de couple 96
4.12 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) 96
4.13 Vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 97
4.14 FFT de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 98
4.15 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 98
4.16 Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 99
4.17 Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 99
4.18 Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 100
4.19 Vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 101
4.20 Un zoom sur la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 101
4.21 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 102
4.22 Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 102
4.23 Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 103
4.24 Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 103

5.1 Représentation LFT 109
5.2 Correcteur garantissant la régulation asymptotique 120
5.3 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif . 129
5.4 FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle 129
5.5 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle 130
5.6 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif . 131
5.7 FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle 131
5.8 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle 132
5.9 Le couple fourni par la machine synchrone 132
5.10 Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 133
5.11 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif . 133
5.12 FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle 134
5.13 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle 135
5.14 Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif . 135
5.15 FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle 136
5.16 FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle 136

5.17 Le couple fourni par la machine synchrone 137
5.18 Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$ 137

Liste des tableaux

2.1 Paramètres du moteur thermique utilisés pour la simulation 33
2.2 Paramètres de la MSAP utilisés pour la simulation 34

Notations et abréviation

Notations	:
$\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$	: les ensembles des nombres réels et complexes
$\mathbb{R}^n$	: l'espace des vecteurs réels de dimension n
$\mathbb{R}^{n\times n_u}$	: l'ensemble des matrices réelles de dimension $n \times n_u$
j	: unité imaginaire
I_n	: la matrice identité d'ordre n
I	: la matrice identité d'ordre approprié
$\mathbb{O}_{n\times n_u}$	: la matrice carrée nulle de dimension $n \times n_u$
0	: zéro ou toute matrice nulle de dimension appropriée
A^T	: la matrice transposée de A
A^{-1}	: l'inverse de la matrice A
$Sym\{A\} = A + A^T$	: la somme entre la matrice A et sa transposée A^T
$ker(\Delta)$	: noyau du sous-espace engendré par les colonnes de Δ
$\|.\|$	: la norme d'un vecteur ou la norme d'une matrice
$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$	: la dérive de x en fonction du temps
φ	: angle de rotation de la bielle par rapport à l'axe OA
λ	: le flux de liaison établi par le rotor de la machine synchrone
ω_a	: la vitesse de rotation de la machine asynchrone dans le référentiel de park
ω_0	: la pulsation propre
θ_{th}	: la position du vilebrequin
θ_{el}	: la position du rotor de la machine synchrone
ω_{th}	: la position et la vitesse du vilebrequin
ω_{el}	: la vitesse du rotor de la machine synchrone
η	: le nombre d'harmoniques à contrôler
τ_e	: la constante de temps
c	: le coefficient d'amortissement de la courroie
d	: diamètre du piston
i_d et i_q	: les transformées de Park des courants rotoriques de la machine synchrone
i_{qref}	: le courant de référence dans l'axe q de référentiel de park
i_{ds} et i_{qs}	: les transformées de Park des courants statoriques de la machine asynchrone
i_{dr} et i_{qr}	: les transformées de Park des courants rotoriques de la machine asynchrone
J_1	: le moment d'inertie du volant d'inertie
J_2	: le moment d'inertie de la machine synchrone
k	: la raideur de la courroie
l	: la longueur de la bielle
L_d et L_q	: les transformées de Park des inductances statoriques

l_s	: l'inductance statorique de la machine asynchrone
l_r	: l'inductance rotorique de la machine asynchrone
m_a	: masse de la bielle
m_p	: masse du piston
m_{crank}	: masse du vilebrequin
n	: le rapport de réduction de la courroie
N	: nombre d'harmoniques estimés
p	: le nombre de paires de pôles
p_a	: le nombre de paires de pôles de la machine asynchrone
P_r	: la poussée du fluide sur le piston
r	: le rayon de la manivelle
r_s	: la résistance statorique de la machine asynchrone
T_i	: le couple d'inertie
T_l	: le couple électromagnétique de la machine asynchrone
T_m	: le couple électromagnétique de la machine synchrone
T_p	: le couple de combustion du moteur thermique
u_{ds} et u_{qs}	: les transformées de Park des tensions statoriques de la machine asynchrone
v_d et v_q	: les transformées de Park des tensions statoriques de la machine synchrone
$x_a(t)$	: le signal analytique

Abréviations :

PI	: proportionnel intégral
VEH	: véhicule électrique hybride
PMB	: point mort bas
PMH	: point mort haut
PMI	: pression moyenne indicative
MSAP	: machine synchrone à aimants permanents
MAS	: machine asynchrone
LTI	: linear time-invariant (linéaire invariant dans le temps)
LMI	: linear matrix inequality (inégalité matricielle linéaire)
BMI	: bilinear matrix inequality (inégalité matricielle bilinéaire)
LFT	: linear fractional transform (transformation fractionnaire linéaire)
LPV	: linéaire à paramètres variables

Introduction générale

Contexte

Le développement des véhicules à moteur à combustion interne est qualifié parmi les meilleures réalisations de la technologie moderne. Le nombre de véhicules mis en circulation n'a cessé de croître parallèlement à la consommation d'énergie fossile, engendrant l'épuisement des ressources conventionnelles, la pollution de l'environnement et le réchauffement planétaire, conséquence des émissions de gaz à effet de serre (CO_2) et de polluants (NO_x). Pour mémoire, le transport terrestre représente 19% des émissions de CO_2 dans le monde. Pour répondre aux préocupations environnementales et face à l'augmentation du prix de pétrole, il est devenu nécessaire de réviser les réglementations sur les émissions et de trouver des alternatives. Pour cela, de nouvelles normes et des exigences très strictes sont imposées aux constructeurs automobiles comme en témoignent les contraintes considérables qui existent au niveau des normes en matière de gaz d'émissions et d'échappement. Actuellement, la préocupation principale des motoristes est d'augmenter le rendement global du moteur tout en réduisant les émissions de polluants. Dans ce contexte, la prise de conscience de l'enjeu environnemental vital pour les générations qui vont nous succéder devient la priorité de chaque pays et l'une des grandes préoccupations des chercheurs.

Ces dernières années, nous observons un intérêt croissant pour l'amélioration et le développement de la technologie des véhicules hybrides, plus particulièrement les hybrides électriques, dans le but de remplacer les véhicules conventionnels par des véhicules plus efficaces et plus propres. Le véhicule hybride offre la promesse d'une meilleure efficacité énergétique et génère des progrès importants sur les plans écologique, sanitaire et sécuritaire. En effet, cette technologie permet de diminuer la consommation, réduisant ainsi les émissions de polluants, et d'assurer de bonnes performances telles que l'augmentation de la puissance et l'autonomie, point faible des véhicules tout électrique. Le marché européen s'étant orienté ces dernières décennies vers le diesel, certains constructeurs automobiles tels que Daimler Chrysler et PSA Peugeot Citroën se sont engagés dans le développement de la technologie hybride diesel-électrique. C'est sur ce type de motorisation que nos travaux ont porté afin de garantir plus de confort pour les passagers en réduisant le bruit rayonné par le moteur thermique.

Problématique

Le moteur à combustion interne est la principale source de bruit dans un véhicule conventionnel. La minimisation du niveau sonore émis et rayonné dans l'habitacle constitue un sujet d'étude stratégique pour les constructeurs automobiles. Des efforts importants ont été fait sur la recherche de matériaux isolants, sur les plots de soutien du bloc moteur, sur les amortisseurs et sur le volant d'inertie monté sur l'axe du vilebrequin. Ces solutions passives présentent une grande efficacité face aux vibrations hautes fréquences mais atteignent leur limite en basse fréquence : la quantité de matière nécessaire à l'isolation accoustique d'un phénomène basse fréquence devient vite prohibitive pour un véhicule. Les solutions de contrôle actif de vibrations apparaissent alors prometteuses dans ce contexte. Cependant, un contrôle actif nécessite une source secondaire de vibration, ce qui suppose un actionneur et une source d'énergie. Ces contraintes ont longtemps freiné l'introduction de technologies actives dans l'automobile. Sur une motorisation hybride diesel/électrique, le moteur électrique peut être utilisé comme source secondaire de vibration pour contrer les pulsations de couple du moteur thermique tout en assurant conjointement la propulsion du véhicule. Plus globalement, cette approche peut servir à réguler l'acyclisme du moteur diesel, et plus particulièrement pour des motorisations déséquilibrées présentant un nombre impair de cylindres.

Objectif

L'objectif de ce travail est de proposer des nouvelles stratégies de commande pour atténuer les pulsations de couple d'une motorisation hybride diesel/électrique.

Sur un moteur diesel, les pulsations de couple sont quasi-périodiques pour une vitesse de rotation donnée. Elles ont pour origine l'explosion dans la chambre de combustion et le mouvement oscillatoire des pièces mécaniques propre au système bielle-manivelle. La mise en place d'un contrôle actif nécessite une mesure du phénomène vibratoire, idéalement le couple pulsatoire. Il n'existe pas de capteur de couple instantané et sa reconstruction par un observateur nécessite une connaissance précise du système bielle-manivelle-piston-cylindre. Ce système est le siège de phénomènes physiques très complexes et difficilement modélisables. A l'inverse, il est aisé de mesurer la vitesse de rotation avec une grande précision. Les pulsations de couple se retrouvent aux amplitudes près sous forme de pulsations de vitesse. C'est pourquoi nous utiliserons la vitesse de rotation du vilebrequin décomposée sur ses principaux harmoniques comme mesure du phénomène vibratoire.

Nous présenterons deux stratégies de commande à vitesse fixe et variable pour atténuer les pulsations de couple. La première approche est basée sur une projection du modèle d'état dans un référentiel tournant à la fréquence de l'harmonique à rejeter. Cette modélisation particulière conduit à considérer une pulsation harmonique comme un signal exogène constant. La présence d'un degré d'intégration dans le correcteur

couplé à un critère H_∞ permet de rejeter cette perturbation par un retour de sortie dynamique. La deuxième approche est basée sur la commande par modèle interne telle qu'elle a été définie par Francis et Wonham [FW75]. Le correcteur possède une copie du modèle de la perturbation exogène. C'est un problème de rejet de perturbation persistante et de suivi de consigne. La synthèse du retour de sortie dynamique s'inspire des travaux récents de Scherer et Köroglu [KS08a, KS08c, KS09]. Nous adapterons ces deux approches de commande pour des vitesses variables. Dans ce cas, les modèles des systèmes et les correcteurs sont à paramètres variant (Linear Parameter Varying). Nous présenterons une technique de synthèse basée sur la S-procédure et les multiplieurs de rang plein pour résoudre le problème du retour de sortie.

Ces stratégies seront appliquées à un banc d'essais expérimental constitué d'un monocylindre diesel couplé à une machine synchrone à aimants permanents.

Organisation du mémoire

Le mémoire est structuré en cinq chapitres :

Le premier chapitre présente le principe du contrôle actif de vibration d'une manière générale. Après une brève présentation des méthodes passives et de leurs limitations, nous aborderons les approches actives et la notion de source secondaire. Puis nous évoquerons plus spécifiquement le contrôle de pulsations de couple pour un moteur hybride diesel/électrique, après une présentation succincte des différentes architectures hybrides. Un état de l'art des techniques de contrôle actif pour les véhicules hybrides sera dressé.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation et à l'étude du banc d'essais hybride expérimental de l'Université de Poitiers sur lequel seront testées les commandes. La configuration de ce banc est similaire à celle d'un véhicule hybride diesel/électrique parallèle. Un modèle du banc sera proposé pour développer un simulateur. Une étude comparative entre les résultats de simulation et les mesures expérimentales sera présentée.

Le troisième chapitre aborde une stratégie de commande des pulsations de couple basée sur une projection du modèle d'état dans un référentiel tournant à la fréquence de l'harmonique à rejeter. Pour chaque harmonique, un correcteur multivariable de type Proportionnel-Intégral est calculé par une approche H_∞. Une méthode originale de décomposition harmonique du signal de vitesse, basée sur un estimateur, permet de construire le signal de référence désiré. Des résultats de simulation et expérimentaux montrent l'efficacité de cette stratégie de commande.

Le quatrième chapitre est dédié au développement d'une commande par modèle interne. Une copie de l'exosystème générant la perturbation est introduite dans le correcteur. Une transformation d'état, basée sur la solution d'une équation de Sylvester, conduit à un système équivalent dans lequel la perturbation n'apparaît plus explicite-

ment. La loi de commande par retour de sortie dynamique est calculée sur ce dernier système en résolvant une série d'inégalités matricielles linéaires. Là encore, des résultats expérimentaux prouvent la validité de cette approche.

Le dernier chapitre propose des solutions pour adapter ces commandes à une vitesse de rotation du vilebrequin variable. Les modèles et les correcteurs sont alors à paramètres variant (LPV). Deux synthèses sont proposées pour le retour de sortie dynamique, dans le cas de la stabilité quadratique et pour un indice de performance de type H_∞, basées sur une application de la S-procédure et des multiplieurs de rang plein.

1

Analyse bibliographique

1.1 Introduction

Durant ces dernières années, la raréfaction annoncée des carburants fossibles et leur impact sur le réchauffement climatique ont conduit au développement de véhicules de plus en plus propres et respectueux de l'environnement. Entre autre, le développement des véhicules hybrides électriques est devenu un des grands challenges de l'industrie automobile. Ce virage technologique engendre des coûts importants pour les constructeurs automobiles, qui se répercutent sur le prix de vente. Pour rester attractifs, les véhicules hybrides se doivent d'offrir des prestations de haut niveau en termes de confort et d'agrément de conduite. Dans ce contexte, le contrôle des vibrations engendrées par le moteur thermique reste une des préocupations des motoristes lors du développement de la technologie hybride.

Dans ce contexte, le développement d'un système d'anti-vibration utilisant l'actionneur électrique peut apporter une solution à faible coût à ce problème. Dans un moteur à combustion interne conventionnel, le phénomène périodique d'explosion dans la chambre de combustion et les oscillations des masses en mouvement génèrent des pulsations de couple sur l'arbre moteur. Celles-ci affectent le cycle de vie du groupe propulseur, réduisent le confort et entraînent une augmentation des bruits. Dans cette étude, notre préoccupation consiste à atténuer les vibrations provenant des pulsations du couple du moteur propulseur hybride diesel-électrique par le développement de nouvelles stratégies de commande.

L'objet de ce chapitre est de présenter d'une manière générale le principe du contrôle actif de vibration. Nous présenterons ensuite plus particulièrement le phénomène de vibrations lié à un moteur à combustion interne et les techniques de contrôle de ces pulsations de couple. Puis, après une brève présentation des technologies hybrides, nous dresserons un état de l'art sur les techniques de contrôle des pulsations de couple dans un groupe propulseur hybride parallèle.

1.2 Le contrôle actif de vibration

Le contrôle des vibrations est un enjeu majeur dans les applications industrielles comme le témoigne une littérature abondante. Le contrôle passif reste la solution privilégiée dans la plupart des cas. Néanmoins ce type de contrôle est limité à l'atténuation des vibrations hautes fréquences. Pour les basses fréquences, l'isolation vibratoire nécessite des investissements en matière absorbante trop élevés en regard des avantages attendus. Ainsi le contrôle des vibrations basses fréquences a traditionnellement été réputé difficile et coûteux. Le contrôle actif de vibrations est apparu comme la solution la plus adaptée et la plus efficace dans ce cas. Les premières études remontent au début des années trente [HS97]. Paul Lueg en 1932 a présenté un système à contrôle actif comme alternative au contrôle passif dans le domaine de l'acoustique basses fréquences. L'idée était d'utiliser une source contrôlée pour introduire une perturbation s'opposant à celle générée par le système principal. Cette idée a été relancée par Harry Olsen en 1950 [HS97] pour créer une zone calme autour d'un individu exposé à un champ sonore. Ces

approches de contrôle actif sont restées limitées à quelques applications industrielles. Le développement des méthodes de modélisation, des algorithmes de contrôle optimisés et l'apparition de systèmes de calcul sophistiqués alliés à des moyens électroniques puissants de traitement du signal (microprocesseur, carte DSP, etc ...) aptes à commander le système en temps réel permettent actuellement d'envisager des solutions efficaces de contrôle actif.

Pour une description plus approfondie du contrôle actif, le lecteur peut se reporter à de nombreux ouvrages écrits sur le sujet (par exemple [HS97, TVT02]).

1.2.1 Le principe du contrôle actif

Le contrôle actif des vibrations est basé sur l'utilisation de sources d'énergies extérieures secondaires, autre que la source principale de vibration. Ce type de contrôle est plus performant que le contrôle passif. Il présente généralement une bande passante plus importante et peut assurer un contrôle multimodal. Le contrôle actif interfère d'une manière destructive sur le signal issu d'une source nuisible, considérée comme la source principale des vibrations, avec un signal généré par une source de contrôle considérée comme la source secondaire.

L'étude du phénomène vibratoire qui apparaît dans un système, ces effets indésirables et la solution à mettre en œuvre pour le limiter restent des priorités dans plusieurs domaines industriels. La mise en place d'un contrôle des vibrations n'est en général pas trivial et dépend fortement de l'architecture du système à contrôler. L'industrie automobile a pris depuis longtemps conscience de l'intérêt de ce type de contrôle, que ce soit en acoustique pour la réduction des nuisances sonores ou pour le développement d'amortisseurs plus performants. Jusqu'à présent, les systèmes de réduction de bruit étaient essentiellement situés dans l'habitacle. Il existe également des systèmes de plots actifs pour atténuer les vibrations transmises à la caisse par le moteur. Mais il n'existe pas de système actif agissant à la source, c'est à dire directement sur le moteur, faute d'actionneur adapté.

Dans les véhicules hybrides électriques, le contrôle actif des vibrations dues aux pulsations de couple du moteur à combustion interne est devenu plus accessible du fait de la présence de facto d'un actionneur secondaire. L'idée de base que nous retenons ici pour assurer le contrôle actif des vibrations est d'utiliser le moteur électrique comme source secondaire en créant une contre-vibration en opposition de phase avec celle générée par le moteur thermique. Nous présenterons dans ce mémoire des nouvelles stratégies de commande en contrôle actif, en régimes constant et variable, afin de contrôler les pulsations de couple. Ce contrôle apparaît comme un complément prometteur des techniques de contrôle passif des vibrations.

1.3 Présentation du contrôle des pulsations de couple du moteur à combustion interne

1.3.1 Vibrations liées au moteur à combustion interne

Le moteur à combustion interne génère un couple qui n'est pas constant pendant le cycle moteur (deux tours de vilebrequin) et a une forme périodique de fréquence moyenne proportionnelle à la vitesse de rotation du vilebrequin. Cette périodicité est due au phénomène répétitif du cycle moteur. La variation du couple est due essentiellement aux oscillations des masses en mouvement (les pistons, les bielles et le vilebrequin) et aux différentes étapes caractérisant un cycle moteur (admission, compression, détente et échappement). L'effort exercé sur les bielles du moteur est constamment variable et produit la pression résultante de compression. Cet effort est au maximum lors de la détente et décroît jusqu'a devenir nul à la fin de celle-ci.

Le couple du moteur à combustion interne est composé d'un couple de combustion dû au phénomène d'explosion dans la chambre de combustion et d'un couple d'inertie dû aux masses en mouvement oscillatoire. La forme du couple généré par la combustion dépend de la pression produite lors de la combustion et non de la vitesse de rotation. A l'inverse, le couple d'inertie est proportionnel au carré de la vitesse de rotation du moteur thermique et ne dépend pas de la pression dans la chambre. Il s'ensuit qu'à bas régime, les pulsations du couple de combustion seront prépondérantes sur les pulsations dûes au couple inertiel. En régime stabilisé, le couple résultant est quasi-périodique sur un moteur diesel. Les quatre premiers harmoniques concentrent 90% de la puissance du couple oscillatoire et sont à l'origine des vibrations propagées dans la caisse. Ces pulsations de couple entraînent également une ondulation sur la vitesse angulaire du vilebrequin dont l'effet indésirable est transmis à l'habitacle du véhicule.

La solution technologique retenue pour atténuer les pulsations de couple est l'utilisation d'un volant d'inertie monté en bout de vilebrequin. Il s'agit d'une solution passive (l'inertie du volant est constante quelque soit le régime moteur) qui est un compromis entre la masse du volant (plus la masse est important et plus l'inertie est grande, permettant de mieux lisser les ondulations) et le coût énergétique (plus la masse est important et plus la consommation d'énergie est grande). La mise en place d'un contrôle actif sur les premiers harmoniques de couple permettrait de réduire la taille du volant d'inertie et d'agir plus efficacement sur les fréquences sélectionnées. Cette solution active est envisageable à faible coût sur une propulsion diesel/électrique en modifiant les lois de commande de l'actionneur électrique.

1.3.2 Solutions passives

Par définition, les solutions passives pour atténuer les vibrations générées par le moteur ne nécessitent aucun apport d'énergie extérieure. Ces solutions sont basées sur l'utilisation de matériaux absorbeurs et résultent d'un compromis entre leur masse/volume

et leur coût. Dans un véhicule à moteur à combustion, plusieurs solutions passives sont mises en œuvre :

- Pour atténuer les vibrations provenant des pulsations de couple du moteur thermique, les supports moteur possédant des propriétés amortissantes sont utilisés pour isoler les vibrations du châssis et empêcher le déplacement du moteur lors des changements de régime. Les constructeurs automobiles ont fait appel à des plots optimisés conçus à partir de matériaux visco-élastiques [RS01] comme le caoutchouc supportant le moteur pour améliorer l'isolation vibratoire et minimiser les déplacements du bloc moteur lors des accélérations et décélérations. Ces plots ont pour rôle d'adoucir les vibrations provenant du phénomène de combustion du moteur thermique, qui est l'une des principales sources de vibrations dans les véhicules. Ces supports de moteur présentent plusieurs qualités telles qu'un coût faible, une bonne fiabilité et un faible encombrement. Cependant la rigidité de ces matériaux tend à augmenter avec la fréquence d'excitation. D'où le choix d'un support moteur qui résulte d'un compromis entre la rigidité à basse fréquence et l'isolation des vibrations à haute fréquence.
- Tous les moteurs à combustion de type bielle-manivelle sont équipés d'un volant d'inertie et mettent en œuvre des solutions d'équilibrage de l'arbre par des masselottes
- Enfin, l'utilisation de matériaux absorbeurs dans l'habitacle limite la propagation des vibrations.

Actuellement, les objectifs de réduction de consommation de carburant amènent les constructeurs à alléger leur véhicule et plaident par conséquent en faveur de l'adoption de solutions actives peu gourmandes en énergie.

1.3.3 Solutions actives

Par définition, un contrôle actif utilise une source d'énergie externe dont le rôle est de contrer le phénomène vibratoire. Dans un véhicule, différentes solutions actives peuvent être mises en œuvre pour atténuer les vibrations :

- Au niveau des plots de soutien du bloc moteur [End05]
- Au niveau de l'échappement, en contrôlant les pulsations des gazs [Mic95]
- Au niveau de l'habitacle, par l'intermédiaire de sources sonores pour supprimer le bruit perçu par les passagers
- Au niveau des amortisseurs [MSO08, MRO09]

Toutes ces solutions nécessitent un actionneur additionnel et viennent en complément des solutions passives évoquées précédemment. En ce qui concerne le volant d'inertie, il n'existe pas de contrôle actif pour une motorisation conventionnelle faute d'actionneur suffisamment puissant en prise sur l'arbre de transmission (la puissance d'un alternateur classique est bien trop faible pour compenser efficacement les pulsations de couple).

Dans le cas d'une motorisation diesel/électrique, on dispose de facto d'un actionneur puissant, le moteur électrique qui vient en appoint de la propulsion. Par l'intermédiaire d'une commande appropriée, cet actionneur peut compenser partiellement ou totalement les pulsations de couple en jouant le rôle d'un volant à inertie variable [GJM97].

1.4 Véhicule hybride électrique

Par définition, un véhicule hybride dispose de plusieurs sources d'énergies distinctes qui peuvent être utilisées séparément ou simultanément pour sa propulsion. En fonction des besoins et du contexte, le système de gestion fait appel à ces sources d'énergie en puisant dans les batteries, les supercapacités, les panneaux photovoltaïques, la pile à combustible, les carburants fossiles, ... La solution commune actuellement retenue est l'alliance d'un moteur à combustion interne (source irréversible) et d'une batterie (source réversible) alimentant un moteur électrique comme le montre la figure 1.1. Le moteur électrique est utilisé pour améliorer l'efficacité de la propulsion, ce qui permet de réduire la puissance du moteur thermique. Le point faible de cette architecture est le système de stockage d'énergie électrique, qui est encombrant, peu performant et coûteux. C'est une des raisons pour lesquelles ces véhicules utilisent le freinage par récupération, permettant de récupérer une partie de l'énergie cinétique en rechargeant la batterie. Il est à noter que pour un véhicule traditionnel, cette énergie cinétique est convertie à perte en chaleur. La disponibilité de deux sources d'énergies permet des configurations différentes qui peuvent être classés en association parallèle, série ou série-parallèle. Ces architectures seront analysées par la suite.

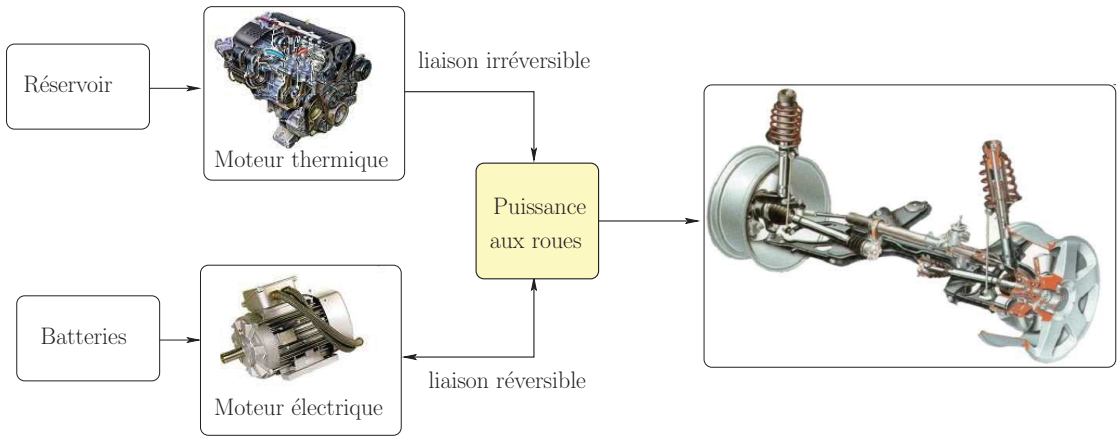


FIGURE 1.1 – Architecture générale

1.4.1 Architectures des groupes motopropulseurs hybrides électriques

La disponibilité de deux sources d'énergie et la manière de les combiner dans un véhicule hybride donnent naissance à différents types d'architectures et de configurations. Généralement, ces architectures sont classées en deux principales familles que sont l'architecture série et l'architecture parallèle. La combinaison de ces deux configurations est également utilisée, par exemple dans la Toyota Prius, donnant lieu à une hybridation de type série-parallèle . Ce qui différencie ces configurations tient à la nature de la liaison entre les sources d'énergie.

1.4.1.1 Architecture parallèle

Dans une architecture hybride parallèle (figure 1.2), le moteur à combustion interne est utilisé conjointement avec le moteur électrique pour générer le couple moteur, à l'origine de la force de propulsion du véhicule. Le principal avantage de cette architecture est l'amélioration des performances dynamiques grâce au couplage direct entre le moteur thermique, le moteur électrique et les roues. Cette architecture permet également à l'actionneur électrique d'agir sur les pulsations de couple du moteur thermique. L'inconvénient majeur de cette architecture tient à la plage de fonctionnement du moteur à combustion, qui reste identique à celle d'un véhicule traditionnel. Le moteur thermique ne peut pas avoir un fonctionnement optimum sur tous les points de régime, ce qui tend à réduire l'efficacité du groupe motopropulseur et à augmenter les émissions.

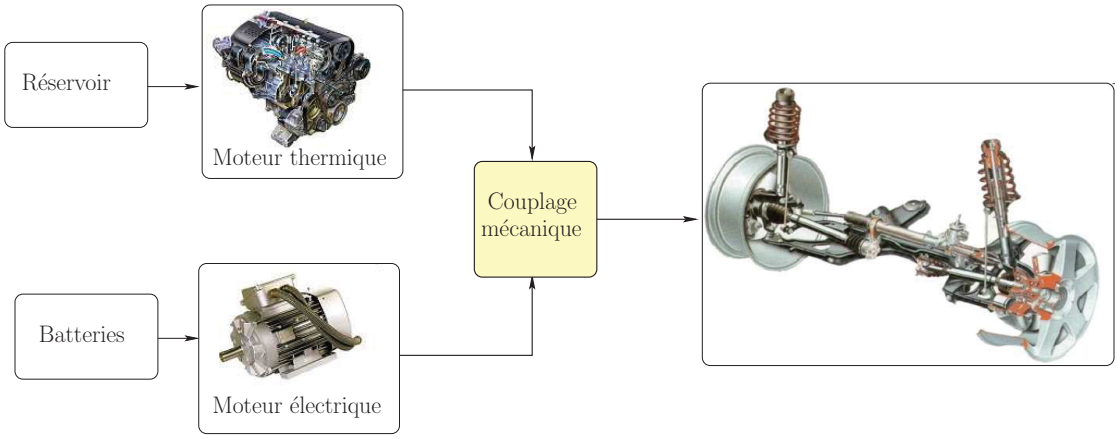


FIGURE 1.2 – Architecture parallèle

1.4.1.2 Architecture série

Dans une architecture série (figure 1.3), la propulsion est intégralement assurée par un moteur électrique. L'énergie mécanique du moteur à combustion interne est transformée en énergie électrique par l'intermédiaire d'une génératrice et est soit stockée dans la batterie, soit soutirée à la batterie pour propulser le véhicule. Il est à noter que dans cette configuration, il n'y a pas de pulsations de couple puisque c'est le moteur électrique qui assure seul la propulsion.

L'avantage de cette configuration est que le moteur thermique fonctionne toujours au même régime et peut donc être optimisé pour ce point à la conception. Un autre avantage porte sur la flexibilité de l'emplacement du groupe moteur-générateur. Cependant, cette architecture nécessite trois composants : le moteur à combustion interne, la génératrice et le moteur électrique. Le rendement et l'efficacité sont généralement faibles.

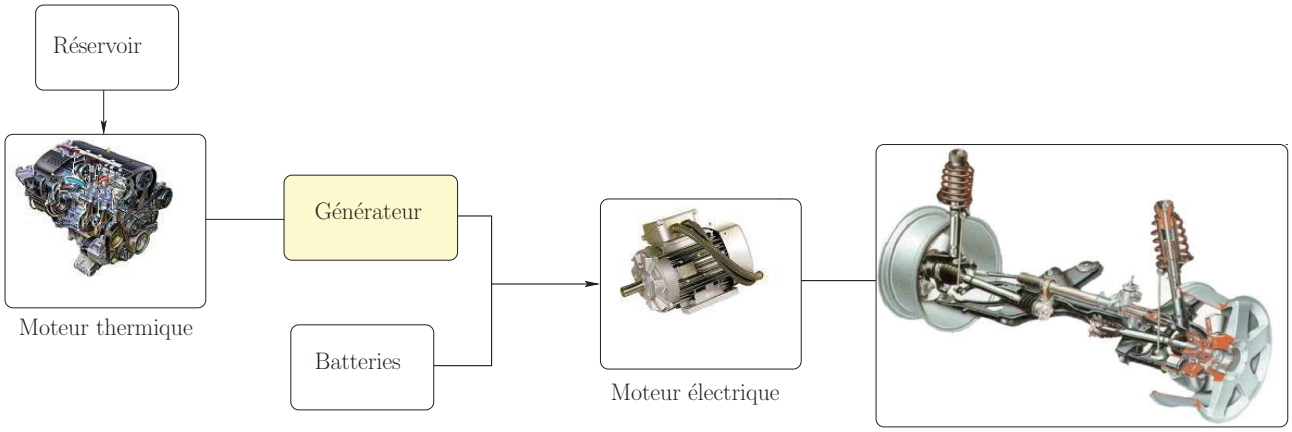


FIGURE 1.3 – Architecture hybride série

1.4.1.3 Architecture Série/Parallèle

Dans une architecture Série-Parallèle appelé aussi mixte (figure 1.4), le moteur thermique participe à la fois à la création du couple moteur et à la recharge des batteries électriques via un générateur. Ce dernier est indépendant d'une deuxième machine électrique utilisée comme moteur, en addition de couple, pour la traction du véhicule. Cette architecture permet à l'actionneur électrique de compenser les pulsations de couple du moteur thermique. Bien que possédant les caractéristiques avantageuses des deux véhicules hybride série et parallèle, les véhicules hybrides électriques série-parallèle sont relativement plus compliqués et coûteux.

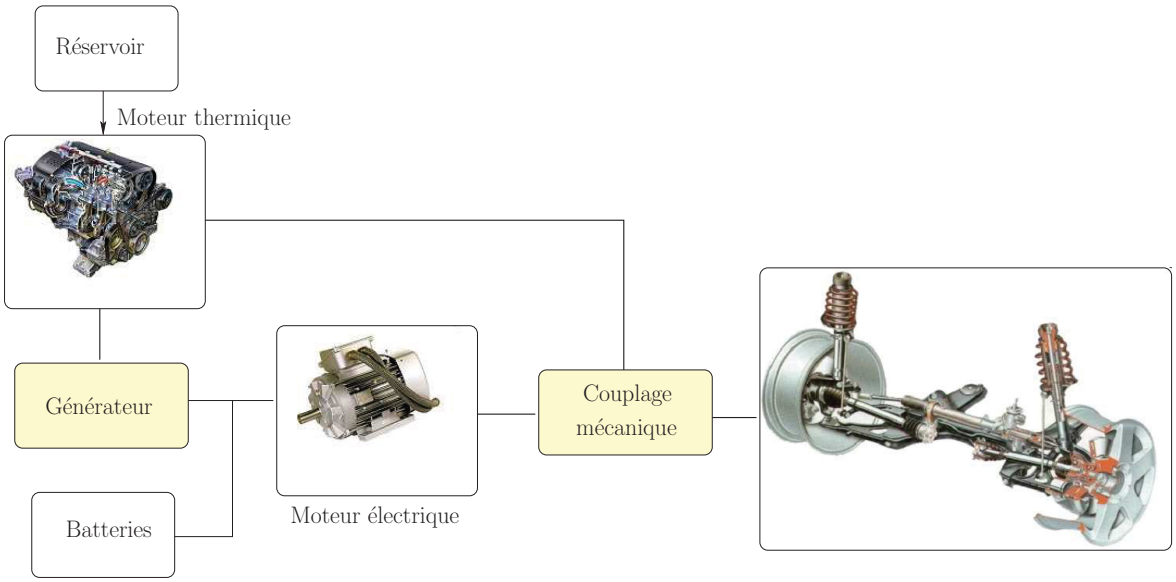


FIGURE 1.4 – Architecture hybride série-parallèle

1.4.1.4 Principaux modes de fonctionnement

Nous distinguons trois principaux modes de fonctionnement pour les véhicules hybrides disposant au moins de deux sources d'énergie pour assurer leur propulsion. Ces principaux modes peuvent être résumés par le mode thermique pur, le mode électrique pur et le mode hybride.

- le mode thermique pur correspond à une propulsion assurée par le moteur thermique et durant lequel le moteur électrique n'est pas utilisé. Ce mode peut être utilisé par exemple pour des raisons de rendement lors des longs trajets ou bien lorsque que la batterie est déchargée. Les performances en termes de consommation d'énergie et de la pollution de l'environnement sont similaires à celles d'un véhicule conventionnel.

- le mode électrique pur correspond à une propulsion assurée par le moteur électrique et durant lequel le moteur thermique est arrêté. Ce mode est bien adapté aux conditions urbaines dans la mesure où le véhicule ne consomme pas d'énergie en freinage ou à l'arrêt. Dans ce cas, les performances du véhicule sont similaires à celles d'un véhicule électrique propre sans émission atmosphérique et sans bruit. Ce mode pourra être activé durant quelques minutes tout au plus, le moteur thermique devant alors être réactivé pour ramener la batterie à un état de charge correct.

- le mode hybride, sur lequel nous mènerons notre étude par la suite, correspond à une propulsion assurée par les deux moteurs thermique et électrique. En traction, l'énergie nécessaire à la propulsion du véhicule peut être générée soit par les deux moteurs, soit par le moteur thermique seul. Le moteur électrique est utilisé pour recharger les batteries en roulant. En freinage, le moteur électrique convertit une partie de l'énergie cinétique du véhicule en énergie électrique stockée dans la batterie.

La technologie des machines électriques utilisées pour le groupe propulseur hybride est également un point important. Si la machine asynchrone a été présentie dans les premières études ([GJM97, BS99, DY05, DL03]), il semble que le choix se porte actuellement vers la machine synchrone à aimants permanents ([NUOK00, TCB06, SS06]) pour des raisons de fiabilité et d'efficacité (rapport puissance/masse avantageux).

1.4.2 Techniques de contrôle des pulsations de couple

Nous présentons dans cette partie un état de l'art des techniques de compensation de couple appliquées au véhicule hybride parallèle.

1.4.2.1 Contrôle par observateur

Il existe un certain nombre de travaux pour estimer le couple instantané d'un moteur diesel en fonction de la position du vilebrequin [DL03, CCM$^+$04, YSK05, HEL05].

L'objectif de ces travaux était d'améliorer le contrôle de la combustion et les algorithmes de transmission en disposant du couple instantané.

En se basant sur un modèle dynamique du système à contrôler, des observateurs d'état ont été développés et utilisés dans des algorithmes de contrôle. La stratégie consiste à estimer fidèlement le couple instantané par un observateur puis de générer un signal de référence dont les oscillations s'opposent à celles du couple moteur.

Cette technique a été utilisée pour contrôler les pulsations de couple d'un moteur diesel à injection indirecte en se basant sur le modèle dynamique flexible présenté par Davis [Dav99]. On peut également citer l'utilisation d'un alterno-démarreur générant un couple inverse aux pulsations de couple qui s'ajoutent au couple du vilebrequin. Pour développer cet observateur de couple [DL03], le moteur électrique et le moteur à combustion doivent avoir une représentation d'état. La topologie de l'observateur de couple est présentée sur la figure 1.5. Elle est basée sur un observateur de Luenberger modifié pour fournir une commande de référence telle que le moteur électrique génère sélectivement un couple d'interférences destructives sur le vilebrequin.

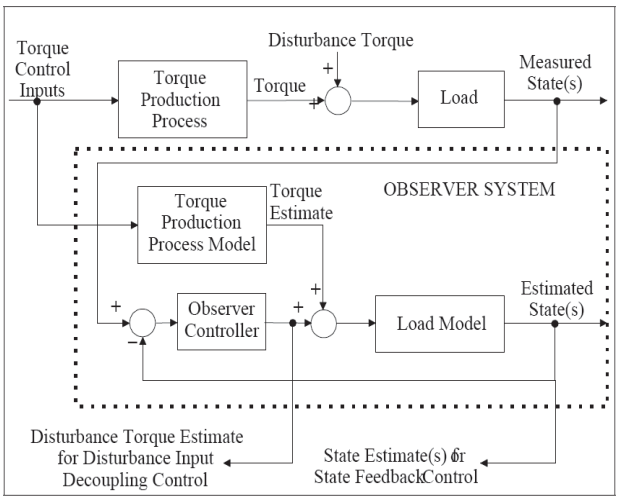


FIGURE 1.5 – Un observateur de couple qui est basé sur la topologie de l'observateur de Luenberger

L'observateur de couple proposé par [DL03] est présenté sur la figure 1.6.

Lorenz et Davis [LD02, LD04] ont déposé deux brevets sur le contrôle des pulsations de couple pour un véhicule hybride. Le principe est basé d'une part sur la modélisation de la mécanique du moteur thermique et de ses deux phénomènes de combustion et de frottement, et d'autre part sur l'utilisation d'un observateur qui comprend l'estimation de la vitesse, de la position et du couple du vilebrequin. Cependant, ces travaux ne précisent pas le type du moteur thermique utilisé et la plage de régime contrairement aux précisions données par Davis dans [DL03]. Dans ce dernier article, le moteur thermique

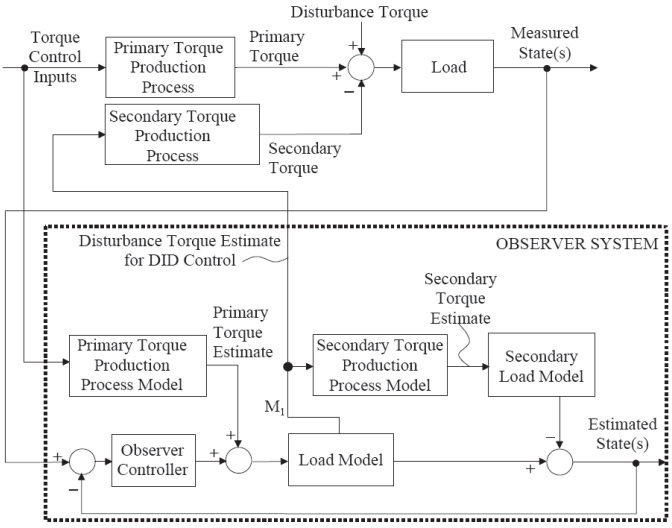


FIGURE 1.6 – Un observateur de couple qui est basé sur la topologie de l'observateur de Luenberger amélioré

est un moteur Ford 1.8l diesel de type quatre cylindres à injection indirecte dans des conditions à vide et en charge pour une plage de vitesse entre 850 et 2000tr/mn.

Le développement de ces observateurs est toujours basé sur une modélisation du moteur thermique. Il s'agit d'un système d'une grande complexité, qui est le siège de plusieurs phénomènes physiques. Il est fréquent de négliger dans ces modèles les phases d'admission, d'échappement et le frottement car leur modélisation est très délicate. Les erreurs de modélisation doivent être compensées par le correcteur, au détriment des performances [DL03][LD02].

1.4.2.2 Contrôle harmonique par séries de Fourier

Le caractère quasi-périodique du couple en régime stabilisé conduit naturellement à le représenter par un signal multi-sinusoïdal à bande étroite. Cette modélisation est bien adaptée au contrôle actif [NE92] et on peut trouver un certain nombre de travaux basés sur la décomposition du couple en série de Fourier.

Parmi ceci, on peut citer un algorithme de contrôle par apprentissage [YYN$^+$95, ZBS98]. Le couple du moteur est estimé à l'aide d'un terme d'apprentissage lui-même estimé à partir du cycle moteur précédent et de l'erreur entre le signal de vitesse mesuré et le signal de vitesse désiré de l'itération en cours. La boucle de contrôle par apprentissage est présentée sur le schéma de la figure 1.7.

C est le correcteur de rétroaction et L le correcteur d'apprentissage, P est le système à contrôler, ω et ω_d sont respectivement la vitesse mesurée et la vitesse désirée. T_e représente les composantes du couple du moteur. A chaque itération, l'opérateur d'apprentissage compare les signaux de vitesse mesurée et désirée et met à jour le terme d'apprentissage calculé à chaque rotation du vilebrequin lors d'un cycle moteur.

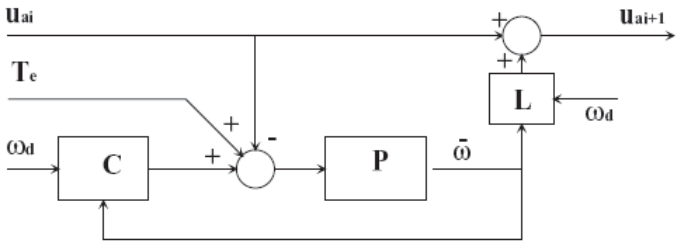


FIGURE 1.7 – Schéma de contrôle par apprentissage des oscillations de la vitesse

Les simulations montrent l'efficacité de l'algorithme de contrôle par apprentissage et sa robustesse par rapport aux variations des paramètres du système. Dans ce cas, la technique de commande peut être considérée comme générale puisqu'elle ne dépend pas du type du moteur utilisé. Elle permet le contrôle des pulsations de couple quelque soit le type du moteur mis en cause avec une connaissance a priori du nombre de cylindres de ce dernier. Toutefois, les effets de la dynamique de la machine thermique et le bruit du capteur de position du vilebrequin sur les performances de l'algorithme de contrôle par apprentissage doivent être évalués.

Toujours basé sur la décomposition du signal de vitesse en une série de Fourier, Micheau [MC05] propose un algorithme itératif adaptatif conçu pour minimiser un critère d'erreur quadratique. Cet algorithme mesure les coefficients de Fourier du signal de vitesse afin de les adapter au signal de commande. Le correcteur est calculé à partir de la norme de chacun des coefficients de Fourier pour chaque harmonique à contrôler.

Badreddine [BZJF04] et Zaremba [ZD00] proposent une stratégie de contrôle en utilisant un correcteur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) adaptatif. Les changements de régime, supposés lentement variables, sont pris en compte par l'adaptation des paramètres du correcteur PID en ligne. Un algorithme de contrôle détermine les paramètres PID en minimisant une fonction d'erreur obtenue en calculant les raies spectrales du signal de vitesse de rotation instantanée du moteur. Le but de cette stratégie est de diminuer au maximum l'amplitude des raies spectrales, pour obtenir un signal de vitesse instantanée le plus constant possible.

Une dernière stratégie de ce type s'appuie sur une commande par réseau de neurones pour l'identification de l'amplitude des coefficients de la décomposition en série de Fourier du couple instantané [BS99]. La transformation de Fourier fournit une représentation compacte d'un couple périodique $T_{eng}(\varphi)$ qui correspond aux pulsations du couple moteur en utilisant un ensemble spécifique de coefficients de Fourier réels et imaginaires $\theta_{A,k}$ et $\theta_{B,k}$ tels que

$$T_{eng} = \frac{\theta_{A,0}}{2} + \sum_{k=1}^{K}(\theta_{A,k}cos(k\varphi) + \theta_{B,k}sin(k\varphi))$$

Un réseau de neurones (Harmonic Activation Neural Network) est utilisé pour identifier cet ensemble de coefficients de Fourier. L'excitation de la machine électrique qui annulera les pulsations de couple est défini pour une suite de pulsations calculées dans la série de Fourier. Cette technique est supposée, par de constants réajustements, pouvoir compenser les pulsations de couple malgré les retards engendrés par la machine électrique et les changements causés par l'usure des pièces du groupe propulseur.

1.4.2.3 Contrôle par filtrage

Zaremba [Zar00, ZD00, YSK05, LS97] propose une technique de contrôle par filtrage pour annuler les pulsations de couple. Une première étape d'analyse du signal de vitesse permet de séparer la composante moyenne des composantes variables, qui sont ensuite filtrées par un filtre coupe-bande étroite (filtre notch) pour ne garder qu'un seul harmonique. Le filtre coupe-bande est caractérisé par sa fréquence de coupure déterminée en fonction de la vitesse de rotation moyenne du moteur thermique. L'algorithme de contrôle nécessite un ajustement de la phase pour compenser les retards de l'analyse.

Hyeoun-Dong Lee [LS97] propose une technique de contrôle actif en utilisant une machine asynchrone (figure 1.8). Tout d'abord des mesures du couple moyen $T_{eng-ave}$ du moteur thermique sont prises en mode hors-ligne pour différentes vitesses et accélérations. Ensuite la partie oscillante T_{e-rip} du couple est séparée du couple global par soustraction du couple référence T_{e-ref} ,qui est déterminé par un bloc de contrôle (hybrid system control) à partir T_{e-cal} et du couple moyen mesuré $T_{eng-ave}$. Le couple calculé T_{e-cal} est déterminé par un bloc d'estimation (Torque estimator). Enfin, la fréquence qui correspond à la partie oscillante du signal de vitesse est extraite par un filtre passe haut. La fréquence de coupure du filtre est suffisamment inférieure à la fréquence fondamentale des oscillations de la vitesse pour éviter l'avance de phase et la diminution de l'amplitude du signal global. Cependant, La valeur crête de T_{e-rip} du couple oscillant est environ deux fois plus grande que le couple nominal de la machine asynchrone. Il est donc impossible d'éliminer complètement les pulsations du couple.

Une étude récente [TCB06] propose une nouvelle technique de contrôle actif des pulsations de couple par l'utilisation d'un filtre électrique passif LC et d'une machine synchrone à aimants permanents. Pour ce dernier, un observateur a été utilisé pour la reconstruction du signal du couple à contrôler. Cette technique ne permet que le contrôle des pulsations dûes au couple d'inertie.

Pour conclure, le contrôle du couple par filtrage reste toujours limitée du fait du retard apporté par l'utilisation d'un filtre pénalisant le temps de réponse de la boucle fermée.

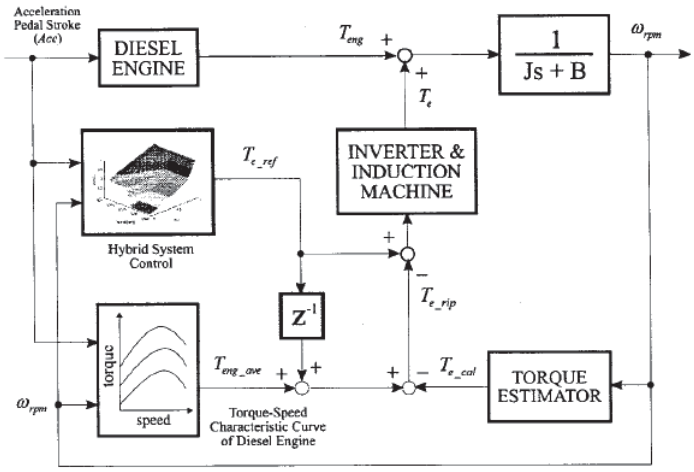


FIGURE 1.8 – Schéma de l'estimation et de la compensation du couple

1.4.2.4 Commande périodique en boucle ouverte

Dans la stratégie de contrôle proposée par Nakajima [NUOK00], l'actionneur, une machine synchrone à aimants permanents, fournit un couple qui s'oppose à celui généré par le moteur thermique. Pour cela, lors de chaque cycle moteur, la machine synchrone absorbe le couple de chaque cylindre du moteur thermique à la position Point Mort Haut (PMH) et fournit du couple emmagasiné entre deux PMH. Une étude a été faite pour déterminer la forme optimale du signal que doit générer la machine synchrone pour atténuer au mieux le couple du moteur. Des résultats ont montré qu'un signal rectangulaire était le plus efficace. L'amplitude du signal de couple généré par la machine synchrone est fixé au maximum. Par conséquent, la machine électrique doit être sous-dimensionnée car il est nécessaire de l'exciter à son maximum. Cette technique a permis de réduire les pulsations du couple, de minimiser les pertes d'énergie et de sous-dimensionner l'actionneur électrique utilisé. Cependant, le contrôle de la machine électrique est effectué en boucle ouverte.

1.4.3 Limitations des travaux de recherches fait jusqu'à présent

De ces différentes études, il ressort que l'utilisation d'un observateur ou d'un estimateur basé sur un modèle analytique du couple est très délicate. Les modèles de couple donnent seulement une idée sur le couple moyen et non sur le couple instantané à contrôler. En effet, le moteur à combustion est un système complexe dépendant de très nombreux paramètres non mesurables. Il est illusoire d'écrire un modèle du couple valable quel que soit le point de fonctionnement.

Par la suite, nous considérerons la vitesse comme une image du couple que nous traiterons comme un signal multi-sinusoïdal non-stationnaire.

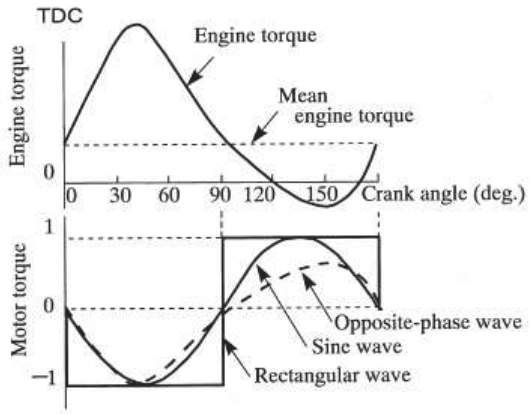


FIGURE 1.9 – Comparaison entre le couple du moteur à combustion interne et le couple arbitraire fourni par la machine électrique

1.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter une vue d'ensemble des techniques utilisées pour le contrôle des pulsations de couple générées par un moteur à combustion interne dans un groupe propulseur hybride.

Nous avons défini le principe général du contrôle actif de vibrations. Puis nous avons présenté les vibrations inhérentes au moteur à combustion interne comme une introduction au problème de contrôle des pulsations de couple d'un moteur thermique. De là, nous avons défini le véhicule hybride électrique, ses différentes architectures et ses différents modes de fonctionnement. Nous avons ensuite passé en revue les différentes stratégies d'atténuation de ces pulsations en dégageant les approches passives et actives. Un aperçu général sur les approches passives a été décrit et des solutions ont été présentées ainsi que leurs limitations. Nous nous sommes ensuite focalisés sur le volant d'inertie actif qui est une solution élégante de contrôle actif des pulsations de couple dans un environnement hybride. Finalement, nous avons classé les techniques de contrôle actif en quatre familles et donné leurs limitations : le contrôle par observateur, le contrôle harmonique par série de Fourier, le contrôle harmonique par filtrage et la commande périodique en boucle ouverte.

Le chapitre suivant est consacré à la présentation du banc moteur sur lequel nous validerons nos algorithmes de contrôle.

2

Banc hybride

L'Université de Poitiers dispose depuis 2008 d'un banc de recherche constitué d'un mono-cylindre diesel couplé à une machine synchrone à aimants permanents. Nous présentons dans ce chapitre les fonctionnalités de ce banc sur lequel les essais expérimentaux ont été réalisés. Un simulateur du banc a été élaboré à partir de la modélisation des deux moteurs et de leur accouplement.

2.1 Introduction

Les constructeurs automobiles ont depuis toujours eu recours aux prototypes et aux bancs d'essais afin d'améliorer les performances de leurs moteurs. Ces bancs d'essais servent à plusieurs objectifs, allant des tests d'endurance aux développements de nouvelles technologies. En fonction de leur finalité, les paramètres moteur et les conditionnements des fluides sont plus ou moins pilotables. Le banc de l'Université de Poitiers est un banc de recherche en ce sens que tous les fluides sont conditionnés et que l'ensemble des paramètres moteur sont configurables. Ce banc peut servir aux tests de nouveaux carburants, aux développements de technologies de post-traitement et à l'évaluation de nouvelles stratégies de commande dans le cadre d'une propulsion diesel/électrique. Il s'agit d'un banc statique. En ce sens, il ne permet pas d'étudier les aspects dynamiques.

Nous présentons dans ce chapitre une analyse fonctionnelle de ce banc et une modélisation des deux moteurs et de leur accouplement. Ce modèle servira de base pour l'élaboration d'un simulateur sur lequel seront testés les algorithmes de contrôle actif avant leur validations expérimentales.

2.2 Présentation du banc d'essais

2.2.1 Analyse fonctionnelle du banc

Nous présentons dans cette partie les différentes fonctions nécessaires à la mise en service du banc expérimental présenté sur la figure 2.1.

Le système est composé d'un moteur thermique et de deux machines électriques. Le moteur thermique est un mono-cylindre diesel Renault de type K9 dont le vilebrequin est relié par une courroie rigide avec un rapport de réduction de 2 à une machine synchrone à aimants permanents (MSAP). Cette dernière a été choisie pour sa faible inertie et sa dynamique importante sur la plage de fonctionnement du moteur thermique. Une machine asynchrone triphasé (MAS) est utilisée comme charge. La position du vilebrequin est mesurée avec un codeur incrémental placé sur l'arbre. La position de la machine synchrone est également mesurée.

Dans cette configuration, la machine de charge asservit la vitesse de rotation de l'ensemble. La machine thermique et la machine électrique synchrone ne sont là que pour délivrer du couple moteur et/ou de freinage.

Pour commander le procédé, nous disposons de logiciels spécifiques tels que *Horus* pour les aspects moteur et *Control Desk*, l'environnement Simulink de Matlab, pour tout ce qui concerne la machine synchrone. En plus des positions des deux arbres, les grandeurs électriques des deux machines électriques (courants et tensions) sont mesurées ainsi que la pression dans la chambre. Les algorithmes de contrôle actif sont appliqués au système par l'intermédiaire de l'environnement Matlab/simulink couplé à une carte de

FIGURE 2.1 – Banc hybride

contrôle dSPACE 1103. La machine synchrone est alimentée via un variateur relié au réseau triphasé (réseau EDF). La machine synchrone est commandée en couple par sa référence de courant $I_{q_{ref}}$. Le contrôle de la machine de charge est effectué par le biais du logiciel *Horus*.

2.2.2 Moteur diesel

2.2.2.1 Caractéristiques Générales

Le mono-cylindre diesel RENAULT dispose de 4 soupapes et deux arbres à cames en tête, d'une rampe d'injection haute pression (maximum de 1600 bars de série) et d'un turbocompresseur capable d'une suralimentation d'air à l'admission de 2,2 bar absolus. Pour mieux filtrer les à-coups de couple inhérents aux mono-cylindres, le volant moteur est surdimensionné et les arbres d'équilibrage ont été adaptés afin d'améliorer l'équilibre dynamique de l'ensemble.

2.2.2.2 Spécificités du mono-cylindre

La cylindrée unitaire est de 499 cm3 (Alésage x Course = 84 mm x 90 mm). Il s'agit d'un quart d'un moteur de 2 litres de cylindrée. Les performances obtenues par litre de cylindrée sont au minimum de 65 kW et de 190 Nm.

De nombreux composants sont spécifiques à ce bloc mono-cylindre : la culasse et les arbres à cames ont été raccourcis pour être adaptés au mono-cylindre, le cylindre et le vilebrequin sont fabriqués sur mesure. Enfin, un mono-cylindre 4 temps induit d'importants effets pulsatoires sur les lignes d'admission et d'échappement. Pour atténuer ce phénomène et effectuer des mesures stables, des réservoirs tampons ont été ajoutés sur les lignes.

2.2.2.3 Systèmes déportés du moteur

Pour mieux étudier les phénomènes physiques dans le moteur, toutes les fonctions pouvant perturber les mesures (pompe à eau, pompe à gasoil, turbocompresseur) ont été déportées. Le banc a été conçu afin de pouvoir faire varier les caractéristiques d'alimentation :

- alimentation en air comburant (réglage de la pression et de la température),
- alimentation en carburant (réglage de la pression et de la température),
- recirculation des gazs d'échappement (réglage du débit et de la température à l'admission),
- circulation de l'eau de refroidissement (réglage de la température),
- circulation de l'huile de lubrification (réglage de la pression et de la température).

Le fonctionnement des systèmes déportés du moteur reste le même que sur un moteur de série, à ceci près que tous les paramètres de la combustion sont contrôlés et déter-

minés par l'opérateur.

2.2.2.4 Turbocompresseur

Le mono-cylindre ne comporte pas de turbocompresseur dépendant du régime moteur et de l'énergie fournie par les gazs d'échappement (la géométrie liée au moteur 4 cylindres de série comporte une turbine à l'échappement et un compresseur à l'admission).

De ce fait, il est nécessaire de développer une fonction équivalente permettant de régler avec précision la pression et la température de l'air d'admission. Cette fonction est réalisée par la ligne d'admission en air comburant.

Pour se rapprocher d'un fonctionnement moteur de série, une vanne contre pression turbo est placée sur la ligne d'échappement pour simuler les pertes de charges créées par la turbine lors de la suralimentation. De type papillon, cette vanne est commandée par air comprimé et régulée depuis le logiciel *Horus*.

2.2.2.5 Système d'injection

La mise en température et en pression du carburant s'effectue en amont. La pompe à gazole haute pression à débit variable (300-1600 bar) est identique à celle d'un moteur de série. Le débit et la pression du carburant injecté sont régulés par le calculateur moteur émulable, par le biais du logiciel *Incas*. La pompe à gazole est entraînée par un moteur électrique asynchrone fonctionnant à vitesse constante de $1000 tr/min$.

Le rail commun est une technologie permettant d'alimenter les injecteurs en carburant à très haute pression. Son volume intérieur (réservoir tampon) permet de compenser les diminutions de pression lors des injections et de réduire ces effets pulsatoires. L'injecteur haute pression est de type piézo-électrique. La levée d'aiguille se réalise grâce à un débit de fuite créé par un pointeau électromagnétique, ce qui augmente la différence de pression (1600 bar - 200 bar max) et permet une levée d'aiguille rapide.

2.2.2.6 Description du calculateur moteur

Il est possible de commander le moteur grâce à un calculateur émulable, ce dernier étant contrôlé par le logiciel *Incas*. Il permet de contrôler :

- la pression d'injection à partir du capteur de pression de régulation et de l'actionneur (ils sont placés à chaque extrémité de la rampe) ;
- la quantité de carburant à porter à haute pression dans la rampe par l'actionneur sur la pompe haute pression (en fonction du temps d'injection demandé - pompe à débit variable) ;
- les temps d'injection et les avances à l'injection (phasage) de l'injecteur (levée d'aiguille).

Commande électrique de l'injecteur

Capteur/régulateur de pression d'injection

Capteur/régulateur de débit de carburant

FIGURE 2.2 – Capteurs utiles pour le calculateur moteur

Le calculateur admet comme signal de référence la position du vilebrequin à partir du capteur à effet Hall situé sur le volant moteur comportant une cible de 60 - 2 dents (58X), ainsi que la position de l'arbre à cames par un capteur à effet Hall. Ces signaux permettent au calculateur de se situer par rapport au cycle de combustion.

Capteur de régime sur cible 58X

Capteur de position arbre à cames

FIGURE 2.3 – Capteurs

2.2.3 Machine de charge :

2.2.3.1 Génératrice

La machine de charge est un moteur asynchrone triphasé. Il est accouplé au moteur thermique sans réducteur. Ses caractéristiques techniques sont :

- Régime maximum de 7000 tr/min
- Puissance nominale de 47 kW

La génératrice est refroidie par air, par un circuit indépendant composé d'un moteur électrique, d'une hélice et d'un filtre.

Module de refroidissement
de la géneratrice par air

Machine de charge

FIGURE 2.4 – Machine asynchrone

2.3 Cycle de fonctionnement du moteur diesel

Le cycle de fonctionnement du moteur diesel se décompose en quatre phases. Le mouvement du piston est initié par la combustion (augmentation rapide du volume des gazs) d'un mélange de carburant et d'air (comburant) qui a lieu durant le temps moteur. C'est le seul temps produisant de l'énergie. Le piston se déplace pendant le démarrage grâce à une source d'énergie externe (souvent un démarreur ou lanceur : un moteur électrique est couplé temporairement au vilebrequin) jusqu'à ce qu'au moins un temps moteur produise une force capable d'assurer les trois autres phases avant le prochain temps moteur. Le moteur fonctionne dès lors seul et produit un couple sur son arbre de sortie.

Le phénomène d'explosion dans les moteurs à combustion interne est très complexe et le processus n'est que partiellement compris. L'analyse du signal de vitesse mesuré à partir du banc d'essais permet de mieux comprendre ce phénomène dans le but de développer un simulateur fiable.

En pratique, la fermeture et l'ouverture des soupapes au cours des deux phases d'admission et d'échappement ne sont pas instantanées, d'où la nécessité de régler un temps d'avance ou de retard par rapport au point mort bas (PMB) et au point mort haut (PMH) au cours de ces deux cycles.

La figure (2.5) présente la forme du signal de vitesse durant un cycle moteur. On note :

- AOE : Avance d'ouverture d'échappement par rapport au PMB1 (début échappement).
- AOA : Avance d'ouverture d'admission par rapport au PMH2 (début d'admis-

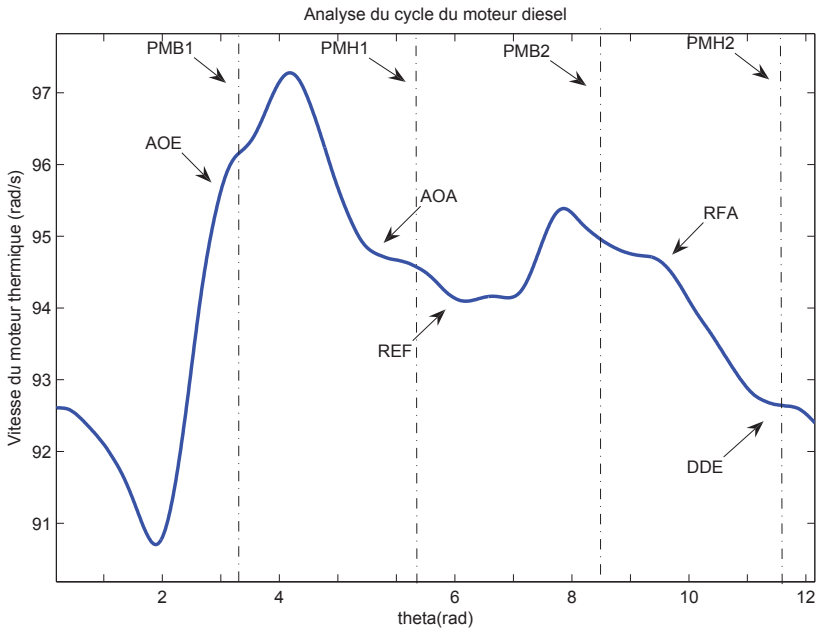


FIGURE 2.5 – Analyse de signal de vitesse du moteur diesel $\omega_{th} = (94.2 rad/s)$ versus θ_{th}

sion).

- REF : Retard de fermeture d'échappement par rapport au PMH2 (fin d'échappement).
- RFA : Retard à la fermeture d'admission par rapport au PMB2 (fin admission et début de la phase compression).
- DDE : Fin de la phase compression et début de la détente.
- AOE → REF : Phase d'échappement.
- AOA → REA : Phase d'admission.
- AOA → REF : Croisement entre les deux phases d'échappement et d'admission.
- REF → RFA : Correspond a une partie de la phase d'admission sans échappement (admission pure).
- RFA → DDE : Phase de compression.
- DDE → AOE : Phase de détente.

La figure (2.6) montre la forme de la vitesse linéaire du piston (vitesse suivant l'axe de translation du piston).

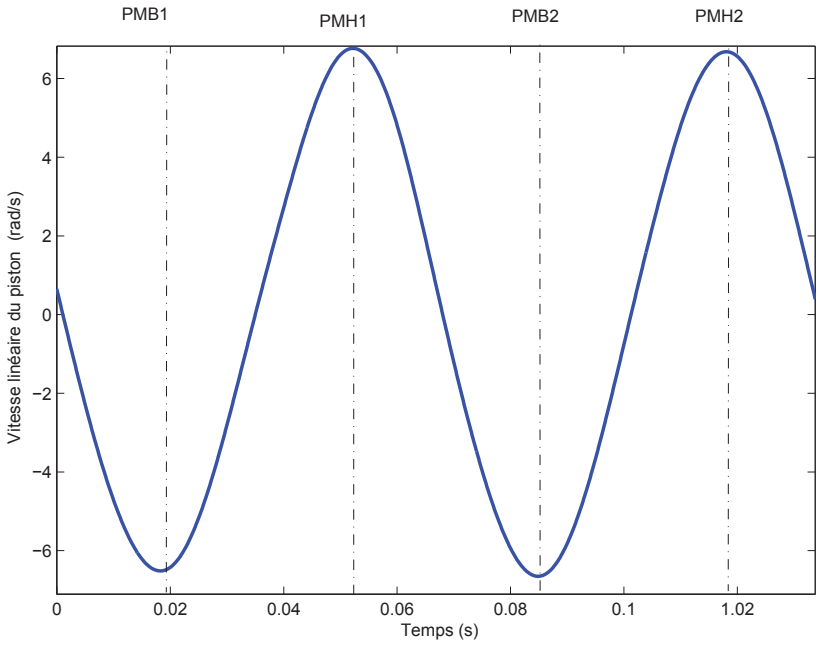


FIGURE 2.6 – La vitesse linéaire du piston pour $\omega_{th} = 94,2 rad/s$

En analysant la courbe d'évolution de la vitesse, on remarque la présence de plusieurs variations en fonction de la position du vilebrequin. Ces variations sont liées à différents phénomènes tels que le changement de sens de translation du piston dans le cylindre et la phase de fonctionnement du moteur. Ces variations sont une des causes des ondulations de couple.

La vitesse du moteur diminue après les phases d'échappement et d'admission et ce jusqu'à l'étape de compression, ce qui n'est pas le cas autour de PMB2. La variation autour du PMB2 est liée au mécanisme bielle-manivelle et s'explique par le changement de direction du mouvement du piston (ce changement est plus visible sur la vitesse linéaire) présenté sur la figure 2.6. Le changement de direction du signal de vitesse lors de l'étape de compression s'explique par l'explosion dans la chambre de combustion et le changement de direction du mouvement du piston au PMH2. Au cours de l'étape d'échappement, le changement de direction du signal de vitesse s'explique par l'ouverture des soupapes du moteur et le changement de direction du mouvement du piston au PMB1.

2.4 Banc simulateur

Nous avons développé un simulateur sous Matlab-Simulink du banc d'essais dont le synoptique est représenté sur la figure 2.7. Ce simulateur est basé sur une modélisa-

tion complète du groupe motopropulseur hybride. Il servira de banc de test pour nos algorithmes de contrôle actif avant de les appliquer au système réel.

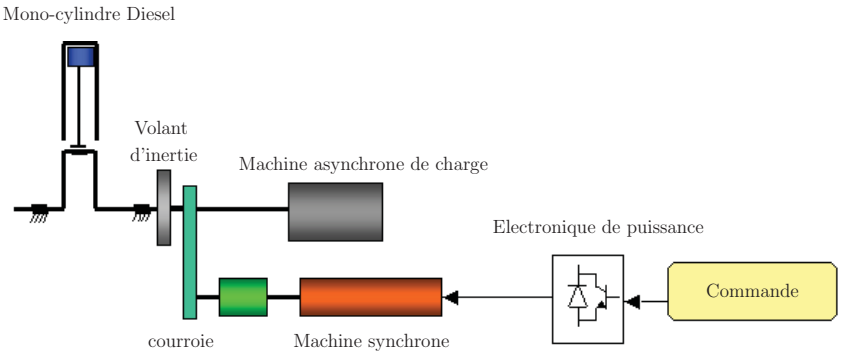


FIGURE 2.7 – Schéma global du simulateur du banc hybride

2.4.1 Modélisation de la dynamique du moteur diesel

Le modèle d'état du mono-cylindre accouplé à la machine synchrone est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{th} &= \omega_{th} \\ J_1\dot{\omega}_{th} &= k(\tfrac{\theta_{el}}{n} - \theta_{th}) + c(\tfrac{\omega_{el}}{n} - \omega_{th}) + (T_p + T_i) - T_l \end{aligned} \tag{2.1}$$

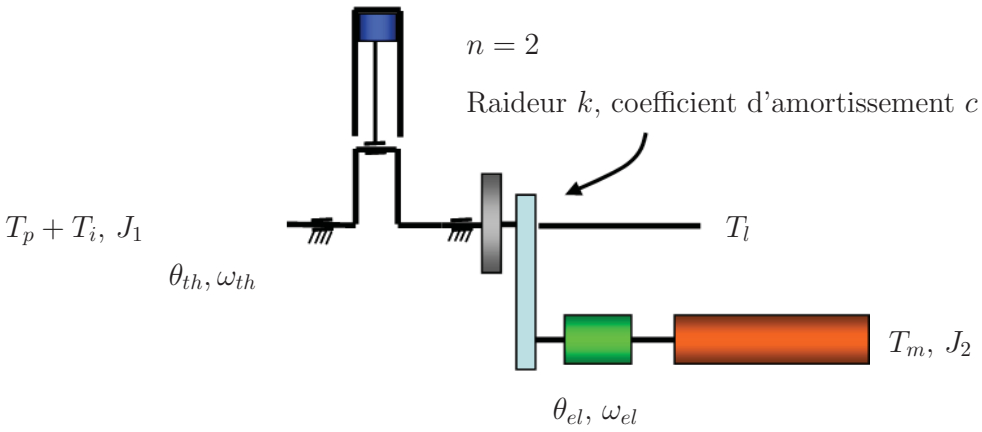


FIGURE 2.8 – Le motopropulseur hybride

J_1 est la composante axiale du moment d'inertie du moteur thermique ; T_i est le couple d'inertie généré par les oscillations des masses en mouvement ; T_p est le couple de combustion du moteur thermique généré par la pression dans le cylindre ; T_l est le couple de charge exogène ; k et c sont respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement de la courroie ; n est le rapport de réduction de l'acouplement des deux machines

thermique et électrique ; θ_{th} et ω_{th} représentent respectivement la position et la vitesse du vilebrequin ; θ_{el} et ω_{el} représentent respectivement la position et la vitesse de la machine synchrone.

2.4.2 Les couples de combustion et d'inertie du moteur thermique

La bielle relie le piston au vilebrequin. Ses deux extrémités sont en rotation de sorte que son angle peut changer à mesure que le piston monte et descend, transformant ainsi le mouvement de translation en un mouvement de rotation du vilebrequin. Une géométrie simplifiée de l'ensemble bielle-manivelle, illustrée par la figure 2.9, est utilisée pour la modélisation. Nous notons θ_{th} la position du vilebrequin et φ l'angle de bielle.

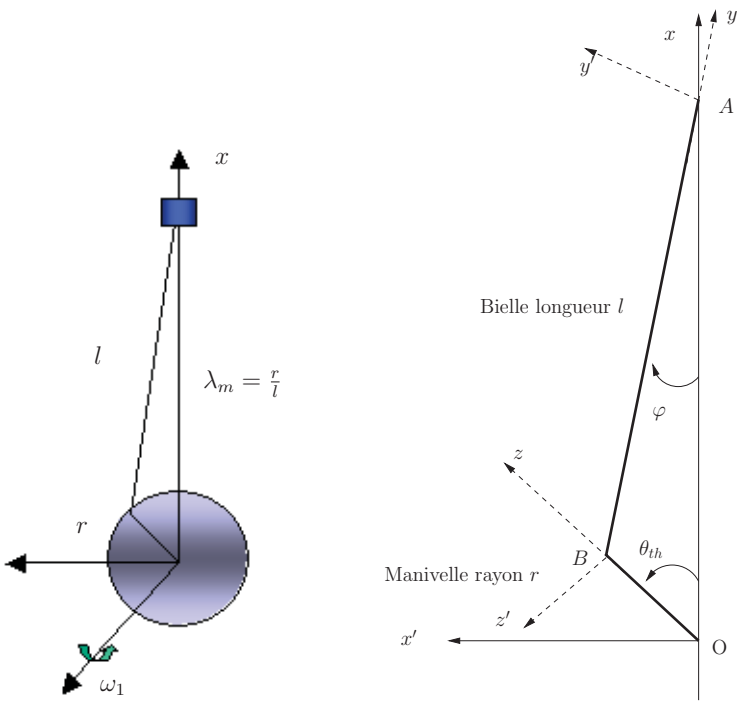


FIGURE 2.9 – Une géométrie simplifiée de l'ensemble du système bielle-manivelle

2.4.2.1 Relation entre θ_{th} et φ

La relation entre les angles θ_{th} et φ s'obtient en projetant OA et OB sur x' :

$$lcos(\frac{\pi}{2} - \varphi) = rcos(\frac{\pi}{2} - \theta_{th})$$

2.4.2.2 Calcul de la position x

En posant $\lambda_m = \frac{r}{l}$, ave< r le rayon de la manivelle et l la longueur de la bielle, la position $x(t)$ s'obtient par projection de OA et OB sur x :

$$x(t) = lcos(\varphi) + rcos(\theta_{th}) = rcos(\theta_{th}) + l\sqrt{1 - \lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})} \tag{2.2}$$

2.4.2.3 Calcul de la vitesse linéaire $\frac{dx}{dt}$

La vitesse linéaire s'obtient par dérivée directe de la position (2.2) :

$$\dot{x} = -r\omega_{th} sin(\theta_{th}) - l\dot{\varphi} sin(\varphi) \tag{2.3}$$

avec

$$\dot{\varphi} = \lambda_m \omega_{th} \frac{cos(\theta_{th})}{cos(\varphi)}, \tag{2.4}$$

d'où :

$$\dot{x} = -r\omega \left(sin(\theta_{th}) + cos(\theta_{th}) tan(\varphi)\right) \tag{2.5}$$

avec

$$tan(\varphi) \quad = \quad \frac{\lambda_m sin(\theta_{th})}{\sqrt{1 - \lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})}}. \tag{2.6}$$

En prenant la deuxième expression de $x(t)$ qui ne fait intervenir que l'angle θ_{th}, on obtient :

$$\dot{x} = -r\omega_{th} sin(\theta_{th}) \left(1 + \lambda_m \frac{cos(\theta_{th})}{\sqrt{1 - \lambda^2{}_m sin^2(\theta_{th})}}\right) \tag{2.7}$$

Il est fréquent de faire l'approximation $\sqrt{1 - \lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})} \approx 1 - \lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})$, ce qui conduit à l'expression suivante pour la vitesse :

$$\dot{x} = -r\omega_{th} \left(sin(\theta_{th}) + \frac{\lambda_m}{2} sin(2\theta_{th})\right)$$

2.4.2.4 Calcul de l'accélération linéaire $\frac{d^2x}{dt^2}$

L'expression de la dérivée de la vitesse linéaire (2.6) donne :

$$\ddot{x} \quad = \quad -r\dot{\omega_{th}} \left(sin(\theta_{th}) + cos(\theta_{th}) tan(\varphi)\right) \tag{2.8}$$

$$-r\omega_{th}^2 \left(cos(\theta_{th}) + 2\lambda_m \frac{cos(2\theta_{th})}{cos(\varphi)} + \lambda_m^3 \frac{sin^2(2\theta_{th})}{cos^3(\varphi)}\right) \tag{2.9}$$

2.4.2.5 Le modèle mathématique des couples T_P et T_i

Les modèles mathématiques des couples T_p et T_i sont donnés par [SUP03, Dav99] comme suit :

$$\begin{aligned} T_p &= P_r(\theta_{th})tan(\varphi)x(t) \\ T_i &= -(m_a + m_p)\frac{d^2x}{dt^2}tan(\varphi)x(t), \end{aligned} \tag{2.10}$$

En utilisant les équations précédentes, on obtient

$$\begin{aligned} T_p &= P_r(\theta_{th})\left[rcos(\theta_{th}) + l\sqrt{1-\lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})}\right]tan(\varphi) \\ T_i &= (m_a + m_p)\left[rcos(\theta_{th}) + l\sqrt{1-\lambda_m^2 sin^2(\theta_{th})}\right]tan(\varphi) \\ &\quad \left[-r\dot{\omega_{th}}\left(sin(\theta_{th}) + cos(\theta_{th})tan(\varphi)\right) - r\omega_{th}^2\left(cos(\theta_{th}) + 2\lambda_m\frac{cos(2\theta_{th})}{cos(\varphi)} + \lambda_m^3\frac{sin^2(2\theta_{th})}{cos^3(\varphi)}\right)\right]. \end{aligned} \tag{2.11}$$

où $P_r(\theta_{th})$ est la poussée du fluide sur le piston. m_a et m_p sont les masses de la bielle et du piston, respectivement.

Le Tableau (2.1) présente les valeurs des paramètres du moteur à combustion interne :

Masse de la bielle	m_a	0.335 *(Kg)*
Masse du piston	m_p	0.840 *(Kg)*
Rayon de la manivelle	r	0.049 *(m)*
Longeur de la bielle	l	0.144 *(m)*
Diamètre du piston	d	0.0825 *(m)*
Masse du vilebrequin	m_{crank}	1 *(Kg)*
Inertie du volant d'inertie	J_1	2.8212 *($Kg.m^2$)*

TABLE 2.1 – Paramètres du moteur thermique utilisés pour la simulation

2.4.3 Modélisation de la dynamique de la machine synchrone à aimants permanents

En utilisant la transformation de Park, la machine synchrone à aimants permanents est décrite dans le référentiel du rotor comme suit [BN99] :

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_{el}i_q + \frac{1}{L_d}v_d \\ \frac{di_q}{dt} &= -\frac{R}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_{el}i_d + \frac{1}{L_q}v_q - \frac{\lambda}{L_q}p\omega_{el}, \end{aligned} \tag{2.12}$$

où v_d et v_q représentent les transformées de Park des tensions statoriques, i_d et i_q sont les transformées de Park des courants rotoriques, p est le nombre de paires de pôles, w_{el} est la vitesse du rotor ; R représente la résistance statorique ; L_d et L_q représentent les transformées de Park des inductances statoriques et λ est le flux de liaison établi par le rotor. Le couple électromagnétique de la machine électrique est donné par [BN99] comme suit :

$$T_m = \frac{3}{2}p\left[(L_d - L_q)i_d i_q + \lambda i_q\right], \tag{2.13}$$

La réference de couple se traduit en références de courant i_d et i_q dans le référentiel dq. La stratégie utilisée est le contrôle permanent du module et de l'angle du courant dans le référentiel tournant. Classiquement, le courant i_d est fixé à zéro, et le couple électromagnétique est contrôlé par le courant i_q grâce à la relation :

$$T_m = \frac{3}{2}p\lambda i_q, \tag{2.14}$$

En terme de commande, l'objectif est d'obtenir un courant nul sur l'axe d, $i_d \to 0$ et un courant sur l'axe q qui converge vers une référence, $i_q \to i_{qref}$, en dépit des effets de couplage $\frac{L_q}{L_d}p\omega_{el}i_q$ et $\frac{L_d}{L_q}p\omega_{el}i_d$. Ce problème est en partie résolu en utilisant l'équation de tension du stator pour effectuer le découplage [BN99]. Cependant, dans les zones de fortes sollicitations, les effets non-linéaires réapparaissent et le découplage n'est plus garanti.

Le modèle d'état de la machine synchrone couplée au moteur thermique est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{el} &= \omega_{el} \\ J_2\dot{\omega}_{el} &= k(\frac{\theta_{th}}{n} - \frac{\theta_{el}}{4}) + c(\frac{\omega_{th}}{n} - \frac{\omega_{el}}{4}) + T_m \end{aligned} \tag{2.15}$$

où J_2 est le moment d'inertie de la machine synchrone.

Le tableau (2.2) présente les valeurs des paramètres de la machine synchrone :

Puissance nominale	P	15 *(kW)*
Couple nominale	Cn	64 *(Nm)*
Nombre de paires par pôle	p	5
Coefficient par phase	λ	0.214 *(Wb)*
Inductance statoriques dans le référentiel dq.	$L_d = L_q$	10.9 *(mH)*
Résistance statorique	R	0.464 *(Ω)*
Inertie de la machine synchrone	J_2	0.0018 *($Kg.m^2$)*

Table 2.2 – Paramètres de la MSAP utilisés pour la simulation

Les modèles de la machine synchrone (2.15) et du moteur diesel (2.1) nécessitent la connaissance des paramètres k et c et du couple de charge T_l. Ces grandeurs seront identifiés à partir des mesures effectuées sur le banc.

2.5 Modélisation et identification des paramètres de la machine asynchrone de charge

2.5.1 Principe

Dans un référentiel de Park tournant à la vitesse de rotation ω_a, le modèle d'état d'une machine asynchrone est donné par (on suppose un milieu magnétique isotrope, une absence de phénomènes de saturation magnétique, un système électrique parfaitement équilibré) :

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = -a_0 i_{ds} + a_1(\omega_a i_{qr} - \frac{di_{qr}}{dt}) + \omega_a i_{qs} + b_0 u_{ds} \\ \frac{di_{qs}}{dt} = -a_0 i_{qs} - a_1(\omega_a i_{dr} + \frac{di_{qr}}{dt}) - \omega_a i_{ds} + b_0 u_{qs} \\ \frac{di_{dr}}{dt} = -a_2 i_{dr} - (\frac{di_{ds}}{dt} - (\omega_a - \omega_m) i_{qs}) + (\omega_a - \omega_m) i_{qr} \\ \frac{di_{qr}}{dt} = -a_2 i_{qr} - (\frac{di_{qs}}{dt} - (\omega_a - \omega_m) i_{qs}) + (\omega_a - \omega_m) i_{qr} \end{cases} \tag{2.16}$$

où $\omega_m = p_a \omega$, avec p_a le nombre de paires de pôles et ω_m la vitesse de rotation rotorique. ω_a est la vitesse de rotation du référentiel de Park. i_{ds} et i_{qs} sont les transformées de Park des courants statoriques et i_{dr} et i_{qr} sont les transformées de Park des courants rotoriques. u_{ds} et u_{qs} représentent les transformées de Park des tensions statoriques. Les paramètres à identifier sont :

$$a_0 = \frac{r_s}{l_s} \quad a_1 = \frac{l_r}{l_s} \quad a_2 = \frac{r_r}{l_r} \quad b_0 = \frac{1}{l_s}$$

Dans ce modèle, les fuites sont ramenées au stator : $l_s = l_r + l_f$. l_s et l_r représentent respectivement les inductances statorique et rotorique. r_s et r_r représentent respectivement les résistances statorique et rotorique. Seules les grandeurs électriques statoriques sont mesurées. Le schéma d'identification retenu est présenté sur la figure 2.10.

Les grandeurs rotoriques sont reconstituées à partir des grandeurs statoriques parallèlement à l'estimation des paramètres. L'algorithme de programmation non linéaire (PNL) est un algorithme de Levenberg-Marquardt qui s'applique au modèle à moments partiels réinitialisés issu des équations différentielles (2.16) [Ker97]. La vitesse de rotation du référentiel de Park est choisie égale à la vitesse de rotation du rotor ($\omega_a = \omega$).

2.5.2 Résultats expérimentaux

Les tensions sont mesurées entre phase sans filtrage. Soit u_1 et u_2 les mesures. Les tensions simples sont obtenues par :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

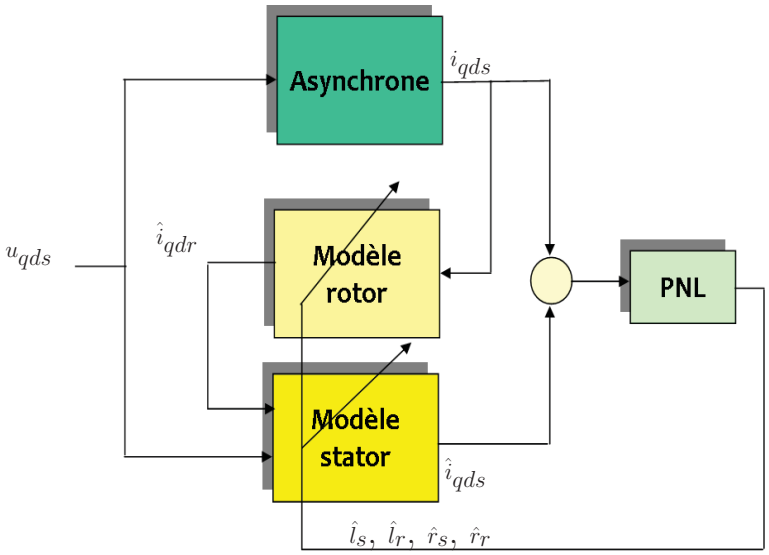
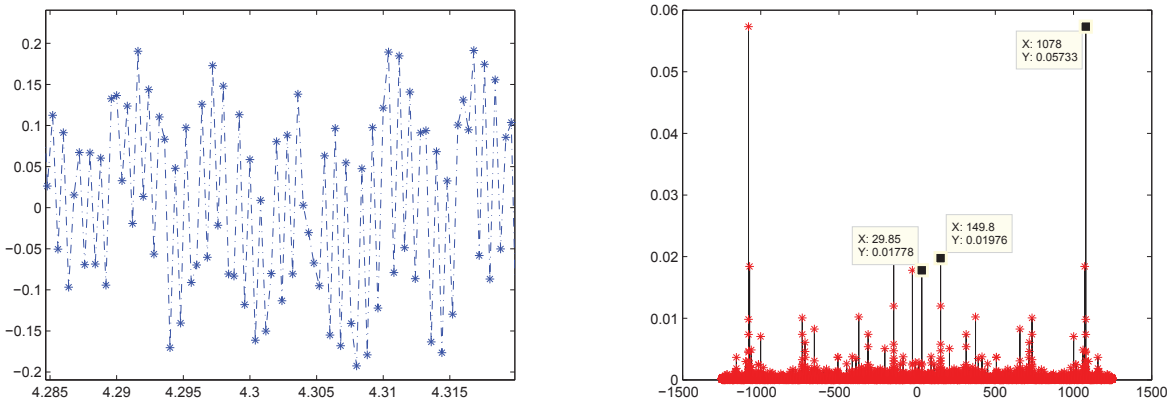


FIGURE 2.10 – Schéma d'identification de la machine asynchrone

Le fondamental des grandeurs statoriques est proche de 30Hz, les phénomènes mécaniques sont à des fréquences inférieures. Les grandeurs sont filtrées avec un filtre passe-bas de Butterworth d'ordre 4 dont la fréquence de coupure est à 50 Hz.



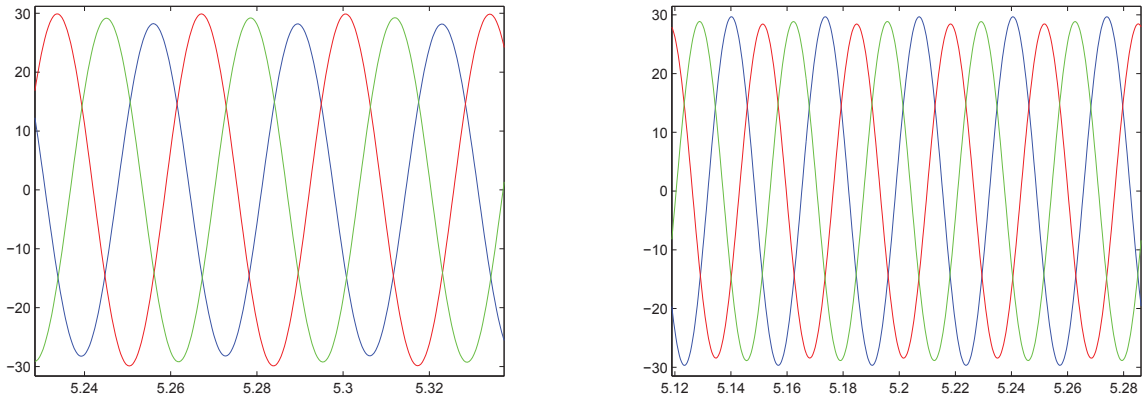
a) tension statorique v_a *b) Spectre de* v_a

FIGURE 2.11 – Tension statorique v_a et son spectre

Les valeurs estimées des paramètres sont :

$$l_s \in \{120, 130\}\, mH, \quad l_r \in \{62, 68\}\, mH, \quad r_s \in \{0.64, 0.71\}\, \Omega, \quad r_r \in \{20.5, 23\}\, \Omega$$

Le couple électromagnétique de la machine asynchrone est reconstruit par :

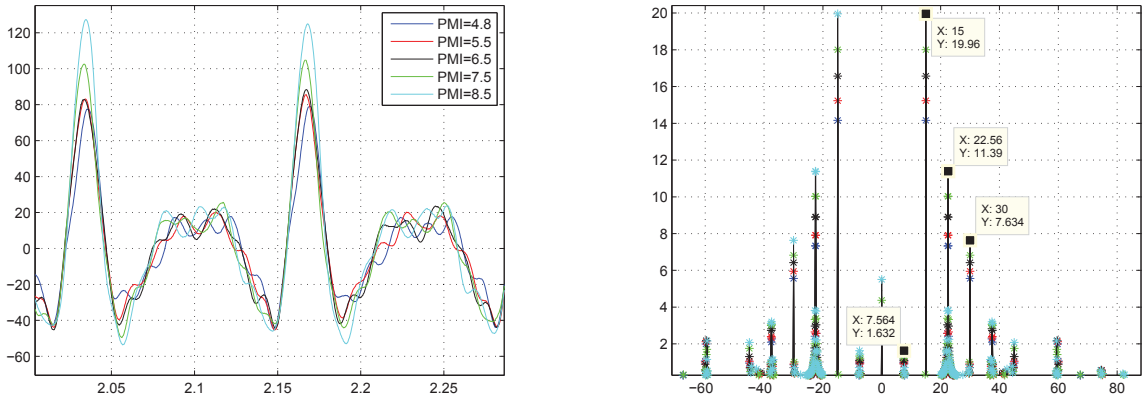


c) Tensions statoriques filtrées *d) Courants statoriques filtrés*

FIGURE 2.12 – Tensions et courants statoriques filtrées

$$T_l = p_a l_s (i_{qs} i_{dr} - i_{qr} i_{ds})$$

Les figures suivantes montrent le couple électromagnétique de la machine asynchrone reconstruit pour différentes valeurs de la pression moyenne indicative (PMI).



a) Couple estimé pour différentes valeurs de PMI *b) Spectre du couple pour différentes valeurs de PMI*

FIGURE 2.13 – Couple estimé et son spectre pour différentes valeurs de PMI

A partir de l'estimation des paramètres de la machine asynchrone, nous avons à présent la possibilité de reconstruire le couple de charge.

2.6 Identification du système courroie-poulie

Le système d'accouplement par courroie a été reproduit à l'identique sur un banc constitué de trois machines synchrones comme le montre la figure 2.14, dont les grandeurs électriques et les vitesses sont mesurables. A partir des équations du système global (2.1) et (2.15), les vitesses au primaire et au secondaire de l'accouplement sont données par :

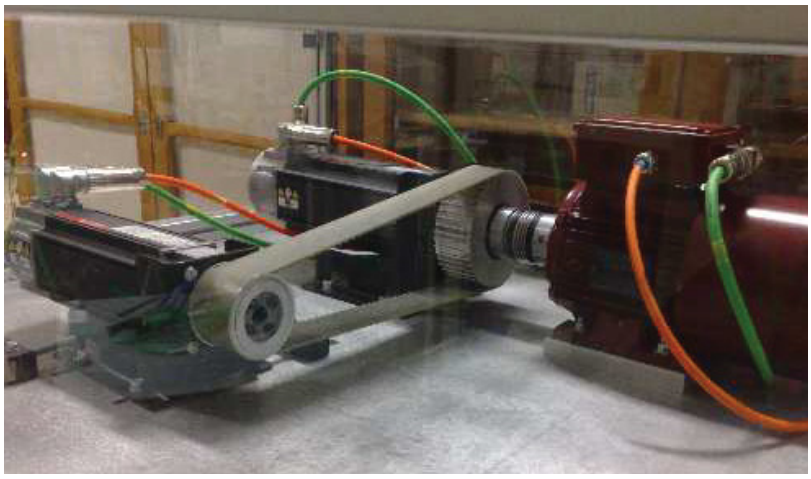


FIGURE 2.14 – Banc utilisé pour l'identification des paramètres de la courroie

$$\begin{bmatrix} \omega_e l \\ \omega_t h \end{bmatrix} = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} \frac{1}{n}(k+cs) & \left(J_2 s^2 + \frac{c}{n^2}s + \frac{k}{n^2}\right) \\ (J_1 s^2 + cs + k) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 + C_3 \end{bmatrix}$$

avec

$$D(s) = s\left(J_1 J_2 s^2 + \left(\frac{J_1}{n^2} + J_2\right) cs + \left(\frac{J_1}{n^2} + J_2\right) k\right). \tag{2.17}$$

Connaissant les trois couples d'entrée C_1, C_2 et C_3 et les deux sorties vitesses ω_{el} et ω_{th}, il est possible d'identifier la raideur, l'élasticité et les deux inerties (si ces dernières sont inconnues).

Les valeurs des paramètres de raideur et de facteur d'amortissement estimées sont respectivement :

$$k = 220N/m \quad c = 5N.s/m$$

2.7 Comparaison entre les résultats expérimentaux et de simulation

La modélisation des différentes parties du système (système bielle-manivelle, système courroie-poulie, machine synchrone, machine asynchrone) et l'identification des paramètres non mesurables directement (paramètres de la machine asynchrone et de la courroie) ont permis de concevoir un simulateur dans l'environnement Matlab-Simulink. Ce simulateur n'a pas l'ambition de représenter l'ensemble des phénomènes physiques présents sur le système réel, mais de présenter des dynamiques comparables de façon à pouvoir tester des algorithmes de commande.

La figure 2.15 présente la vitesse de la machine synchrone simulée et mesurée, de même que la vitesse et le couple du moteur thermique simulés et mesurés (reconstruit pour le couple) sont présentés sur les figures 2.16 et 2.17. Ces résultats correspondent à une vitesse du moteur thermique de $900tr/min$ ($\omega_{th} = 94.2rad/s$).

.

Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et de simulation sont présentées sur les figures 2.15, 2.16 et 2.17 pour un régime moteur de $900tr/min$ ($\omega_{th} = 94.2rad/s$).

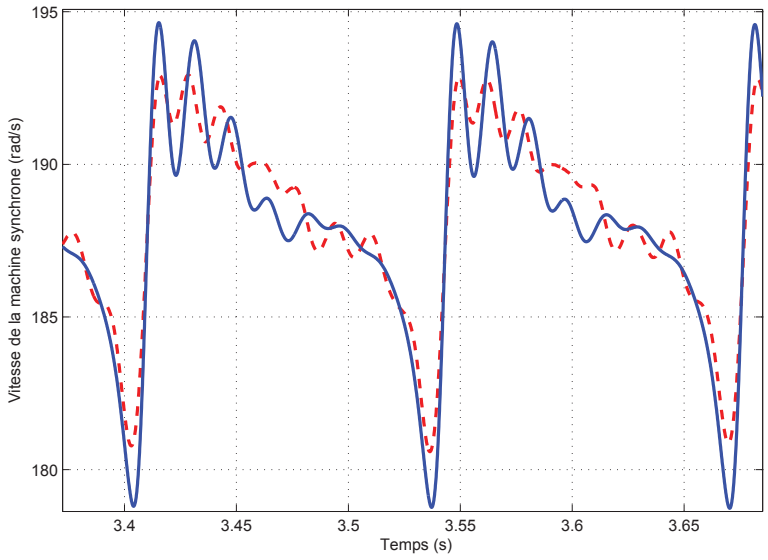


FIGURE 2.15 – La vitesse de la machine synchrone à partir du simulateur (trait plein), La vitesse de la machine synchrone à partir du banc expérimental (trait pointillé)

Le simulateur conserve la forme générale des signaux, bien qu'il existe des différences essentiellement pendant les deux phases d'admission et d'échappement, et en particulier lors du chevauchement entre ces phases autour du PMB2. Ces différences s'expliquent par les simplifications que nous avons faites lors de la phase de modélisation.

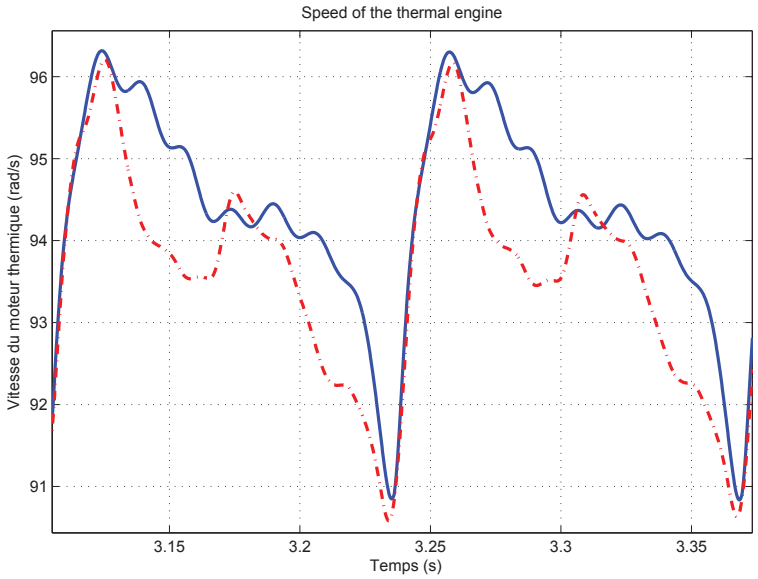


FIGURE 2.16 – La vitesse du moteur diesel à partir du simulateur (trait plein), La vitesse de du moteur diesel à partir du banc expérimental (trait pointillé)

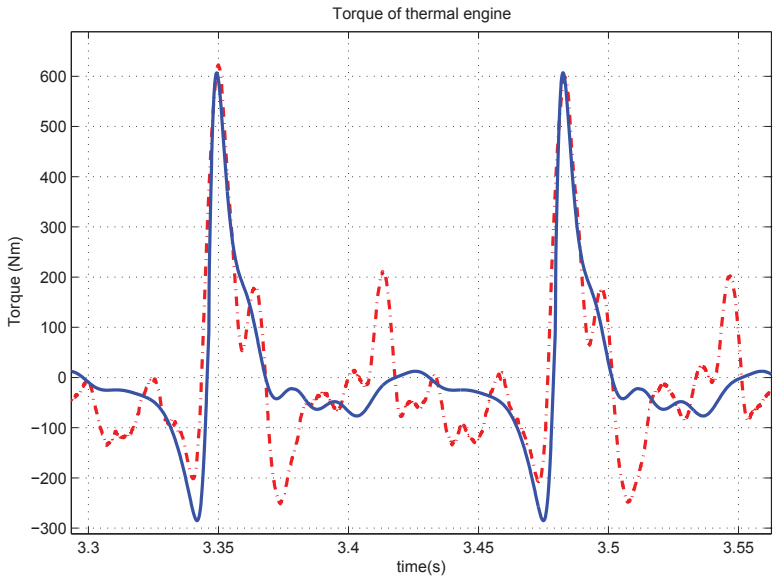


FIGURE 2.17 – Le couple du moteur diesel à partir du simulateur (trait plein), Le couple du moteur diesel à partir du banc expérimental (trait pointillé)

2.8 Conclusion

Ce deuxième chapitre a été consacré à la présentation du banc expérimental de l'Université de Poitiers et à la modélisation du mono-cylindre et de son hybridation. Nous avons présenté les fonctions principales du banc ainsi que les fonctions nécessaires à la mise en service de celui-ci. Les trois moteurs qui constituent le groupe propulseur hybride ont été modélisés. Les paramètres de la machine asynchrone et du système d'accouplement ont été identifiés à partir d'essais dynamiques sur le banc. Cette modélisation a permis d'établir un modèle du système qui reproduit globalement la dynamique du banc. Ce simulateur nous permettra de tester nos différentes lois de commande en toute sécurité avant de les appliquer sur le banc.

3

Stratégies de contrôle des pulsations de couple en se basant sur une approche fréquentielle

Dans ce chapitre, nous allons présenter une première stratégie de contrôle actif des pulsations de couple dans les véhicules hybrides en se basant sur une approche fréquentielle. Une première stratégie de contrôle sera détaillée, elle est basée sur une approche par transformé de Hilbert couplée à des correcteurs harmoniques à base de PI. Suite à la limite de cette approche vis-à-vis du temps réel sur le système réel, une deuxième approche est proposée. Cet algorithme de contrôle est basé sur l'estimation en temps réel du signal à contrôler afin de satisfaire la poursuite du signal de référence désiré. Des résultats de simulation et expérimentaux montrent l'efficacité de cette approche .

3.1 Introduction

Une voie pour réduire la consommation de carburant fossile dans les transports terrestres tout en assurant une autonomie confortable est de coupler le moteur à combustion interne avec un moteur électrique. On parle alors de véhicule électrique hybride (VEH). Les avantages liés à ce couplage sont une économie élevée de carburant, une réduction des émissions et de bonnes performances telles que l'augmentation de la puissance de traction. Un autre avantage, plus méconnu, consiste à utiliser l'actionneur électrique pour réduire les vibrations engendrées par le moteur thermique.

Dans un moteur à combustion interne traditionnel, les fortes impulsions de couple influencent le cycle de vie du moteur et entraîne une augmentation des bruits, des vibrations et réduit le confort de conduite [CCM+04]. Habituellement, seule la valeur moyenne du couple est contrôlée sur un cycle du moteur et le couple instantané produit par les cylindres est subit. Classiquement, des solutions passives sont mises en œuvre pour atténuer ces pulsations de couple. On peut citer entres autres le volant d'inertie et les plots de support du bloc moteur. La présence d'un actionneur électrique performant en prise sur l'arbre moteur ouvre des nouvelles possibilités de contrôle actif du couple.

L'objet de ce chapitre est de présenter une nouvelle stratégie de contrôle de couple pour un moteur hybride parallèle. L'approche présentée consiste à se placer dans un multi-référentiel tournant, chacun des sous-référentiels étant calé sur un harmonique particulier de la vitesse de rotation. Chaque raie fréquentielle du couple thermique est alors vue comme une perturbation constante (à régime constant) à rejeter.

3.2 Stratégie de contrôle

Les objectifs de la boucle de contrôle sont d'assurer la stabilité du système en boucle fermée et de rejeter sélectivement les fluctuations de la vitesse afin de compenser les ondulations de couple. Le moteur électrique constitue la source de compensation active.

L'idée est de contrôler instantanément le couple du moteur électrique afin de supprimer l'ondulation de vitesse du moteur diesel. C'est un moyen de contrer l'ondulation de couple du moteur dans les véhicules hybrides. L'originalité de l'approche proposée est de concevoir pour chaque harmonique du signal de vitesse un contrôleur multivariable, afin de suivre le courant de référence I_{qref} et de rejeter les perturbations périodiques $w = T_p + T_i - T_l$. Cette approche nécessite une analyse harmonique temps réel du signal de vitesse.

La figure 3.1 montre le signal de vitesse mesuré sur le moteur thermique. Les variations instantanées de la vitesse sont dues au processus de combustion et aux masses en mouvement (système bielle-manivelle). La transformée de Fourier de cette vitesse, présentée sur la figure 3.2, montre bien la présence des harmoniques qui traduisent les fluctuations de la vitesse et qui sont en relation avec les ondulations du couple.

Les différents harmoniques sont des multiples de la fréquence $7.5Hz$ qui correspond au fondamental à $900tr/mn$ ($94.24rad/s$).

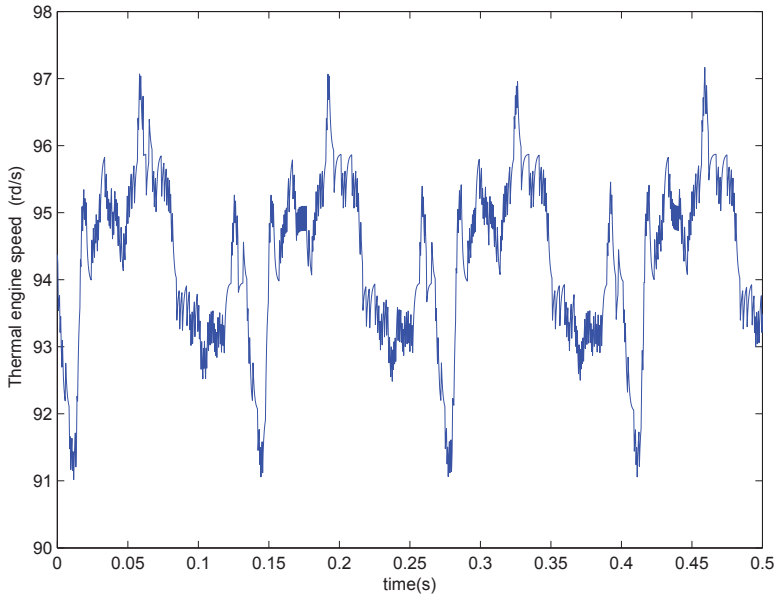


FIGURE 3.1 – Vitesse du moteur thermique (rad/s)

3.2.1 Première approche

En mathématiques et en traitement du signal, la représentation analytique issue de la transformation de Hilbert est considérée comme un outil puissant pour l'analyse de signaux non-stationnaires. Dans notre cas, cette technique assure une transformée temps-fréquence de la vitesse de rotation du moteur thermique et permet de caractériser les harmoniques que l'on veut éliminer en fonction du temps [NCC08, NCC09].

La boucle de contrôle est présentée sur la figure 3.3. En pratique, il y a une boucle de contrôle pour chaque harmonique séléctionné.

3.2.1.1 Transformé de Hilbert

Les signaux possèdent des fréquences positives et négatives. Les unes se déduisent des autres grâce à la propriété de symétrie hermitienne de la transformée de Fourier des signaux réels. Il est pratique de travailler uniquement avec les fréquences positives. Cette procédure consiste à travailler avec le signal analytique associé au signal réel à l'aide de la transformée de Hilbert.

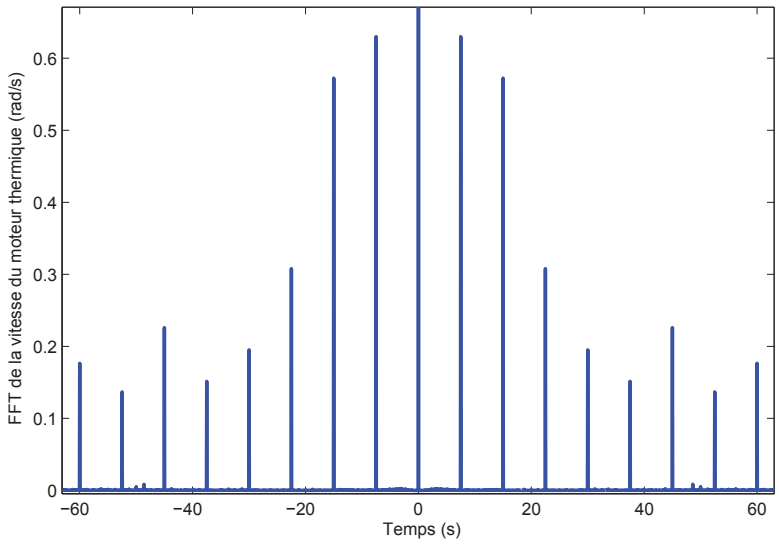


FIGURE 3.2 – FFT de la vitesse du moteur thermique (rad/s) sans contrôle actif

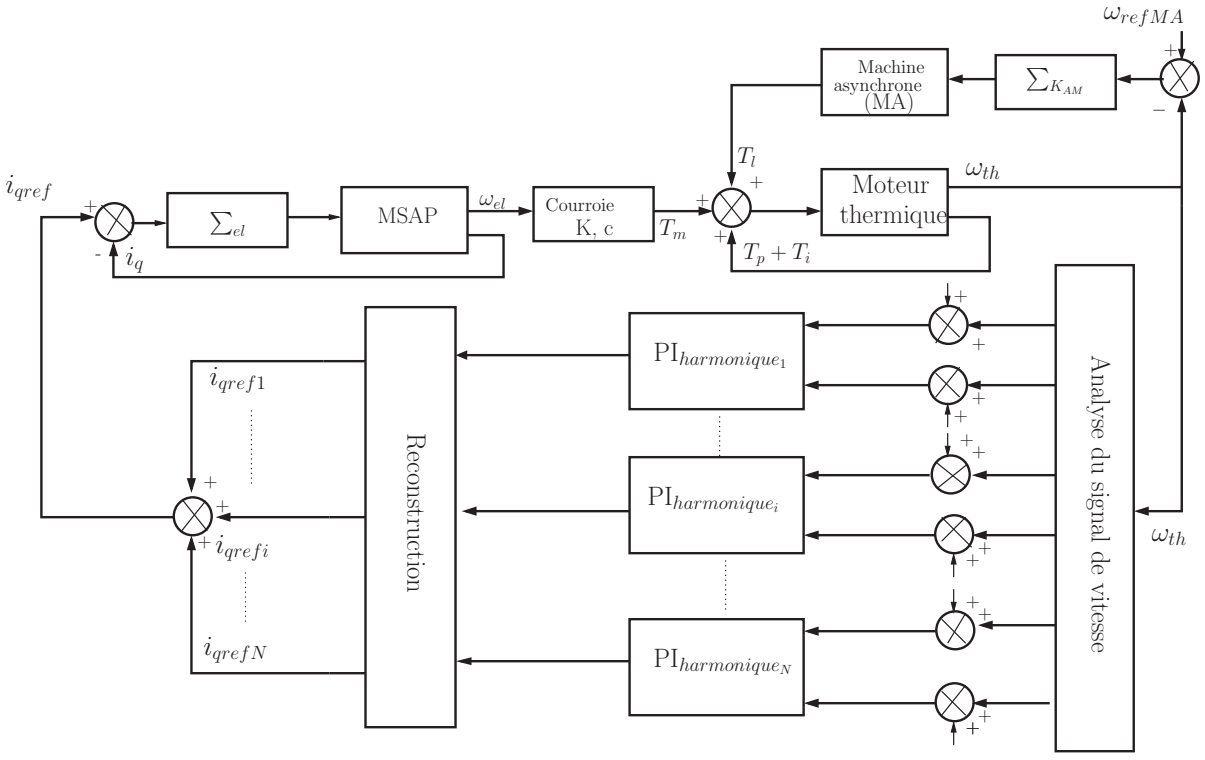


FIGURE 3.3 – Boucle de contrôle

Un signal analytique $x_a(t)$ est une fonction complexe du temps dont la transformée de Fourier est la forme unilatérale de celle de la partie réelle. Soit un signal réel $x(t)$ et son spectre $X(w)$, son signal analytique associé $x_a(t)$ se construit avec $\widehat{x}(t)$, la transformée de Hilbert de $x(t)$.

$$x_a(t) = x(t) + j\widehat{x}(t) \tag{3.1}$$

La transformée de Hilbert se calcule en prenant la valeur principale au sens de Cauchy de l'intégrale

$$x(t) \overset{T.H}{\rightarrow} \widehat{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \tag{3.2}$$

Les signaux $x(t)$ et $x_a(t)$ sont dit en quadrature, ce sont des fonctions orthogonales pour tout l'espace temporel. En accord avec la définition du signal analytique, la transformée de Fourier de $x_a(t)$ admet la représentation fréquentielle :

$$\tilde{x_a}(f) = \begin{cases} 2\tilde{x}(f) & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$$

A titre d'exemple, la figure 3.4 illustre les différentes représentations envisagées d'une sinusoïde d'amplitude a et de fréquence f_0. L'expression temporelle usuelle est la suivante :

$$x(t) = acos(2\pi f_0 t + \phi) \tag{3.3}$$

et son signal analytique associé est :

$$x_a(t) = ae^{j\phi}e^{2j\pi f_0 t} \tag{3.4}$$

L'amplitude complexe $ae^{j\phi}$ possède les informations d'amplitude et de phase de la raie spectrale. Les densités spectrales schématisées en dessous des signaux temporels illustrent la troncature fréquentielle.

La troncature des fréquences négatives a pour seul effet de redistribuer la redondance. La division par deux de la bande spectrale occupée permet d'échantillonner à une cadence deux fois moins élevée. Cependant, l'échantillonnage du signal analytique nécessite deux valeurs réelles correspondant respectivement à la partie réelle et imaginaire. La dimension du signal analytique reste donc globalement celle du signal réel.

3.2.1.2 Signal à spectre étroit

On dit d'un signal qu'il est à spectre étroit s'il existe deux quantités B et w_0 telles que

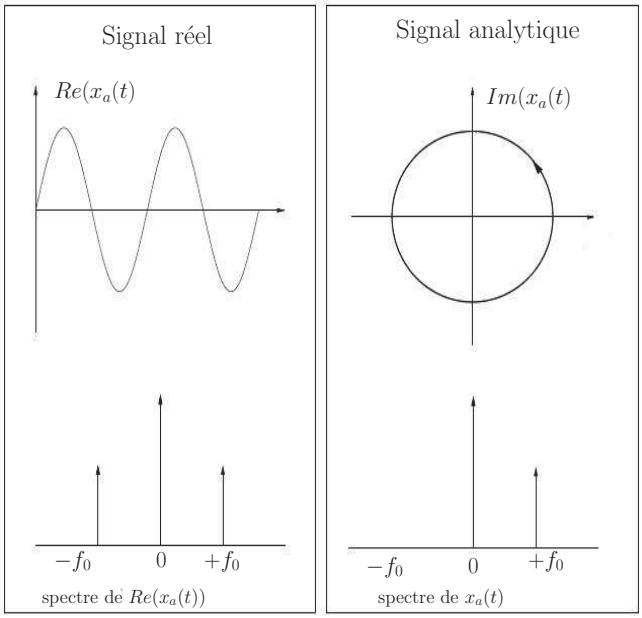


FIGURE 3.4 – Différentes représentations d'une sinusoïde

$$|X(w)| = 0 \text{ pour } |w - w_0| > \pi B$$

En clair, pour des pulsations éloignées de plus de πB de la pulsation w_0, le spectre s'annule. L'appellation spectre étroit est peu restrictive car cette condition est satisfaite pour autant que le spectre ne s'étende pas jusqu'à 0 ni jusqu'à $+\infty$, ce qui permet une certaine latitude sur la largeur spectrale.

Pour un tel signal, qui serait réel, on peut construire son signal analytique comme défini ci-avant. On peut ensuite faire glisser le spectre du signal analytique de manière à amener cette pulsation w_0 à l'origine. Il est à noter qu'elle peut être choisie égale à la fréquence de la porteuse, mais ce n'est pas indispensable. Le signal obtenu par ce décalage sur l'axe fréquentiel du spectre du signal analytique s'appelle l'enveloppe complexe du signal de départ.

En vertu de l'opération de décalage, l'enveloppe complexe $e_x(t)$ et son spectre $E_x(w)$ satisfont aux relations suivantes :

$$E_x(w) = X_a(w + w_0) \tag{3.5}$$
$$e_x(t) = e^{-jw_0t}x_a(t) \tag{3.6}$$

L'enveloppe est complexe parce qu'en toute généralité le lobe décalé de w_0 vers la gauche, et qui se retrouve autour de l'origine, ne satisfait pas aux conditions de symétrie qui font que le signal correspondant est réel. La relation suivante détermine le lien entre le signal de départ et son enveloppe :

$$\begin{aligned} x(t) &= R_e[x_a(t)] \\ &= R_e\left[e_x(t)e^{(jw_0t)}\right] \end{aligned} \tag{3.7}$$

L'enveloppe complexe $e_x(t)$ peut aussi s'écrire comme

$$e_x(t) = x_1(t) - jx_2(t) \tag{3.8}$$

En vertu de ce qui précède, on a les relations suivantes :

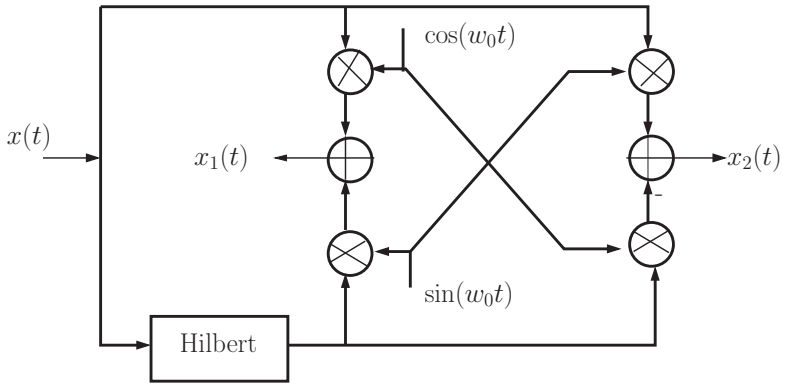


FIGURE 3.5 – Calcul des composantes de Rice

$$\begin{aligned} x_1(t) &= R_e[e_x(t)] && (3.9)\\ &= R[e^{-jw_0t}x_a(t)] \\ &= R[e^{-jw_0t}(x(t) + j\hat{x}(t))] \\ &= x(t)cos(w_0(t) + \hat{x}(t)sin(w_0(t)) && (3.10)\\ x_2(t) &= -I[e_x(t)] \\ &= -I_m[e^{-jw_0t}x_a(t)] \\ &= -I_m[e^{-jw_0t}(x(t) + j\hat{x}(t))] \\ &= x(t)sin(w_0(t)) - \hat{x}(t)cos(w_0(t)) && (3.11) \end{aligned}$$

Le schéma de calcul des composantes de Rice est donné sur la figure 3.5. Ces signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont appelés composantes de Rice du signal de départ ou encore composantes en quadrature. Cette dernière appellation se justifie par le fait que l'on peut reconstruire le signal de départ à partir de ces composantes :

$$\begin{aligned} x(t) &= R_e[x_a(t)] && (3.12)\\ &= R_e[e_x(t)e^{jw_0t}] \\ &= R_e[(x_1(t) - jx_2(t))e^{jw_0t}] \\ &= x_1(t)cos(w_0t) + x_2(t)sin(w_0t) \end{aligned}$$

On voit donc que tout signal à spectre étroit peut être vu comme un signal obtenu par modulation de deux porteuses en quadrature (cosinus et sinus) par des signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$ dont la largeur de bande est limitée à $[-\pi B, \pi B]$. Ces deux signaux sont les composantes de Rice. La figure 3.6 illustre comment reconstituer le signal réel $x(t)$ à partir de ses composantes de Rice.

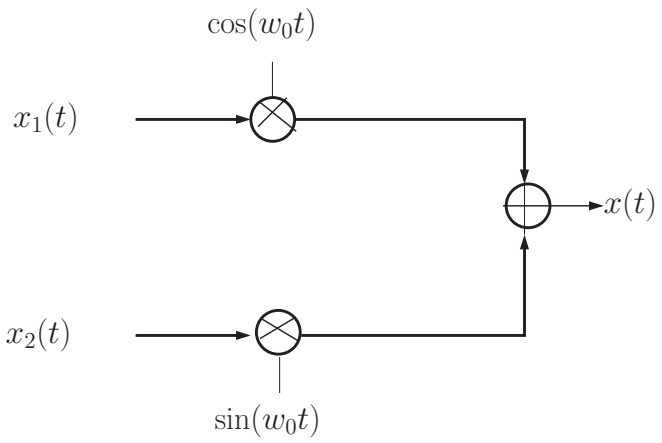


FIGURE 3.6 – Calcul du signal réel $x(t)$ à partir des composantes de Rice

Il existe une autre interprétation de ces résultats :

$$
\begin{aligned}
e_x(t) &= a_x(t)e^{j\phi x(t)} && (3.13)\\
a_x(t) &= \sqrt{x_1^2(t) + x_2^2(t)} && (3.14)\\
\phi_x(t) &= -ATN(x_2(t)/x_1(t)) && (3.15)\\
x(t) &= a_x(t)cos[w_0 t + \phi_x(t)] && (3.16)
\end{aligned}
$$

Le signal $a_x(t)$ s'appelle l'amplitude instantanée du signal à bande étroite. Le signal $\phi_x(t)$ s'appelle la phase instantanée du signal de départ. Tout signal à bande étroite peut aussi être vu comme un signal modulé à la fois en phase et en amplitude. Si un tel signal $x(t)$ est appliqué à un détecteur de crête, ce dernier produira le signal $a_x(t)$ en sortie. Si par contre il est appliqué à un discriminateur précédé d'un limiteur idéal qui gomme parfaitement la modulation d'amplitude, le discriminateur produira un signal proportionnel à $d\phi_x(t)/dt$.

L'équation 3.13 montre aussi que l'enveloppe instantanée complexe n'est rien d'autre qu'un phaseur. Enfin, pour compléter les résultats déjà annoncés, on à également :

$$\begin{aligned}
\hat{x}(t) &= I_m[x_a(t)] \\
&= I_m[e_x(t)e^{jw_0t}] && (3.17)\\
&= I_m[(x_1(t) - jx_2(t))e^{jw_0t}] && (3.18)\\
&= x_1(t)sin(w_0t) - x_2(t)cos(w_0t) && (3.19)\\
x_a(t) &= a_x(t)e^{j(w_0t+\phi x(t))} && (3.20)
\end{aligned}$$

Les relations 3.10 et 3.11 établissent de façon rigoureuse les composantes de Rice mais elles sont peu pratiques. En effet, elles supposent que l'on ait calculé au préalable la transformée de Hilbert du signal de départ. C'est une opération qui est difficile à réaliser en pratique. Il y a une autre manière de calculer les composantes de Rice. En effet, intéressons-nous à :

$$\begin{aligned}
2x(t)cos(w_0t) &= 2x_1(t)cos^2(w_0t) + 2x_2(t)sin(w_0t)cos(w_0t) && (3.21)\\
&= x_1(t) + x_1(t)cos(2w_0t) + x_2(t)sin(2w_0t) && (3.22)
\end{aligned}$$

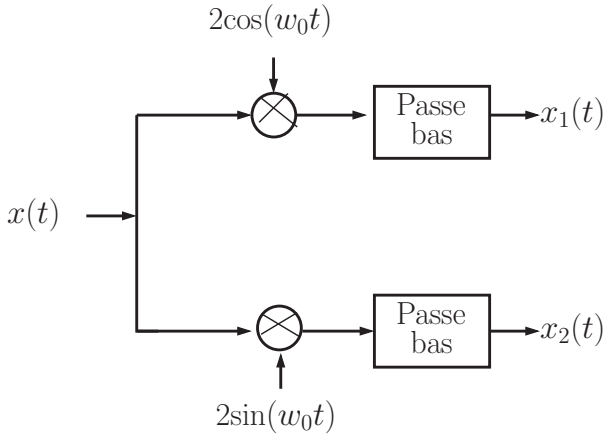


FIGURE 3.7 – Calcul pratique des composantes de Rice

Si ce résultat est filtré à l'aide d'un filtre passe-bas qui laisse passer le signal en bande de base, les composantes haute fréquence seront rejetées, et l'on obtient bien la composante souhaitée. De façon semblable,

$$\begin{aligned}
2x(t)sin(w_0t) &= 2x_2(t)sin2(w_0t) + 2x_1(t)sin(w_0t)cos(w_0t) && (3.23)\\
&= x_2(t).x_2(t)cos(2w_0t) + x_1(t)sin(2w_0t) && (3.24)
\end{aligned}$$

Par filtrage passe-bas adéquat, on accédera à la composante souhaitée. Ceci est illustré par la figure 3.7.

3.2.1.3 Modèle après une transformation de Hilbert

Les harmoniques du couple du moteur thermique se situent à des fréquences bien en deçà de la fréquence de résonance (60 Hz) du système courroie-poulie. Par la suite et dans un souci de simplification, on considèrera un modèle simplifié du système qui ne prend pas en compte la dynamique de la courroie. Il se rapproche du modèle dynamique de la mécanique des groupes motopropulseurs hybrides sous l'action du couple du moteur thermique et du couple de la machine synchrone T_m. Les fluctuations de la vitesse ω_{th} viennent de l'ondulation de couple et peuvent être écrites comme une série de Hilbert de N harmoniques à rejeter :

$$\begin{array}{rcl} \dot{\theta}_{th} & = & \omega_{th} \\ J\dot{\omega}_{th} & = & (T_p + T_i) + T_m - T_l \end{array} \tag{3.25}$$

où J est le moment d'inertie de l'ensemble du volant d'inertie et de la machine synchrone. Introduisons $x_a(t)$, le signal analytique de $x(t)$ à la fréquence ω_0 :

$$x_a(t) \;=\; \tilde{X}(t)\; e^{jw_0 t}$$

En notation complexe $\tilde{X}(t) = \tilde{X}_R(t) + j\tilde{X}_I(t) \in C$. Alors, l'équation (3.25) devient :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\tilde{\theta}}_{th} + j\omega_0\tilde{\theta}_{th} & = & \tilde{\omega}_{th} \\ J(\dot{\tilde{\omega}}_{th} + j\omega_0\tilde{\omega}_{th}) & = & \left(\tilde{T}_p + \tilde{T}_i\right) + \frac{3}{2}p\lambda\tilde{I}_q - \tilde{T}_l \end{array} \right.$$

La boucle de courant du moteur électrique est modélisée par un premier ordre :

$$i_q(s) = (\frac{1}{1+\tau_e s})i_{qref}(s), \tag{3.26}$$

où τ_e est la constante de temps. Dans notre cas, elle est égale à $\frac{1}{2\pi\times 600}$. On a alors :

$$\dot{\tilde{I}}_q + j\omega_0\tilde{I}_q = \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_q + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref} \tag{3.27}$$

soit $\tilde{I}_q = \tilde{I}_{qR} + j\tilde{I}_{qI}$, d'où

$$\dot{\tilde{I}}_{q_R} + j\dot{\tilde{I}}_{q_I} + j\omega_0(\tilde{I}_{q_R} + j\tilde{I}_{q_I}) = \frac{-1}{\tau_e}(\tilde{I}_{q_R} + jI_{qI}) + \frac{1}{\tau_e}(\tilde{I}_{qref_R} + j\tilde{I}_{qref_I}) \tag{3.28}$$

Soit $\tilde{\omega}(t) = \tilde{\omega}_R(t) + j\tilde{\omega}_I(t)$ et $\tilde{T} = (\tilde{T}_p + \tilde{T}i) - \tilde{T}_l = \left(\tilde{T}_R + j\tilde{T}_I\right)$, alors,

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\tilde{\omega}}_{th_R} & = & \omega_0\tilde{\omega}_{th_I} + \frac{\tilde{T}_R}{J} + \frac{3}{2J}p\lambda\tilde{I}_{q_R} \\ \dot{\tilde{\omega}}_{th_I} & = & -\omega_0\tilde{\omega}_{th_R} + \frac{\tilde{T}_I}{J} + \frac{3}{2J}p\lambda\tilde{I}_{q_I} \\ \dot{\tilde{I}}_{q_R} & = & \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_R} + \omega_0\tilde{I}_{q_I} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_R} \\ \dot{\tilde{I}}_{q_I} & = & \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_I} - \omega_0\tilde{I}_{q_R} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_I} \end{array} \right. \tag{3.29}$$

Le modèle d'état est donné par,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\omega_0)x + B_w w + B_u u \\ y &= C_y x + D_{yu} u \end{aligned} \tag{3.30}$$

où $w^T = \left[\tilde{T}_R, \tilde{T}_I\right]$ représente les entrées exogènes (perturbation de couple dans les axes réels et imaginaires), $x^T = \left[\tilde{\omega}_{th_R}, \tilde{\omega}_{th_I}, \tilde{I}_{q_R}, \tilde{I}_{q_I}\right]$ est le vecteur d'état, $u^T = [\tilde{I}_{qref_R}, \tilde{I}_{qref_I}]$ est le vecteur d'entrée et y le vecteur de sortie. Nous avons alors :

$$\begin{aligned} A(w_0) &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & \frac{3}{2J}p\lambda & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & \frac{3}{2J}p\lambda \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_e} & \omega_0 \\ 0 & 0 & -\omega_0 & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix}, \\ B_w &= \begin{bmatrix} \frac{1}{J} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad D_{yu} = 0_{n \times n_u} \end{aligned}$$

3.2.1.4 Synthèse des PI multivariables

Après application de la transformée de Hilbert, l'ondulation de couple pour un harmonique donné est vue comme une perturbation constante. Afin de rejeter cette perturbation constante pour une vitesse moyenne stabilisée, une action intégrale doit être présente dans le correcteur. Par conséquent, un correcteur de type Proportionnel-Intégral (PI) assurera de bonnes performances. Dans notre cas, la synthèse est multivariable (partie réelle et imaginaire) et est basée sur une synthèse de type H_∞. Le correcteur $K(\omega_0)$ est obtenu en résolvant un système d'inégalités matricielles linéaires (LMI) pour chaque harmonique.

Soit le correcteur PI suivant :

$$u = F_1 y + \int_0^t F_2 y(\mu) d\mu \tag{3.31}$$

Les inconnues sont les matrices F_1 et $F_2 \in R^{n_u \times n_y}$.

Soit $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \int_0^t y(\tau) d\tau \end{bmatrix}$

En combinant les équations (3.30), (3.31) et la définition de z, le système peut être représenté sous une forme augmentée :

$$\dot{z} = \bar{A}(\omega_0)z + \bar{B}_w w + \bar{B}_u u$$

Les matrices $\bar{A}, \bar{B}_u$ et $\bar{B}_w$ sont définies comme suit :

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ C_y & 0 \end{pmatrix}, \bar{B}_u = \begin{pmatrix} B_u \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{B_w} = \begin{pmatrix} B_w \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

Soit $\bar{y} = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{pmatrix}$ avec :

$$\bar{y}_1 = \begin{pmatrix} C_y & 0 \end{pmatrix} z \tag{3.33}$$

$$\bar{y}_2 = \begin{pmatrix} 0 & I \end{pmatrix} z. \tag{3.34}$$

Dans ce cas, nous avons :

$$\bar{u} = F_1\bar{y}_1 + F_2\bar{y}_2 = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \end{pmatrix} \bar{y} = \bar{F}\bar{y} \tag{3.35}$$

Le problème de synthèse des correcteurs PI est transformé en un problème de synthèse par retour de sortie statique :

$$\begin{cases} \dot{z} & = \bar{A}(\omega_0)z + \bar{B}_w w + \bar{B}_u u \\ \bar{y} & = \bar{C}z \\ \bar{u} & = \bar{F}\bar{y} \end{cases} \tag{3.36}$$

où :

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

Trouver un retour de sortie statique par synthèse H_∞ est équivalent à chercher $\bar{F}$ de la forme (3.35) tel que le transfert T_{wy} entre w et y soit stable en minimisant

$$\|T_{wy}\|_\infty < \gamma, \tag{3.38}$$

où $\gamma > 0$ et $\|.\|_\infty$ représente la norme H_∞. Ce problème est connu sous le nom de lemme borné réel.

Lemme 1 *La norme H_∞ est inférieure à γ si seulement si il existe une matrice symétrique définie positive P telle que :*

$$\begin{pmatrix} PA_f + A_f^T P & P\bar{B}_w & \bar{C}^T \\ \bar{B}_w^T P & -\gamma I & 0 \\ \bar{C} & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \tag{3.39}$$

avec $A_f = \bar{A} + \bar{B}_u\bar{F}\bar{C}$.

Théorème 1 *Considérons le système défini par (3.36), la boucle fermée est stable si et seulement si :*

1. *le vecteur $\bar{u}$ est donnée par :*
   $\bar{u} = F_1\bar{y}_1 + F_2\bar{y}_2 = \bar{F}\bar{y}$
   $\bar{F} = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \end{pmatrix}$
2. *Minimiser $\gamma > 0$ sur les variables des LMIs suivantes*
   $P = P^T > 0$

   $$\begin{pmatrix} PA_0 + A^TP_0 + \bar{C}^T\bar{C} & P\bar{B}_w \\ \bar{B}_w^TP & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0,$$

   où $A_0 = \bar{A} + \bar{B}_2\bar{F}_0$ et $\bar{F}_0$ est un retour d'état qui stabilise le système.

3. *Avec $\bar{F}_0$, P et γ, trouver $\bar{F}$ solution de la LMI suivante*

   $$\begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma I & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
   $$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A0 & \bar{B}_u & -I & 0 \end{pmatrix} \right\}$$
   $$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1\bar{B}_2 \\ f2\bar{B}_2 \\ f3\bar{B}_2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \right\}$$
   $$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L\bar{C} - G\bar{F}_0 & 0 & -G \end{pmatrix} \right\} < 0$$

   où $f1$, $f2$, $f3$ sont des matrices non nulles et les matrices G et L sont telles que $\bar{F} = G^{-1}L$.

La preuve de ce théorème est basée sur l'application directe du lemme d'élimination ([ISG98]).

Preuve :

Les lemmes suivants sont utilisés pour la preuve de théorème

Lemme 2 *Les deux conditions sont équivalentes*

1. *Soit ϕ, a et b sont données tels que*

   $$\begin{pmatrix} \phi & a + bG^T \\ a^T + Gb^T & -G - G^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi & a \\ a^T & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} G \begin{pmatrix} b^T & -I \end{pmatrix} \right\} < 0$$

   est vérifiée pour la variable G.

2. Soit ϕ, a et b sont données tels que

$$\begin{aligned}\phi &< 0\\ \phi + ab^T + ba^T &< 0\end{aligned}$$

Le lemme suivant est le deuxième utilisation du lemme d'élimination. Il est utilisée lorsque la matrice ϕ qui apparaît dans le lemme 2 n'est pas nécessairement définie négative. La preuve est omise car elle est une application directe du lemme d'élimination.

Lemme 3 *Les deux conditions sont équivalentes*

1. Soit ϕ, a et b sont données tels que la LMI

$$\begin{pmatrix} \phi & a \\ a^T & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b^T & -I \end{pmatrix} \right\} < 0$$

est verifiée pour les variables f et g.

2. Soit ϕ, a et b sont données tels que

$$\phi + ab^T + ba^T < 0$$

Notez que (3.39) peut être écrite sous cette forme

$$\begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 \\ 0 & -\gamma^2 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} P \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_f & B_f \end{pmatrix} \right\} < 0 \tag{3.40}$$

en appliquant le lemme 3 , l'équation (3.40) devient équivalente à

$$\begin{aligned}\mathcal{M} = &\begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 & P \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ P & 0 & 0 \end{pmatrix}\\ &+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_f & B_f & -I \end{pmatrix} \right\} < 0\end{aligned} \tag{3.41}$$

avec B_f=B_w

Soit

$$\begin{aligned}A_f &= \bar{A} + \bar{B}_u\bar{F}_0 - \bar{B}_u\bar{F}_0 + \bar{B}_u\bar{F}\bar{C},\\ &= A_0 + \bar{B}_u(\bar{F}\bar{C} - \bar{F}_0).\end{aligned}$$

Dans ce cas, $\mathcal{M}$ peut être écrite comme suit

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 & P \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ P & 0 & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 & \bar{B}_w & -I \end{pmatrix} \right\}$$
$$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1\bar{B}_u \\ f2\bar{B}_u \\ f3\bar{B}_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{F}\bar{C} - \bar{F}_0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} < 0$$

ce qui peut s'écrire, en utilisant le lemme 2 comme suit

$$\begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 & \bar{B}_w & -I & 0 \end{pmatrix} \right\}$$
$$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1\bar{B}_u \\ f2\bar{B}_u \\ f3\bar{B}_u \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \right\} \tag{3.42}$$
$$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L\bar{C} - G\bar{F}_0 & 0 & 0 & -G \end{pmatrix} \right\} < 0$$

L'inégalité (3.42) est vérifiée si est seulement si

$$\begin{pmatrix} \bar{C}^T\bar{C} & 0 & P \\ 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ P & 0 & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 & \bar{B}_w & -I \end{pmatrix} \right\} < 0 \tag{3.43}$$

En utilisant le lemme 3 ci dessus , l'inégalité (3.43) est équivalente à

$$\begin{pmatrix} PA_0 + A_0^T P + \bar{C}^T\bar{C} & P\bar{B}_w \\ \bar{B}_w^T P & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0, \tag{3.44}$$

qui est la condition 2 du théorème.

3.2.1.5 Résultats de simulation

Afin d'illustrer la stratégie de contrôle définie précédemment, nous présentons dans cette partie les résultats obtenus sur le simulateur élaboré à partir du banc expérimental. La loi de commande est appliquée pour les deux premiers harmoniques. Les tests ont été effectués pour une vitesse de rotation de l'arbre de $w_{th} = 900rpm$ $(94.24rad/s)$

Le correcteur est d'ordre 2. Pour une fréquence de 15Hz, on a :

$$F_{1_{15}} = \begin{bmatrix} -0.4366 & 0.0062 \\ -0.0062 & -0.4366] \end{bmatrix}; F_{2_{15}} = \begin{bmatrix} -0.3184 & -11.3700 \\ -11.3700 & 0.3184 \end{bmatrix}.$$

et pour une fréquence de 22.5Hz :

$$F_{1_{22.5}} = \begin{bmatrix} -0.4544 & 0.0095 \\ -0.0095 & -0.4544] \end{bmatrix}; F_{2_{22.5}} \begin{bmatrix} -0.9061 & -20.7248 \\ -20.7248 & 0.9061 \end{bmatrix}.$$

La figure 3.8 présente les réponses sans contrôle actif de 0 à 7s, et avec contrôle actif après 7s.

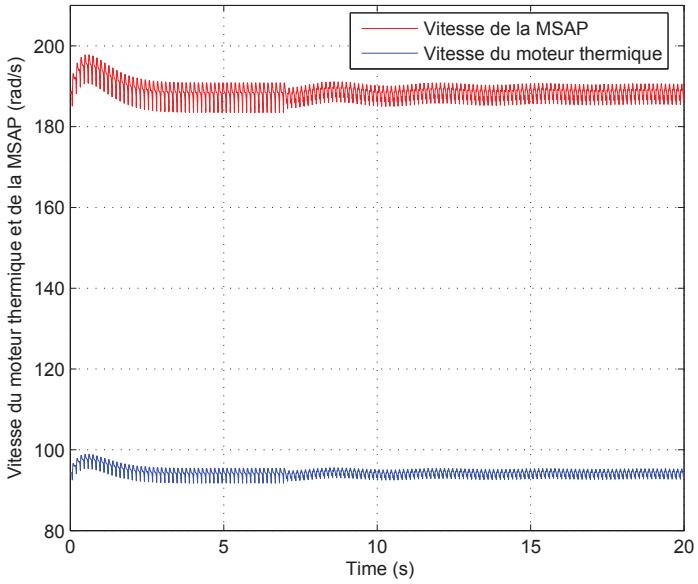


FIGURE 3.8 – Réponse avec le contrôle actif de couple

Comme le montre la figure 3.9, les deux premiers harmoniques de couple ont été correctement rejetés.

L'avantage de cette structure de commande est qu'elle génère un couple moyen proche de zéro. Les résultats de simulation montrent l'intérêt de cette approche qui reste cependant limitée d'un point de vue expérimental. Cette limitation est au niveau de l'implémentation de cette approche en temps réel et s'explique par le retard induit par les filtres passe bas utilisés dans la boucle de contrôle pour l'analyse et la synthèse du signal de vitesse mesuré. Nous proposons par la suite une estimation en temps réel des harmoniques du signal sans filtrage pour répondre à ce problème.

3.2.2 Deuxième approche

Afin de résoudre le problème des retards introduit par les filtres passe bas utilisés dans les blocs d'analyse et de synthèse de la transformée de Hilbert, nous proposons de procéder à une estimation en ligne des composantes réelles et imaginaires du signal de vitesse tout en conservant la même stratégie de contrôle [NCCM10, NCC10].

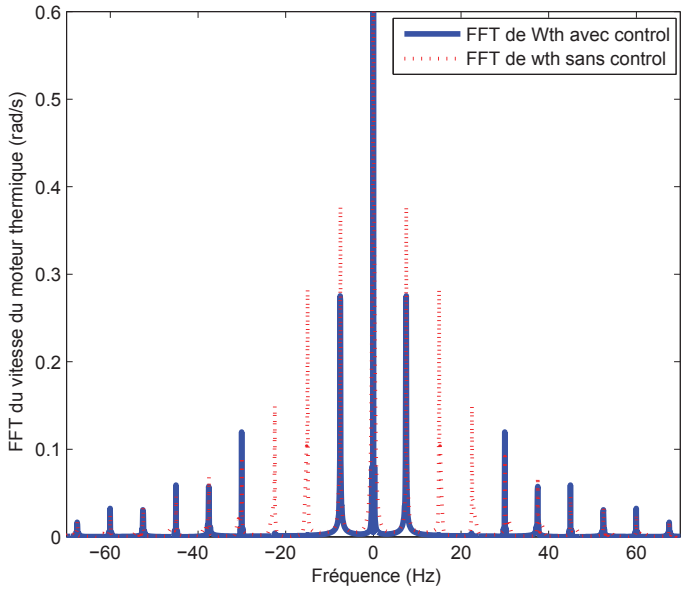


FIGURE 3.9 – FFT de la vitesse du moteur thermique

3.2.2.1 Estimation du signal de vitesse par une décomposition harmonique

Le modèle du signal de vitesse du moteur thermique est de la forme suivante :

$$\omega_{th}(t) = \sum_{i=0}^{N} a_i(t) e^{ji\theta_{th}(t)} \tag{3.45}$$

où $a_i(t)$ est un coefficient complexe du type $a_i(t) = a_{Ri}(t) + ja_{Ii}(t) \in \mathbb{C}$ et N est le nombre d'harmoniques utilisés pour reconstruire le signal de vitesse.

Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \omega_{th}(t) = \sum_{i=0}^{N=8} & a_{Ri}(t)cos(i\theta_{th}(t)) - a_{Ii}(t)sin(i\theta_{th}(t)) \\ & + j\left(a_{Ri}(t)sin(i\theta_{th}(t)) + a_{Ii}(t)cos(i\theta(t))\right) \end{aligned} \tag{3.46}$$

Le signal $\omega_{th}(t)$ étant réel, (3.46) conduit à

$$\begin{cases} \omega_{th}(t) = \sum_{i=0}^{N=8} a_{Ri}(t)cos(i\theta_{th}(t)) - a_{Ii}(t)sin(i\theta_{th}(t)) \\ 0 = a_{Ri}(t)sin(i\theta_{th}(t)) + a_{Ii}(t)cos(i\theta_{th}(t)) \end{cases} \tag{3.47}$$

En posant

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & cos(\theta_{th}(t)) & -sin(\theta_{th}(t)) & ... & cos(N\theta_{th}(t)) & -sin(N\theta_{th}(t)) \\ 0 & 1 & sin(\theta_{th}(t)) & cos(\theta_{th}(t)) & ... & sin(N\theta_{th}(t)) & cos(N\theta_{th}(t)) \end{bmatrix} \tag{3.48}$$

et $y(t) = \begin{bmatrix} \omega_{th}(t) & 0 \end{bmatrix}^T$, la solution de l'algorithme des moindres carrés avec facteur d'oubli [GL95] pour les paramètres a_{Ri} et a_{Ii} est donnée par

$$\begin{cases} \hat{a}_i(t) = \hat{a}_i(t-1) - P(t)\varphi(t)\varepsilon(t) \\ P(t) = \frac{1}{\lambda(t)}\left[P(t-1) - \frac{P(t)\varphi(t)\varphi(t)^T P(t-1)}{\lambda(t)+\varphi(t)^T P(t-1)\varphi(t)}\right] \\ \varepsilon(t) = y(t) - \hat{a}_i(t-1)\varphi(t) \end{cases}$$

avec $\lambda(t) = \lambda(0)\lambda(t-1) + q(1-\lambda(0))$, $0 < q < 1$ et $q = 0.99$.

Soulignons que l'introduction du facteur d'oubli $\lambda(t)$ dans le calcul récursif de la matrice d'daptation $P(t)$ permet de suivre les variations de régime.

Pour montrer l'efficacité de la méthode d'estimation, une analyse fréquentielle du signal de vitesse du moteur ω_{el} est présentée sur la figure 3.10 pour $N = 8$. Les différents harmoniques sont multiples de la fréquence $7,5Hz$ qui correspond au fondamental de la vitesse à $900tr/mn$. Ces harmoniques sont dûs au processus de combustion.

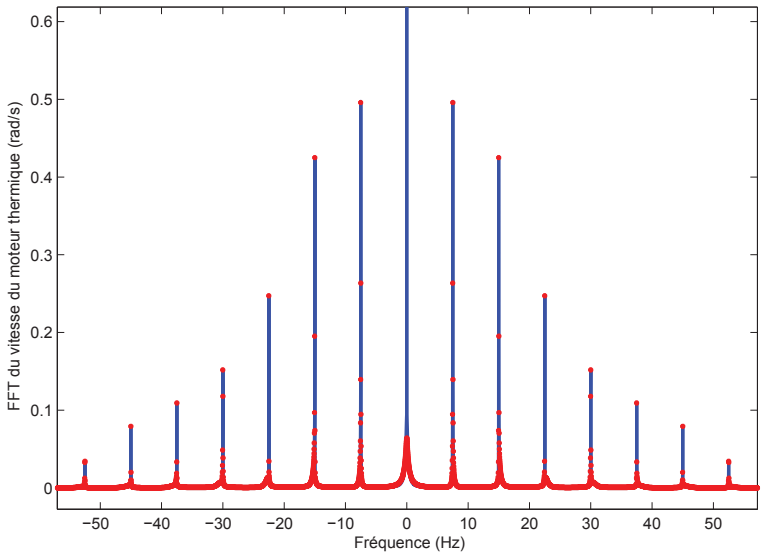


FIGURE 3.10 – L'analyse fréquentielle du signal de vitesse mesuré (trait plein), l'analyse fréquentielle du signal de vitesse estimé (points)

La reconstruction efficace du signal de vitesse à partir des coefficients estimés des 8 premiers harmoniques est présentée sur la figure 3.11.

Cette figure montre une bonne estimation du signal de vitesse et prouve que l'estimation des coefficients des 8 premiers harmoniques est largement suffisante pour assu-

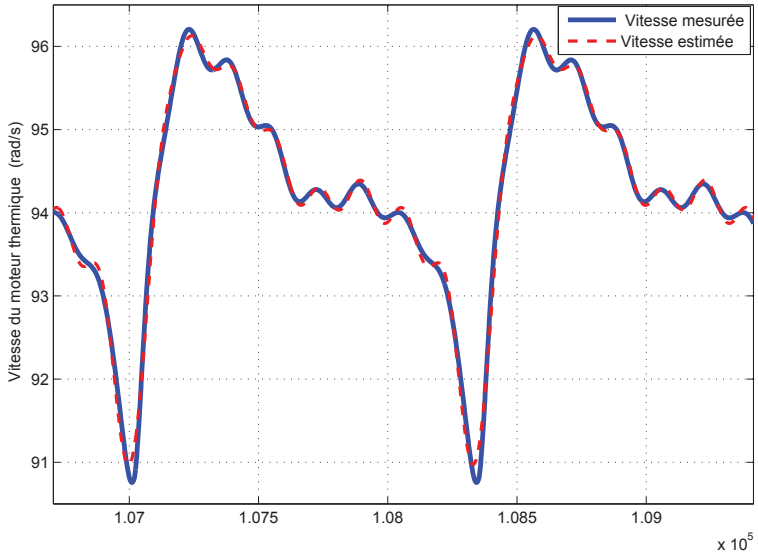


FIGURE 3.11 – Le signal de vitesse mesuré du moteur diesel (trait plein), Le signal de vitesse estimé du moteur diesel (points)

rer la reconstruction de ce signal dans un temps suffisamment court pour conserver la stabilité de la boucle de contrôle.

A partir de ces composantes, il est ensuite possible de reconstruire le signal de référence souhaité ω_{ref}. Ce signal de référence peut être synthétisé lors de l'étape de reconstruction pour assurer la réduction ou l'élimination des harmoniques indésirables en fonction du choix des composantes de chaque harmonique du signal estimé $\hat{\omega}_{th}$. Il est à noter que cette approche par estimation supprime le filtre passe-bas.

La nouvelle structure de régulation est représentée sur la figure 3.12.

3.2.2.2 Modèle à représentation d'état

Les termes variables de la vitesse ω_{th}, générés par les ondulations du couple, peuvent être écrit comme une série de N harmoniques à rejeter. Comme nous l'avons vu auparavant, les dynamiques de la vitesse peuvent être obtenues et réécrites comme suit (nous prenons en compte dans ce modèle la dynamique du système poulie-courroie) :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{\theta}_{th} & = & \omega_{th} \\ J_1\dot{\omega}_{th} & = & k(\frac{\theta_{el}}{n} - \theta_{th}) + c(\frac{\omega_{el}}{n} - \omega_{th}) + (T_p + T_i) - T_l \\ \dot{\theta}_{el} & = & \omega_{el} \\ J_2\dot{\omega}_{el} & = & k(\frac{\theta_{th}}{n} - \frac{\theta_{el}}{4}) + c(\frac{\omega_{th}}{n} - \frac{\omega_{el}}{4}) + \frac{3}{2}p\lambda i_q \end{array}\right. , \tag{3.49}$$

Soit $x_a(t)$ à la fréquence ω_0

$$x_a(t) \;=\; \tilde{X}(t)\; e^{j\omega_0 t}$$

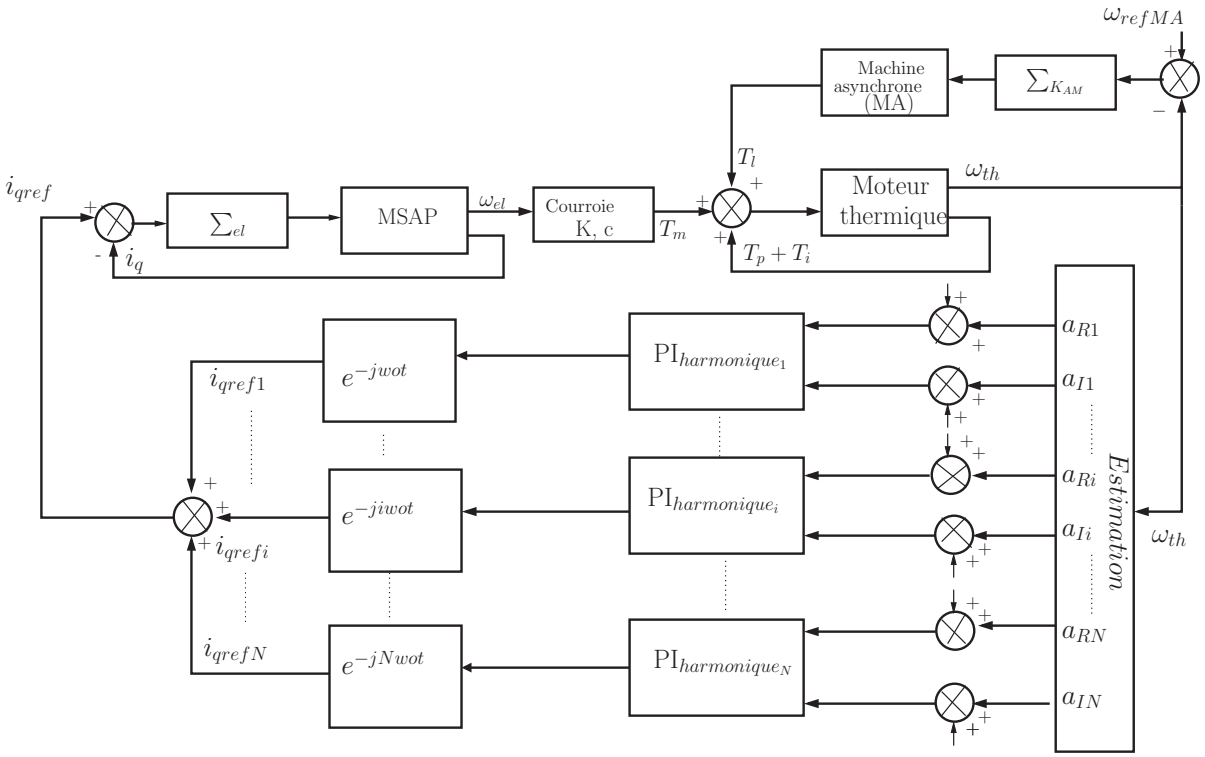


FIGURE 3.12 – Boucle de contrôle

avec $\tilde{X}(t) = \tilde{X}_R(t) + j\tilde{X}_I(t) \in \mathbb{C}$, alors,

$$\dot{x}_a(t) = (\dot{\tilde{X}}(t) + j\omega_0\tilde{X}(t))e^{j\omega_0 t} \tag{3.50}$$

La boucle de courant du moteur électrique est modélisée par un premier ordre : Σ_{el}

$$i_q(s) = (\frac{1}{1+\tau_e s})i_{qref}(s) \tag{3.51}$$

Soit $\tilde{\omega}_{th} = \tilde{\omega}_{th_R} + j\tilde{\omega}_{th_I}$, $\tilde{\theta}_{th} = \tilde{\theta}_{th_R} + j\tilde{\theta}_{th_I}$, $\tilde{\omega}_{el} = \tilde{\omega}_{el_R} + j\tilde{\omega}_{el_I}$, $\tilde{\theta}_{el} = \tilde{\theta}_{el_R} + j\tilde{\theta}_{el_I}$, $\tilde{I}_q = \tilde{I}_{qR} + j\tilde{I}_{qI}$ et $\tilde{T} = (\tilde{T}_p + \tilde{T}_i) - \tilde{T}_l = \tilde{T}_R + j\tilde{T}_I$,

A partir des équations de la dynamique de la vitesse et de l'équation du modèle de la boucle de contrôle du courant de la machine synchrone, les équations (3.49) et (3.51) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_{th} + j\omega_0\tilde{\theta}_{th} &= \tilde{\omega}_{th} \\ J_1(\dot{\tilde{\omega}}_{th} + j\omega_0\tilde{\omega}_{th}) &= k(\frac{\tilde{\theta}_{el}}{n} - \tilde{\theta}_{th}) + d(\frac{\tilde{\omega}_{el}}{n} - \tilde{\omega}_{th}) + \left(\tilde{T}_p + \tilde{T}_i\right) - \tilde{T}_l \\ \dot{\tilde{\theta}}_{el} + j\omega_0\tilde{\theta}_{el} &= \tilde{\omega}_{el} \\ J_2(\dot{\tilde{\omega}}_{el} + j\omega_0\tilde{\omega}_{el}) &= k(\frac{\tilde{\theta}_{th}}{n} - \frac{\tilde{\theta}_{el}}{4}) + c(\frac{\tilde{\omega}_{th}}{n} - \frac{\tilde{\omega}_{el}}{4}) + \frac{3}{2}p\lambda i_q \\ \dot{\tilde{I}}_q + j\omega_0\tilde{I}_q &= \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_q + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref} \end{cases} \tag{3.52}$$

La représentation d'état est donnée par :

$$\begin{cases}
\dot{\tilde{\theta}}_{th_R} &= \tilde{\omega}_0\tilde{\theta}_{th_I} + \tilde{\omega}_{th_R} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{th_I} &= -\omega_0\tilde{\theta}_{th_R} + \tilde{\omega}_{th_I} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{th_R} &= \frac{-K}{J_1}\tilde{\theta}_{th_R} + \frac{K}{nJ_1}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_1}\tilde{\omega}_{el_R} - \frac{c}{J_1}\tilde{\omega}_{th_R} + \omega_0\tilde{\omega}_{th_I} + \frac{\tilde{T}_R}{J_1} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{th_I} &= \frac{-K}{J_1}\tilde{\theta}_{th_I} + \frac{K}{nJ_1}\tilde{\theta}_{el_I} + \frac{c}{nJ_1}\tilde{\omega}_{el_I} - \frac{c}{J_1}\tilde{\omega}_{th_I} - \omega_0\tilde{\omega}_{th_R} + \frac{\tilde{T}_R}{J_1} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{el_R} &= \tilde{\omega}_0\tilde{\theta}_{el_I} + \tilde{\omega}_{el_R} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{el_I} &= -\omega_0\tilde{\theta}_{el_R} + \tilde{\omega}_{el_I} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{el_R} &= \frac{K}{nJ_2}\tilde{\theta}_{th_R} - \frac{K}{4J_2}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_2}\tilde{\omega}_{th_R} - \frac{c}{4J_2}\tilde{\omega}_{el_R} + \omega_0\tilde{\omega}_{el_I} + \frac{3}{2J_2}p\lambda\tilde{I}_{q_R} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{el_I} &= \frac{K}{nJ_2}\tilde{\theta}_{th_I} - \frac{K}{4J_2}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_2}\tilde{\omega}_{th_R} - \frac{c}{4J_2}\tilde{\omega}_{el_R} - \omega_0\tilde{\omega}_{el_I} + \frac{3}{2J_2}p\lambda\tilde{I}_{q_I} \\
\dot{\tilde{I}}_{q_R} &= \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_R} + \omega_0\tilde{I}_{q_I} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_R} \\
\dot{\tilde{I}}_{q_I} &= \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_I} - \omega_0\tilde{I}_{q_R} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_I}
\end{cases} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= A(\omega_0)x + B_w w + B_u u \\
y &= C_y x + D_{yu} u
\end{aligned} \tag{3.54}$$

où $x^T = \left[\tilde{\theta}_{th_R}\ \tilde{\theta}_{th_I}\ \tilde{\omega}_{th_R}\ \tilde{\omega}_{th_I}\ \tilde{\theta}_{el_R}\ \tilde{\theta}_{el_I}\ \tilde{\omega}_{el_R}\ \tilde{\omega}_{el_I}\ \tilde{I}_{q_R}\ \tilde{I}_{q_I}\right] \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et $u^T = [\tilde{I}_{qref_R}\ \tilde{I}_{qref_I}] \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrée, $y = [\tilde{\omega}_{th_R}\ \tilde{\omega}_{th_I}] \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur des sorties contrôlées, $w^T = \left[\tilde{T}_R\ \tilde{T}_I\right] \in \mathbb{R}^{n_w}$ représente les entrées exogènes (perturbation réelle et imaginaire du couple) et nous obtenons pour la représentation d'état les matrices suivantes :

$$A(\omega_0) = \begin{bmatrix}
0 & \omega_0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\omega_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{-k}{J_1} & 0 & \frac{-c}{J_1} & \omega_0 & \frac{k}{nJ_1} & 0 & \frac{c}{nJ_1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{-k}{J_1} & -\omega_0 & \frac{-c}{J_1} & 0 & \frac{k}{nJ_1} & 0 & \frac{c}{nJ_1} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\frac{k}{nJ_2} & 0 & \frac{c}{nJ_2} & 0 & \frac{-k}{4J_2} & 0 & \frac{-c}{4J_2} & \omega_0 & \frac{3}{2J_2}p\lambda & 0 \\
0 & \frac{k}{nJ_2} & 0 & \frac{c}{nJ_2} & 0 & \frac{-k}{4J_2} & -\omega_0 & \frac{-c}{4J_2} & 0 & \frac{3}{2J_2}p\lambda \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_e} & \omega_0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0 & \frac{-1}{\tau_e}
\end{bmatrix}$$

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e} \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad D_{yu} = 0_{n \times n_u}$$

3.2.2.3 Synthèse des PI multivariables

Cette modélisation dans un référentiel tournant transforme les perturbations sinusoïdales synchrones avec la vitesse de rotation du référentiel en perturbations constantes. Pour rejeter parfaitement une perturbation constante, une action intégrale doit être présente dans le correcteur. Par conséquent, un correcteur proportionnel intégral sera adapté pour rejeter ce genre de perturbations. La synthèse du correcteur PI est basée sur un critère de type H_∞ afin de réduire l'influence des perturbations d'entrée w sur le signal de sortie y. Les correcteurs sont obtenus en résolvant des inégalités matricielles linéaires (LMI) pour chaque harmonique.

Soit le correcteur PI défini par l'équation (3.31) :

$$u = F_1 y + \int_0^t F_2 y(\mu) d\mu, \tag{3.55}$$

F_1 et $F_2 \in R^{n_u \times n_y}$ sont des inconnues à déterminer.

Soit $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \int_0^t y(\mu) d\mu \end{bmatrix}$.

En combinant les équations (3.54), (3.31) et la définition de z, le retour dynamique de sortie s'exprime comme un retour statique de sortie.

Théorème 2 *Considérons le système défini par (3.54), le vecteur de contrôle est défini par (3.35), le système en boucle fermée (3.36) est stable si les conditions suivantes sont vérifiées :*

1. *Minimiser $\gamma > 0$ sur les variables des LMIs suivantes*

   $P = P^T > 0$

$$\begin{pmatrix} A_0P + PA_0^T & \bar{B}_w & P\bar{C}^T \\ \bar{B}_w^T & -\gamma I & 0 \\ \bar{C}P & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} < 0,$$

avec $A_0 = \bar{A} + \bar{B}_u\bar{F}_0$, $\bar{F}_0$ *est le retour d'état qui stabilise le système.*

2. *Avec* $\bar{F}_0$, P *et* γ, *trouver* $\bar{F}$ *solution de la LMI suivante*

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \bar{C}^T & P & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C} & 0 & -\gamma I & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \\ f4 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 & \bar{B}_w & 0 & -I & 0 \end{pmatrix} \right\}$$
$$+ Sym\left\{ \begin{pmatrix} f1\bar{B}_u \\ f2\bar{B}_u \\ f3\bar{B}_u \\ f4\bar{B}_u \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \right\} + Sym\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L\bar{C} - G\bar{F}_0 & 0 & 0 & 0 & -G \end{pmatrix} \right\} < 0$$

où $f1$, $f2$, $f3$, $f4$ *sont des matrices non nulles et les matrices* G *et* L *sont telles que* $\bar{F} = G^{-1}L$.

La preuve de ce théorème est similaire au théorème précédent et ne sera pas détaillée.

3.2.2.4 Résultats expérimentaux

Afin d'illustrer cette approche de commande, nous présentons dans cette partie des résultats obtenus sur le banc d'essais. Les tests ont été effectués pour un moteur thermique à la vitesse w_{th} autour de $900tr/mn$ ($94.24rad/s$), avec une période d'échantillonnage de $4 \times 10^{-4}s$, $600\mu s$ de temps d'injection, $700bar$ de pression de rail et un débit de carburant = ($13.3mg/coup$).

3.2.2.5 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz)

Nous commençons par présenter les résultats concernant l'atténuation complète du premier harmonique. Les paramètres suivants des contrôleurs PI ont été trouvés pour la boucle de contrôle afin d'annuler cet harmonique à la fréquence $7,5Hz$ ($900tr/mn$) qui correspond au pic maximum de pression produit par l'explosion dans la chambre de combustion. Du côté de la machine électrique, on retrouve cet harmonique à 15Hz (en tenant compte du rapport de réduction).

$$F_{1_{7.5}} = \begin{bmatrix} -0.86 & -2.43 \\ -2.58 & -0.36 \end{bmatrix}; F_{2_{7.5}} = \begin{bmatrix} -0.84 & -4.20 \\ -4.58 & -0.45 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma = 0.002$
La figure 3.13 représente la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif de 0 à 24.5s et sans contrôle actif après 24.5s. Cette figure permet d'apprécier le temps de réponse de l'algorithme de contrôle.

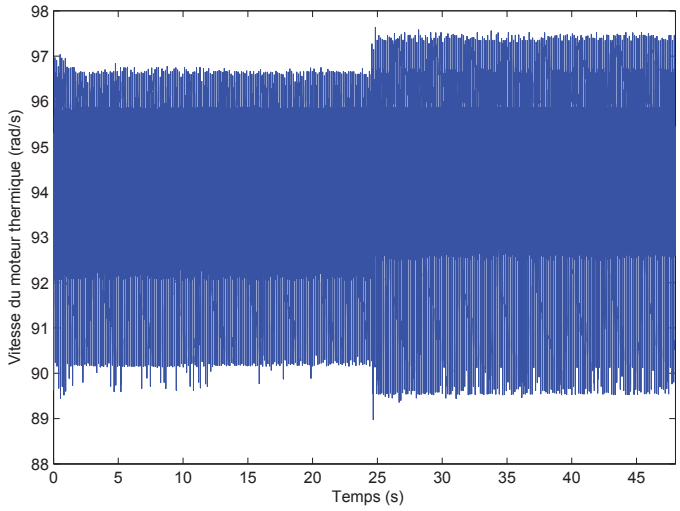


FIGURE 3.13 – Vitesse du moteur thermique avec [0 24.5s] et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

La figure 3.14 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif (de 24.5 à 47.5s). On peut noter les amplitudes en rad/s des ondulations de vitesses.

La figure 3.15 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif. L'harmonique qui correspond à la fréquence $7.5Hz$ a été correctement rejeté.

La figure 3.16 présente le couple fourni par la machine synchrone dans les mêmes conditions de test. Sa valeur maximale est de $20.11Nm$ et sa valeur moyenne égale à $0.15Nm$. Cette valeur moyenne est essentiellement due aux offsets des capteurs de courants/tensions de la machine synchrone. Les valeurs de couple sont données pour la machine électrique. Ces valeurs sont donc doublées pour la machine thermique.

La figure 3.17 présente la puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour rejeter le premier harmonique $7.5Hz$. Sa valeur maximale est égale à $3209W$ et la valeur moyenne à $-27W$. Cette valeur montre que l'on génère ou consomme très peu d'énergie moyenne pour éliminer cet harmonique. Par contre, il faut mettre à disposition une source d'énergie d'environ $3kW$ réversible. Dans ce cas, il faut fournir $3kW$ en pic dans l'alternance positive de la sinusoïde et stocker $3kW$ en pic dans l'alternance négative.

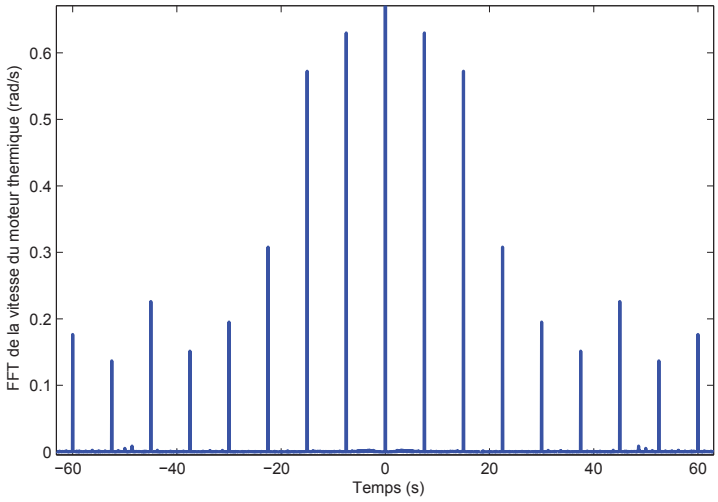


FIGURE 3.14 – FFT de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

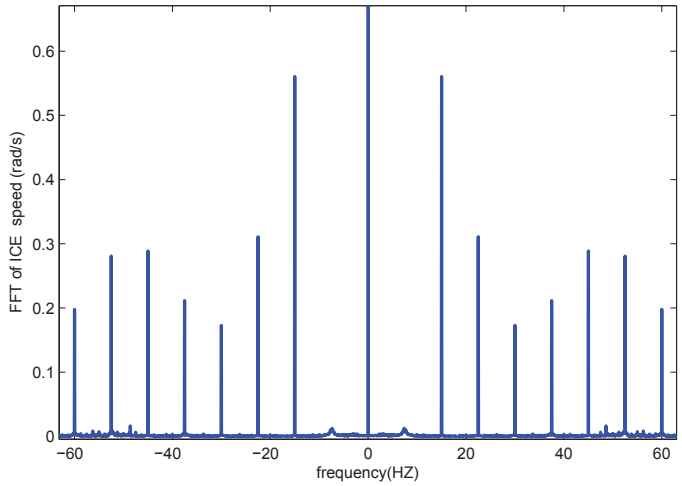


FIGURE 3.15 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

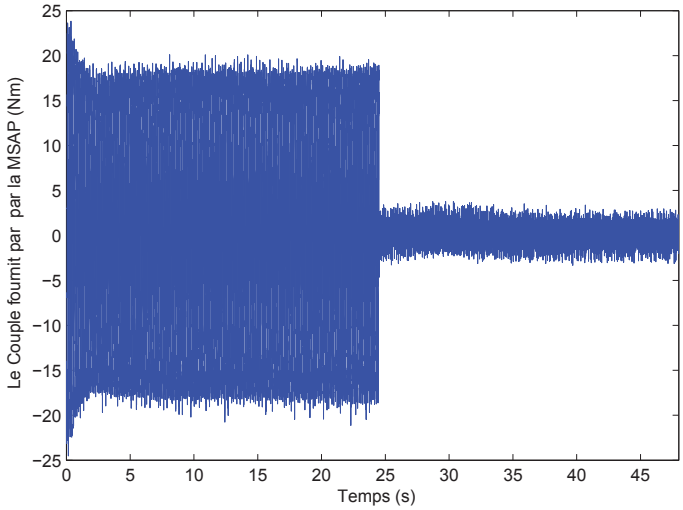


FIGURE 3.16 – Couple fourni par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

La figure 3.18 présente de plus prés le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle.

3.2.2.6 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz)

Nous présenterons dans ce paragraphe les résultats de rejet des trois premiers harmoniques pour différents modes de fonctionnement.
En plus des paramètres $F_{1_{7.5}}$ et $F_{2_{7.5}}$ pour l'annulation du premier harmonique, les paramètres suivants des contrôleurs PI ont été trouvés pour la boucle de contrôle afin d'annuler les harmoniques aux fréquences $15Hz$ et $22.5Hz$, respectivement :

$$F_{1_{15}} = \begin{bmatrix} -0.19 & -5.31 \\ -5.00 & -0.83 \end{bmatrix}; F_{2_{15}} = \begin{bmatrix} -2.93 & -12.74 \\ -12.12 & -0.16 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma = 0.0019$

$$F_{1_{22.5}} = \begin{bmatrix} -2.70 & -5.43 \\ -5.25 & -0.87 \end{bmatrix}; F_{2_{22.5}} = \begin{bmatrix} -2.99 & -15.52 \\ -14.36 & -0.15 \end{bmatrix}$$

avec $\gamma = 0.002$
La loi de commande est appliquée sur le banc d'essais expérimental afin d'éliminer simultanément les trois premiers harmoniques.

La figure 3.19 représente la vitesse du moteur thermique avec contrôle (de 0 à 4.8s) et sans contrôle actif.

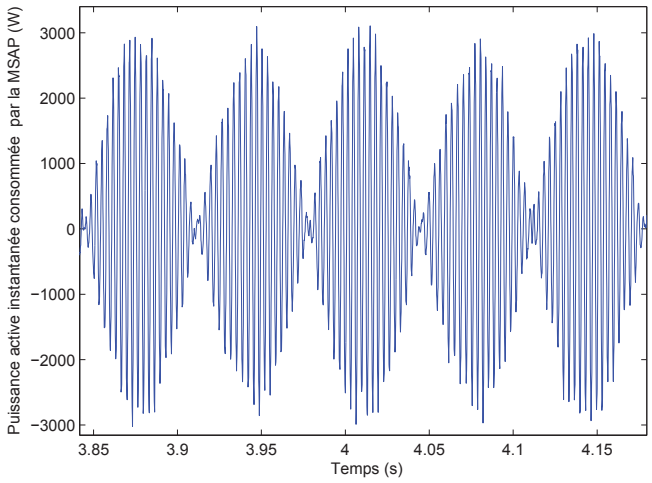


FIGURE 3.17 – Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

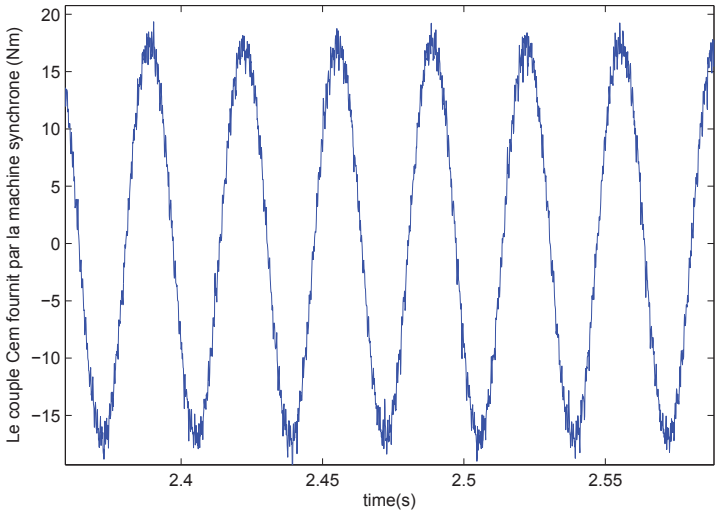


FIGURE 3.18 – Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

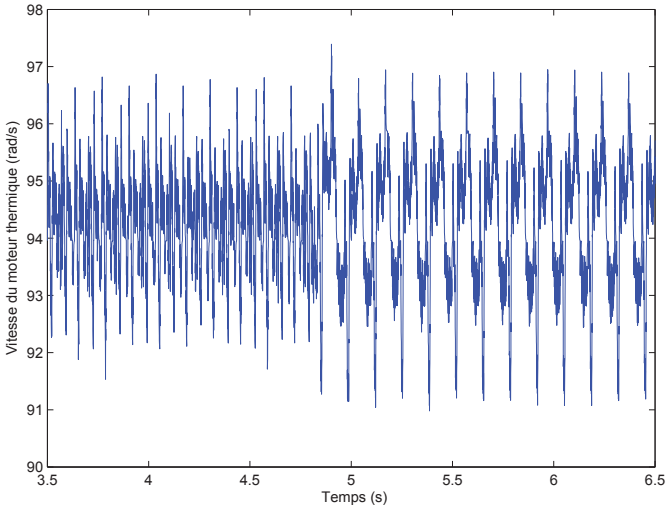


FIGURE 3.19 – Vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

La figure 3.20 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif. Les trois premiers harmoniques correspondant aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ ont été correctement rejetés.

La figure 3.21 présente le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle de 0 à $4.8s$. La valeur maximale est de $37.09Nm$ et la valeur moyenne égale à $0.117Nm$. A partir de $4.8s$, la boucle de contrôle est désactivée et la machine régule pour avoir un couple moyen autour de 0. Dans ce cas, la machine lutte contre les variations de couple et le couple instantané est non nul.

La figure 3.22 représente un grossiment du couple fourni par la machine synchrone avec contrôle actif. On peut constater le mélange des trois harmoniques de couple.

Sur la figure 3.23 est représentée la puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour rejeter les trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$. Sa valeur maximale est égale à $8711W$ et la valeur moyenne à $36W$.

Ces résultats montrent la faisabilité de l'atténuation des vibrations sur un véhicule hybride. L'actionneur génère un couple moyen très faible mais doit être capable de fournir des amplitudes de couple importantes.

Dans le cadre d'une variation de vitesse, le contrôleur est capable d'assurer la régulation bien que n'étant pas prévu pour une variation de vitesse. Le temps de réponse peut être abaissé à environ 0,5s. La figure 3.24 présente la variation instantanée de la vitesse de la machine thermique sans et avec contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$, $(900 tr/mn)$ et $\omega_{th} = 125.6637 rad/s$, $(1200 tr/mn)$. Le contrôleur est actif sur l'interval

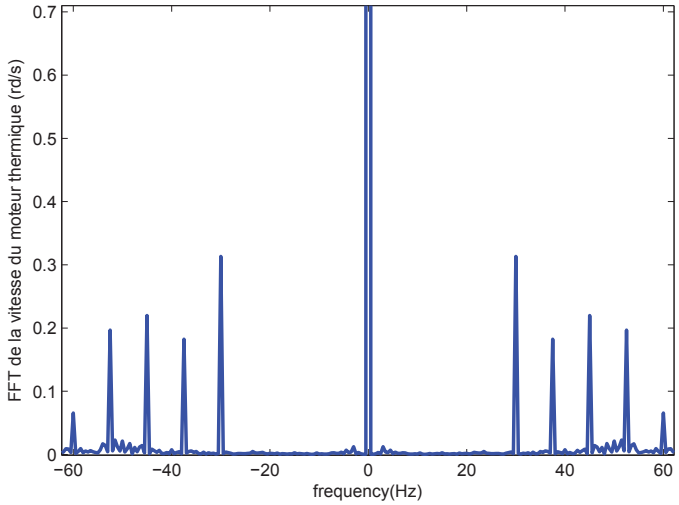


FIGURE 3.20 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

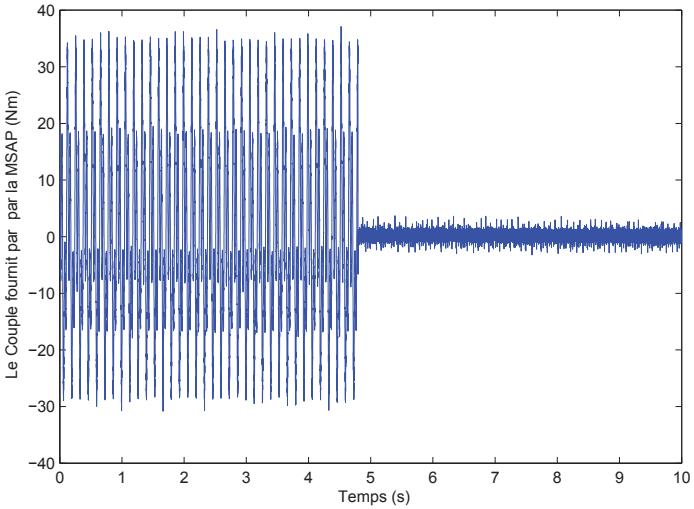


FIGURE 3.21 – Couple fourni par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

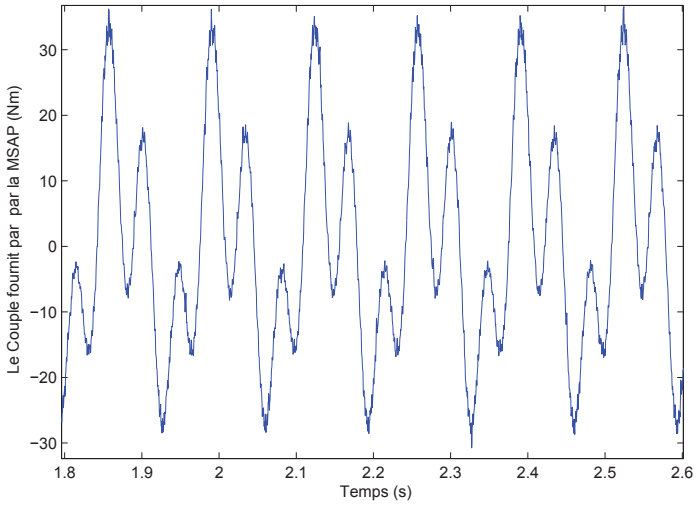


FIGURE 3.22 – Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

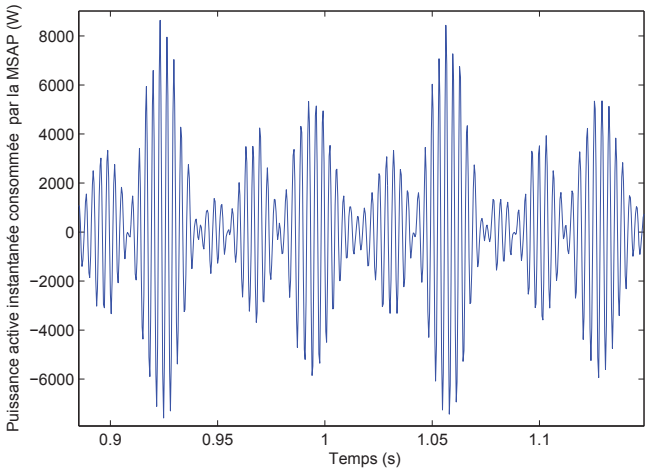


FIGURE 3.23 – Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.2478 rad/s$

de temps [38s,78s].

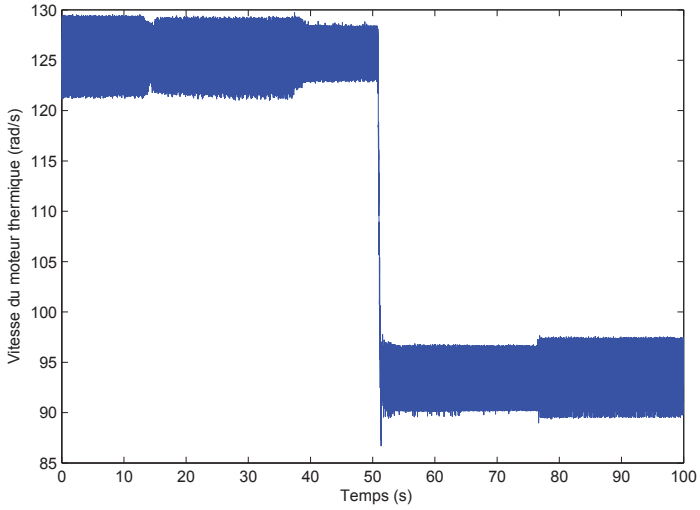


FIGURE 3.24 – Variation de la vitesse du moteur thermique avec est sans contrôle

Il est à noter que l'actionneur n'est pas conçu pour réaliser l'annulation active des ondulations du couple. Son rôle principal est de propulser le véhicule. Nous nous sommes placés dans une configuration hybride moyenne. Dans ce cas, le contrôle est superposé à la propulsion (couple constant). Le pire des cas est présenté ici, c'est à dire l'annulation totale des harmoniques, ce qui explique la forte demande en puissance. Si l'objectif est une réduction partielle des harmoniques, en particulier au niveau du deuxième harmonique qui correspond au couple inertiel, la demande de puissance sera diminuée.

3.3 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une stratégie de contrôle des pulsations de couple pour un véhicule hybride parallèle. L'actionneur est une machine synchrone à aimants permanents qui agit séparement sur chaque harmonique du signal de vitesse. L'atténuation partielle ou totale des harmoniques de couple ne requiert pas de couple moyen et agit simultanément avec la fonction de propulsion.

La loi de commande est basée sur un ensemble de correcteurs calés sur les harmoniques à atténuer. La synthèse des retours de sortie dynamiques intègre un critère H_∞, et est exprimée sous la forme d'un système d'inégalités matricielles linéaires.

Les résultats expérimentaux, réalisés sur un mono-cylindre mécaniquement déséquilibré, ont montré qu'il était possible de supprimer totalement les trois premiers harmoniques en faible charge, ce qui est impossible avec un volant d'inertie classique.

L'inconvénient de cette approche est qu'il faut déterminer un correcteur par harmonique. Nous présenterons au chapitre suivant une approche différente qui ne nécessite

la synthèse que d'un seul contrôleur.

4

Stratégies de contrôle des pulsations de couple en se basant sur une approche temporelle

Ce chapitre traite d'une stratégie de contrôle utilisant le principe du modèle interne basée sur la synthèse d'un seul correcteur par retour dynamique de sortie via la résolution d'un système d'inégalités matricielles linéaires (LMIs). Les résultats obtenus sur le simulateur et sur le banc expérimental montrent l'intérêt de cette approche.

4.1 Introduction

Nous avons utilisé dans le chapitre 3 une stratégie de contrôle des pulsations de couple basée sur une approche fréquentielle. Pour cette stratégie de contrôle, une représentation d'état du modèle du système a été développée en utilisant une transformation dans l'espace complexe. La synthèse de la loi de commande était basée sur le développement d'un correcteur proportionnel intégral (PI) pour chaque harmonique à atténuer. Les résultats expérimentaux ont montré l'efficacité de l'approche utilisée mais la nécessité de calculer un correcteur pour chaque harmonique à contrôler reste un inconvénient majeur. C'est pourquoi nous proposons une nouvelle façon de contrôler le couple créé par le processus de combustion dans le moteur thermique du groupe propulseur hybride parallèle.

Cette stratégie de contrôle, qui s'appuie sur une nouvelle représentation d'état du système, permet d'agir simultanément sur les différents harmoniques indésirables. Dans cette approche, un seul correcteur est synthétisé par retour dynamique de sortie. Ce correcteur, conçu pour le rejet asymptotique de perturbations persistantes, assure également une atténuation partielle ou la suppression complète de chaque harmonique. En général, cette approche est basée sur l'étude d'un problème multi-objectifs : la régulation (suivi asymptotique) en combinaison avec le rejet asymptotique des perturbations persistantes. Le problème est de trouver un correcteur qui garantit la stabilité interne d'un système donné tout en assurant le suivi asymptotique d'un signal de référence, même en présence de perturbations persistantes générées par un système exogène. Ce problème a initialement été présenté par [Dav72, FW75, Fra77], qui ont proposé une solution connue sous le nom du principe de la commande par modèle interne.

La régulation asymptotique nécessite généralement la duplication de la dynamique de la perturbation générée par un exosystème dans le correcteur. Celui-ci est composé de deux parties : une copie dûment construite à partir de l'exosystème qui génère les signaux de référence considérés comme des perturbations et un contrôleur d'accompagnement qui stabilise le système et assure les performances. Dans ce contexte, on peut citer les travaux de [LY99, KM00] pour la minimisation d'un critère quadratique, et de [CS00, SGC97, SSS00, KS08a] et [KS09] pour la prise en compte des performances (H_2, H_∞).

Pour la stratégie de contrôle proposée, nous avons utilisé l'estimation en temps réel par décomposition harmonique du signal de vitesse du moteur à combustion interne. Cette estimation permet de générer le signal de référence souhaité. Cela impose de modéliser complètement les deux parties de la chaîne de traction hybride. Cette modélisation prend en compte la complexité de la liaison entre les deux arbres de la machine synchrone et de la machine thermique. Rappelons que celle-ci est assurée par une courroie. Ainsi, le comportement de la courroie est introduit dans le modèle dynamique de chaque partie du système de propulsion. Nous utiliserons le formalisme des inégalités matricielles linéaires basé sur les méthodes [APA02], [APS03] et [MBB03] pour résoudre le problème de retour de sortie dynamique.

Ce chapitre est organisé comme suit. La partie suivante 4.2 présente la stratégie de contrôle des pulsations de couple du moteur thermique. Enfin, les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans la section 4.3.

4.2 Stratégie de contrôle

Dans le groupe motopropulseur hybride parallèle, le moteur électrique est utilisé pour contrôler le couple instantané produit par le moteur diesel. Ce couple est considéré comme une perturbation exogène. L'originalité de l'approche proposée consiste à concevoir un seul contrôleur qui peut agir séparément sur un ou plusieurs harmoniques indésirables du signal de couple [NCCM10]. Le problème de synthèse du correcteur est étudié afin de suivre le courant de référence (i_{qref}) et de rejeter la perturbation persistante (ondulations du couple) générée par la machine thermique. Il est basé sur une représentation d'état du système à contrôler qui est définie dans un référentiel fixe. Le correcteur est conçu en utilisant le principe du modèle interne et la notion de régulation asymptotique généralisée [HTL05]. Les objectifs de contrôle consistent à assurer la stabilité quadratique du système en boucle fermée et l'atténuation ou l'annulation des ondulations de couple.

La boucle de contrôle est représentée sur la figure 4.1.

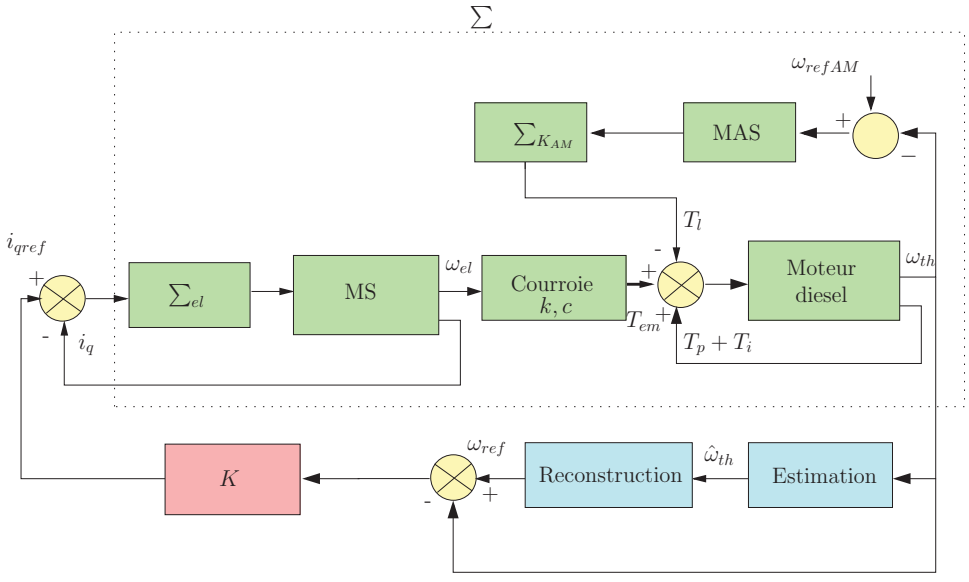


FIGURE 4.1 – Boucle de contrôle

4.2.1 Modèle à représentation d'état

A partir du modèle global du moteur propulseur hybride, une nouvelle représentation d'état du modèle du système a été développée dans le domaine temporel. Les dynamiques de la vitesse sont définies par le système (3.49) et le modèle à représentation d'état est donné par :

$$(\Sigma) : \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_w w + B_u u \\ y = C_y x + D_{yu} u \end{cases}, \tag{4.1}$$

où $x^T = [\theta_{th}, \omega_{th}, \theta_{el}, \omega_{el}] \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrée, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ représente les entrées exogènes, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de sortie.

Nous avons alors,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{J_1} & \frac{-c}{J_1} & \frac{-k}{nJ_1} & \frac{-c}{nJ_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{nJ_2} & \frac{c}{J_2} & \frac{-k}{4J_2} & \frac{-c}{4J_2} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{3}{2}\frac{p\lambda}{J_2} \end{bmatrix},$$

$$B_w = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}}_{B_w^1} & \cdots & \underbrace{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}}_{B_w^\eta} \end{bmatrix}, C_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, D_{yu} = \mathbb{O}_{n \times n_u},$$

où η est le nombre d'harmoniques à contrôler.

4.2.2 Régulation exacte en sortie

Le principe de la régulation exacte en sortie consiste à trouver un correcteur qui assure la poursuite asymptotique du signal de référence tout en assurant le rejet asymptotique des perturbations persistantes.

Soit le système linéaire multivariable décrit sur la figure 4.2. En terme de commande, deux objectifs sont poursuivis :

- *i)* poursuite asymptotique du signal de référence ω_2 par la sortie z_c telle que $lim_{t\to\infty} e(t) = 0$
- *ii)* rejet asymptotique de la perturbation ω_1 tel que $lim_{t\to\infty} e(t) = 0$

Fréquemment, les deux exosystèmes sont combinés en un seul et la perturbation/référence devient w. Le système général s'écrit comme suit :

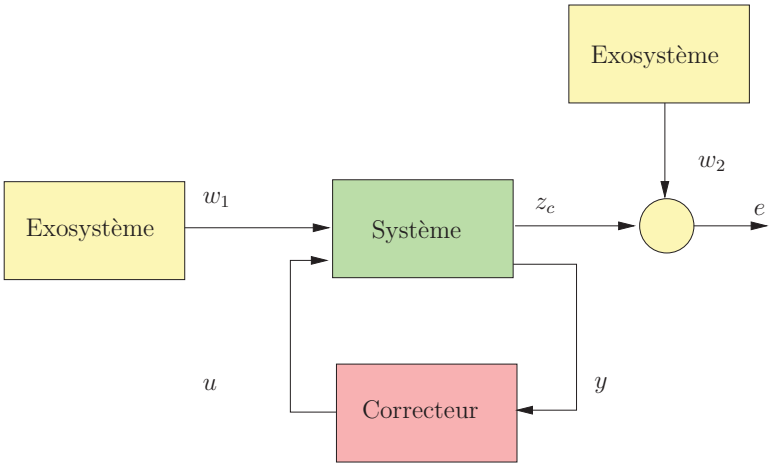


FIGURE 4.2 – Structure générale

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_u u + B_w w \\ y = C_y x + D_{yu} u + D_{yw} w \\ e = C_e x + D_{eu} u + D_{ew} w \\ \dot{w} = A_e w \end{cases} \tag{4.2}$$

Quand l'ensemble de l'état est mesurable, on peut considérer un retour d'état statique de la forme :

$$u = Fx + G_s w \tag{4.3}$$

Dans le cas général où seul y est mesurable, on considérera un retour de sortie dynamique de la forme :

$$\begin{cases} \dot{v} = A_c v + B_c y \\ u = C_c v + D_c y \end{cases} \tag{4.4}$$

Nous supposerons par la suite que les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- **H1 :** la paire (A, B_u) est commandable
- **H2 :** A_e est anti-Hurwitz
- **H3 :** la paire (C_y, A) est détectable

Les deux problèmes de régulation exacte en sortie se formulent de la façon suivante :

Problème 1 ***(Régulation exacte par retour d'état statique) :*** *trouver une loi de commande de la forme (4.3) pour le système (4.2) telle que :*

- *Stabilité interne : le système $\dot{x} = (A + B_u F)x$ est asymptotiquement stable*
- *Régulation : $\forall\ x(0)$ et $w(0)$, le système en boucle fermée satisfait $lim_{t\to\infty} e(t) = 0$*

Problème 2 ***(Régulation exacte par retour de sortie dynamique) :*** *trouver une loi de commande de la forme (4.4) pour le système (4.2) telle que :*

- *Stabilité interne : le système*

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_u D_c C_y)x + B_u C_c v \\ \dot{v} = B_c C_y x + A_c v \end{cases} \tag{4.5}$$

  est asymptotiquement stable
- *Régulation :* $\forall\ x(0)$ *et* $w(0)$*, le système en boucle fermée satisfait* $lim_{t\to\infty} e(t) = 0$

Théorème 3 *Sous les hypothèses* ***H1*** *et* ***H2****, le problème 1 a une solution si et seulement si les matrices* Π *et* Γ *existent et sont solutions de l'équation de Sylvester suivante, pour* $\Gamma = F\Pi + G_s$ *:*

$$\begin{aligned} \Pi A_e &= A\Pi + B\Gamma + B_w \\ 0 &= C_e\Pi + D_{eu}\Gamma + D_{ew} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Dans ce cas, la loi de commande s'écrit :

$$u = Fx + (\Gamma - F\Pi)w \tag{4.7}$$

Preuve : Par construction, $\lambda(A+B_uF)\cap\lambda(A_e) = \varnothing$. L'équation (4.6) a une solution unique Π. En effectuant le changement de variable $\tilde{x} = x - \Pi w$, on obtient :

$$\dot{\tilde{x}} = (A + B_u F)\tilde{x} \tag{4.8}$$

$$e = (C_e + D_{eu}F)\tilde{x} + (C_e\Pi + D_{eu}(F\Pi + G_s) + D_{ew})w \tag{4.9}$$

d'où $lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ si et seulement si $0 = C_e\Pi + D_{eu}\Gamma + D_{ew}$

Théorème 4 *Sous les hypothèses* ***H1****,* ***H2*** *et* ***H3****, le problème 2 a une solution si et seulement si les matrices* Π *et* Γ *existent et sont solutions de l'équation de Sylvester (4.6). Un observateur/correcteur est donné par :*

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} K_A \\ K_S \end{bmatrix} \left[\begin{pmatrix} C_y & D_{yw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{pmatrix} - y \right] \\ u &= \begin{bmatrix} F & (\Gamma - F\Pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.10}$$

où K_A*,* K_S *et* F *sont des matrices telles que les matrices*

$$A + B_u F \quad et \quad \begin{bmatrix} A + K_A C_y & B_w + K_A D_{yw} \\ K_S C_y & A_e + K_S D_{yw} \end{bmatrix}$$

soient Hurwitz

Preuve : En effectuant le changement de variables $\tilde{x} = x - \Pi w$ et $\tilde{v} = v - \Theta w$, le système (4.2) en boucle fermée avec le correcteur (4.4) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u D_c C_y & B_u C_c \\ B_c C_y & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{v} \end{bmatrix}$$

$$e = \left[C_e + D_{eu} D_c C_y\right] \tilde{x} + D_{eu} C_c \tilde{v} + \left[C_e \Pi + D_{ew} + D_{eu} D_c \left(C_y \Pi + D_{yw}\right) + D_{eu} C_c \Theta\right] \omega$$

En posant $\Gamma = D_c \left(C_y \Pi + D_{yw}\right) + C_c \Theta$, on aura $lim_{t \to \infty} e(t) = 0$ si et seulement si Π est solution de l'équation de Sylvester (4.6) et la matrice $\begin{bmatrix} A + B_u D_c C_y & B_u C_c \\ B_c C_y & A_c \end{bmatrix}$ est Hurwitz.

Considérons maintenant une loi de commande du type

$$u = Fx + (\Gamma - F\Pi) w$$

avec F telle que $A + B_u F$ Hurwitz.

Soit l'observateur de rang plein :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + K_A C_y & B_w + K_A D_{yw} \\ K_S C_y & A_e + K_S D_{yw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{v} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_A \\ K_S \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} B_u \\ 0 \end{bmatrix} u$$

où K_A et K_S sont tels que $\begin{bmatrix} A + K_A C_y & B_w + K_A D_{yw} \\ K_S C_y & A_e + K_S D_{yw} \end{bmatrix}$ est Hurwitz. A partir de cet observateur, on peut définir le correcteur (4.10). Ce correcteur peut être mis sous la forme (4.4) en prenant :

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} A + K_A C_y + B_u F & B_w + K_A D_{yw} + B_u(\Gamma - F\Pi) \\ K_S C_y & S + K_S D_{yw} \end{bmatrix} \\ B_c &= -\begin{bmatrix} K_A \\ K_S \end{bmatrix} \\ C_c &= \begin{bmatrix} F & \Gamma - F\Pi \end{bmatrix} \\ D_c &= 0 \end{aligned}$$

La matrice du système en boucle fermée $\begin{bmatrix} A + B_u D_c C_y & BC_c \\ B_c C_y & A_c \end{bmatrix}$ s'écrit alors :

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A & B_u F & B_u(\Gamma - F\Pi) \\ -K_A C_y & A + K_A C_y + B_u F & B_w + K_A D_{yw} + B_u(\Gamma - F\Pi) \\ -K_S C_y & K_S C_y & A_e + K_S D_{yw} \end{bmatrix}$$

En appliquant à cette dernière matrice la similitude $\tilde{A}_{cl} = T^{-1} A_{cl} T$

avec $T^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ -I & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ et $T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ I & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$, on obtient

$$\tilde{A}_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_u F & B_u F & B_u(\Gamma - F\Pi) \\ 0 & A + K_A C_y & B_w + K_A D_{yw} \\ 0 & K_S C_y & A_e + K_S D_{yw} \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres de cette matrice sont celles des blocs diagonaux (matrice triangulaire supérieure) et sont à parties réelles négatives. La boucle fermée est donc stable.

Remarque 1 *Sous les hypothèses **H1**, **H2** et **H3**, s'il existe les matrices* Π *et* Γ *solutions de l'équation de Sylvester, tout correcteur à retour de sortie dynamique a la structure requise pour réguler le système, sans être nécessairement construit à partir d'un observateur. Il faut dans ce cas considérer le système augmenté* Σ_a *défini par :*

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}} = \overline{A}\overline{x} + \overline{B_u}\overline{u} \\ \overline{y} = \overline{C}_y\overline{x} \end{cases}$$

avec

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} A & -B_u\Gamma \\ 0 & A_e \end{pmatrix} \quad \overline{B_u} = \begin{pmatrix} 0 & B_u \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad \overline{C}_y = \begin{pmatrix} C_y & D_{yw} + C_y\Pi \end{pmatrix}$$

associé au correcteur $\overline{\Sigma}_c$ *suivant :*

$$\begin{cases} \dot{\overline{v}} = \overline{A}_c\overline{v} + \overline{B}_c\overline{y} \\ \overline{u} = \overline{C}_c\overline{v} + \overline{D}_c\overline{y} \end{cases} \tag{4.11}$$

soit en boucle fermée :

$$\begin{bmatrix} \dot{\overline{x}}_1 \\ \dot{\overline{x}}_2 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u\overline{D}_{c_2}C_y & B_u\left(\overline{D}_{c_2}(D_{yw} + C_y\Pi) - \Gamma\right) & B_u\overline{C}_{c_2} \\ \overline{D}_{c_1}C_y & A_e + \overline{D}_{c_1}(D_{y\omega} + C_y\Pi) & \overline{C}_{c_1} \\ \overline{B}_cC_y & \overline{B}_c(D_{yw} + C_y\Pi) & \overline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x}_1 \\ \overline{x}_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

En posant $\overline{x}_1 = x - \Pi w$, $\overline{x}_2 = v_1 + w$, $\overline{v} = v_2$, *on obtient le système suivant :*

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u\overline{D}_{c_2}C_y & B_u\left(\overline{D}_{c_2}(D_{yw} + C_y\Pi) - \Gamma\right) & -B_u\overline{C}_{c_2} \\ \overline{D}_{c_1}C_y & A_e + \overline{D}_{c_1}(D_{yw} + C_y\Pi) & \overline{C}_{c_1} \\ \overline{B}_cC_y & \overline{B}_c(D_{y\omega} + C_y\Pi) & \overline{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_w + B_u\overline{D}_{c_2}D_{yw} \\ \overline{D}_{c_1}D_{yw} \\ \overline{B}_cD_{yw} \end{bmatrix} w \tag{4.13}$$

ce qui conduit au correcteur K_c *suivant :*

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = A_e v_1 + \overline{C}_{c_1} v_2 + \overline{D}_{c_1} \left(y + \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) v_1 \right) \\ \dot{v}_2 = \overline{A}_c v_2 + \overline{B}_c \left(y + \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) v_1 \right) \\ u = -\Gamma v_1 + \overline{C}_{c_2} v_2 + \overline{D}_{c_2} \left(y + \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) v_1 \right) \end{cases} \tag{4.14}$$

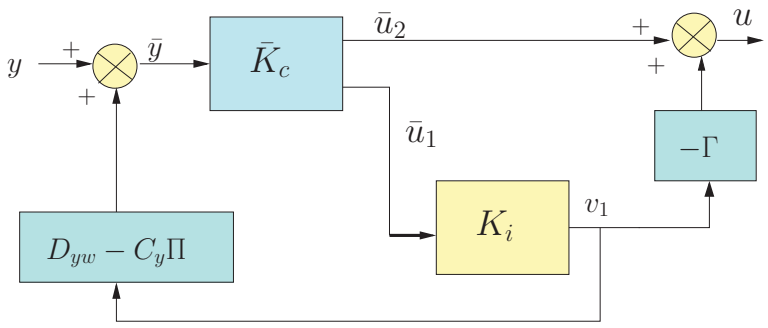
qui admet comme représentation d'état :

$$A_c = \begin{bmatrix} A_e + \overline{D}_{c_1} \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) & \overline{C}_{c_1} \\ \overline{B}_c \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) & \overline{A}_c \end{bmatrix} \quad B_c = \begin{bmatrix} \overline{D}_{c_1} \\ \overline{B}_c \end{bmatrix}$$
$$C_c = \begin{bmatrix} -\Pi + \overline{D}_{c_2} \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) & \overline{C}_{c_2} \end{bmatrix} \quad D_c = \overline{D}_{c_2}$$

En remarquant que

$$\overline{u}_1 = \overline{C}_{c_1} v_2 + \overline{D}_{c_1} \left(y + \left(D_{yw} + C_y \Pi \right) v_1 \right)$$

ce qui conduit à $\dot{v}_1 = A_e v_1 + \overline{u}_1$*, le correcteur* Σ_c *se met sous la forme suivante :*



En pratique, on calcule un correcteur $\overline{K}_c$ *qui est un contrôleur d'accompagnement qui stabilise la boucle fermée constituée par (4.2) et (4.4) et on en déduit un correcteur* K_c *qui correspond au système* Σ_c*.* K_i *est un contrôleur qui reproduit la dynamique du système exogène (perturbations).*

4.2.3 Synthèse du correcteur

Après avoir posé le problème de la régulation exacte pour un système linéaire multivariable, nous nous intéressons à appliquer ce type de régulation dans le cas d'un retour dynamique de sortie pour le système du moteur propulseur hybride défini par 4.1. Pour la synthèse du correcteur, on considère un modèle de référence Σ_{ref} ayant la même structure que le système, il est exprimé par

$$(\Sigma_{ref}) : \begin{cases} \dot{x}_{ref} = A x_{opt} + B_w w_{opt} + B_u u_{opt} \\ y_{ref} = C_y x_{opt} + D_{yu} u_{opt} \end{cases} \tag{4.15}$$

où $x_{opt}^T = \left[\theta_{th_{opt}}, \omega_{th_{opt}}, \theta_{el_{opt}}, \omega_{el_{opt}} \right]$ est le vecteur d'état, u_{opt} correspond à l'entrée optimale appliquée sur le système pour atteindre $y = y_{ref}$ et w_{opt} est le vecteur d'entrée

exogène.

Soit $q(t) = x_{opt}(t) - x(t)$. A partir de (4.1) et (4.15), nous avons alors

$$(\Sigma_\Delta) : \begin{cases} \dot{q} = Aq + B_w \Delta w + B_u \Delta u \\ \bar{y} = C_y q + D_{yu} \Delta u \end{cases} \tag{4.16}$$

où $\Delta u = u_{opt} - u$, $\Delta w = w_{opt} - w$ et $\bar{y} = y_{ref} - y$.

La figure 4.3 représente le synoptique du contrôle où K est un correcteur à déterminer par retour dynamique de sortie qui est de la forme suivante :

$$(K) : \begin{cases} \dot{v} = A_k v + B_K \bar{y} \\ \Delta u = C_K v + D_K \bar{y} \end{cases}, \tag{4.17}$$

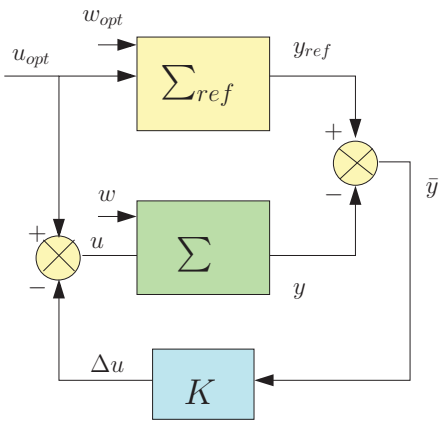


FIGURE 4.3 – Schéma de contrôle

Le couple généré par le moteur diesel et la machine asynchrone de charge est donné par :

$$T = T_p + T_i - T_l \tag{4.18}$$

où T_i est le couple généré par les masses oscillantes de la machine thermique ; T_p est le couple de combustion généré par la pression dans le cylindre ; T_l est le couple de charge.

Le système (4.16) avec l'équation du couple (4.18) est fortement non linéaire et présente des dynamiques qui ne sont pas modélisées. Pour contourner ce problème, le couple (4.18) est considéré comme une perturbation générée par un système exogène non linéaire qui agit sur le système. À vitesse de rotation constante, il s'agit d'une perturbation quasi-périodique de la forme suivante

$$\Delta w = \sum_{i=1}^{\eta} a_i \cos(\omega_{h_i} t + \phi_i) \tag{4.19}$$

Par conséquent, la perturbation Δw est générée par un système LTI exogène de la forme suivante :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\dot{w}_1 \\ \Delta\dot{w}_2 \\ \vdots \\ \Delta\dot{w}_\eta \end{bmatrix}}_{\Delta\dot{w}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_e^1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_e^\eta \end{bmatrix}}_{A_e} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \vdots \\ \Delta w_\eta \end{bmatrix}}_{\Delta w} \tag{4.20}$$

où $A_e \in \mathbb{R}^{n_w \times n_w}$ et $A_e^i = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{h_i} \\ -\omega_{h_i} & 0 \end{pmatrix}$; $\omega_{h_i} = 2\pi f_i$ avec f_i est la $i$ème fréquence de l'harmonique à considérer.

En complément de la régulation exacte avec laquelle nous pouvons trouver un correcteur qui assure la régulation asymptotique et le rejet de la perturbation persistante (suppression complète des harmoniques indésirables), Koroglu et Sherer [KS08a] ont proposé la notion de régulation asymptotique généralisée permettant d'assurer des niveaux d'atténuation spécifiques d'amplitudes des harmoniques.

Proposition 1 *Considérons le modèle d'état défini par (4.16)*

Supposons que :

A.1. *A_e est anti-Hurwitz (c.à.d. toutes ses valeurs propres sont à partie réelle positive),*

A.2. *(A, B_u) est stabilisable (c.à.d. $\exists F : A + B_u F$ est Hurwitz, c.à.d. toutes ses valeurs propres sont à partie réelle négative),*

A.3. $\begin{pmatrix} \tilde{A} \\ \tilde{C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e \\ C & 0 \end{pmatrix}$ *est détectable,*

avec un correcteur obtenu par retour dynamique de sortie de la forme (4.17)*, les dynamiques de la boucle fermée sont décrites par*

$$\dot{\mathcal{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A + B_u D_K C_y & B_u C_K \\ B_K C_y & A_K \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{B}_w} w \tag{4.21}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} C_y & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}} \mathcal{X}. \tag{4.22}$$

L'objectif est de concevoir un correcteur K tel que :

A.1. *(Stabilité interne) le système en boucle fermée constituée par (4.16) et (4.17) est asymptotiquement stable*

A.2. *(régulation asymptotique généralisée) Pour des niveaux d'atténuation spécifiques d'amplitudes des harmoniques $\kappa_i, i = 1, ..., \eta$ qui vérifient*

$\kappa_i \geqslant 0$, si $(A_e^i)^T = -A_e^i$
$\kappa_i = 0$, autrement

il existe ρ, α strictement positive $\in \mathbb{R}_+$ tels que $\|\bar{y}(t)\| = \left(\bar{y}(t)^T \bar{y}(t)\right)^{1/2} \leqslant \alpha \|\mathcal{X}(0)\| e^{-\rho t} + \sum_{i=1}^{\eta} \kappa_i \|\Delta w(t)\|, \forall t \leqslant 0$, où $\tilde{\mathcal{X}}^T = \begin{bmatrix} \mathcal{X} & \Delta w^T \end{bmatrix}$ et $\bar{y} = C_y x$.

Remarque 2 *κ_i correspond au niveau d'atténuation de l'amplitude du $i$ème harmonique. Par conséquent, il garantit la liberté d'atténuer partiellement ou de supprimer complètement chaque harmonique indésirable.*

4.2.3.1 Structure du correcteur pour la régulation asymptotique généralisée

Lemme 4 *Considérons le problème de synthèse du correcteur discuté dans la proposition 1. Il existe un contrôleur qui permet de résoudre ce problème si et seulement s'il existe $\Pi = \begin{bmatrix} \Pi^1 & \cdots & \Pi^\eta \end{bmatrix}; \Pi^i \in \mathbb{R}^{n \times n_{u_i}}$ et $\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma^1 & \cdots & \Gamma^\eta \end{bmatrix}; \Gamma^i \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ qui vérifient*

$$B_w + \Pi A_e - A\Pi - B_u \Gamma = 0 \tag{4.23}$$

$$\begin{bmatrix} \kappa_i I & -C_y \Pi^i \\ (-C_y \Pi^i)^T & \kappa_i I \end{bmatrix} \geqslant 0. \tag{4.24}$$

Tout correcteur qui résout ce problème admet une réalisation de la forme

$$K : \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_e - D_a^2 C_y \Pi & C_a^2 & D_a^2 \\ -B_a C_y \Pi & A_a & B_a \\ \Gamma - D_1^a C_y \Pi & C_a^1 & D_a^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \bar{y} \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

et peut être mis en œuvre comme dans la figure 4.4 qui comprend les deux correcteurs suivants

$$K_i = \begin{bmatrix} A_e & I \\ I & 0 \end{bmatrix}, K_a = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a^1 & D_a^1 \\ C_a^2 & D_a^2 \end{bmatrix}, \tag{4.26}$$

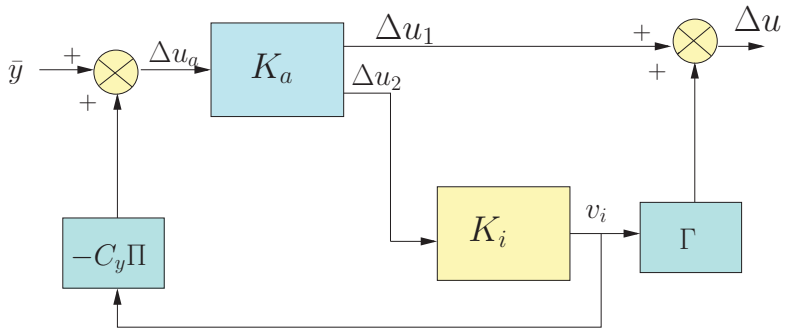


FIGURE 4.4 – Correcteur garantissant la régulation asymptotique généralisée

où K_i est un contrôleur qui reproduit la dynamique du système exogène (perturbations) et K_a est un contrôleur d'accompagnement qui stabilise la boucle fermée constituée par (4.16) et (4.17).

La preuve de ce lemme peut être trouvée dans [KS09].

4.2.3.2 Régulation asymptotique généralisée

Les dynamiques de la boucle fermée formée par (4.16) et (4.25) sont identiques à la dynamique de la boucle fermée formée par K_a et un système étendu $\tilde{G}$ dont la dynamique est donnée par :

$$\dot{\hat{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B_u\Gamma \\ 0 & A_e \end{bmatrix}}_{\hat{A}(\Gamma)} \underbrace{\begin{bmatrix} e \\ v_i \end{bmatrix}}_{\hat{x}} + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix} \Delta w \tag{4.27}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} B_u & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\hat{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\Delta u}}, \tag{4.28}$$

$$\Delta u_a = \underbrace{\begin{bmatrix} C_y & -C_y\Pi \end{bmatrix}}_{\hat{C}(\Pi)} \hat{x}. \tag{4.29}$$

où $v_i = -\begin{bmatrix} 0 & I_{n_w} \end{bmatrix} v$

Une transformation d'état de la forme (4.30) est appliquée sur cette représentation pour fusionner la dynamique du système avec la dynamique des perturbations Δw qui est introduite dans la boucle fermée comme une partie du correcteur.

$$\tilde{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & -\Pi \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\tilde{T}^{-1}} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta w. \tag{4.30}$$

avec Π satisfaisant (4.23), nous obtenons une nouvelle description de la dynamique de $\tilde{G}$ comme suit :

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} \tilde{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} B & -\Pi \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\tilde{B}(\Pi)} \tilde{\Delta u} \tag{4.31}$$

$$\Delta u_a = \underbrace{\begin{bmatrix} C_y & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{C}} \tilde{x}. \tag{4.32}$$

Dans cette représentation alternative, ni les états ni les sorties mesurées ne sont influencés par la perturbation Δw, ce qui signifie que l'état du système en boucle fermée ne sera pas influencé par cette perturbation. Par conséquent, si K_a est conçu pour stabiliser $\tilde{G}$, alors la régulation asymptotique généralisée ne peut être atteinte que si (4.24) est satisfait [KS08a]. D'autre part, un objectif de performance supplémentaire peut être obtenu via la résolution d'un système d'inégalités matricielles linéaires.

Théorème 5 *Considérerons le problème de synthèse du correcteur discuté dans la proposition 1. Il existe un correcteur K de la forme (4.25) qui résout ce problème et garantit la stabilité quadratique si et seulement si il existe $\Pi \in \mathbb{R}^{n\times n_u}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n\times n_w}$ et $P \in \mathbb{R}^{n\times n_w}$ qui satisfait (4.23), (4.24) et les conditions suivantes*

1. *déterminer P et $\tilde{F}_0$ qui vérifient les LMI suivantes*

$$P = P^T > 0 \tag{4.33}$$

$$P\tilde{A}_0 + \tilde{A}_0^T P < 0, \tag{4.34}$$

où $\tilde{A}_0 = \tilde{A}_g + \tilde{B}_g\tilde{F}_0$; $\tilde{F}_0$: est une matrice obtenue par retour d'état qui stabilise le système $\tilde{G}$,

2. *Avec P et $\tilde{F}_0$, déterminer le correcteur K_a qui est la solution de la LMI suivante*

$$
\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} \tilde{A}_0^T P + P\tilde{A}_0^T & P & 0 \\ P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&+ Sym\left\{ \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \right\} \\
&+ Sym\left\{ \begin{bmatrix} f1\tilde{B}_g \\ f2\tilde{B}_g \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix} \right\} \\
&+ Sym\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_a\tilde{C}_g - G\tilde{F}_0 & 0 & -G \end{bmatrix} \right\} < 0,
\end{aligned}
\tag{4.35}
$$

où $f1$, $f2$ sont des matrices non nulles et les matrices G et L_a sont telles que $K_a = G^{-1}L_a$.

3. *Obtenir une réalisation du correcteur K par* (4.25).

Preuve : Pour l'existence du contrôleur K qui résout le problème discuté dans la proposition 1, les conditions requises (4.23) et (4.24) peuvent être prouvées en se référant au lemme 4. Pour la synthèse d'un correcteur K_a qui garantit la stabilité quadratique du système $\tilde{G}$, la résolution se fait par la transformation de l'inégalité matricielle bilinéaire en un ensemble de LMIs en utilisant les lemmes d'élimination.

Les matrices du système en boucle fermée formé par K_a et $\tilde{G}$ sont données comme suit :

$$
\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \tilde{B} \\ I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix}}_{K_a} \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ \tilde{C} & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

et le contrôleur d'accompagnement K_a peut assurer la stabilité quadratique du système $\tilde{G}$ s'il existe un matrice symétrique définie positive $P \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ telle que

$$
\tilde{A}_f^T P + P\tilde{A}_f < 0 \tag{4.36}
$$

est vérifié avec la matrice $\tilde{A}_f$ ayant la définition suivante

$$
\tilde{A}_f = \tilde{A}_g + \tilde{B}_g K_a \tilde{C}_g \tag{4.37}
$$

avec

$$\begin{aligned}\tilde{A}_g &= \begin{pmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tilde{B}_g = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{B} \\ I & 0 \end{pmatrix}, \\ \tilde{C}_g &= \begin{pmatrix} 0 & I \\ \tilde{C} & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

La preuve de ce théorème est basée sur l'application directe du lemme d'élimination [ISG98].
Soit

$$\begin{aligned}\tilde{A}_f &= \tilde{A}_g + \tilde{B}_g\tilde{F}_0 - \tilde{B}_g\tilde{F}_0 + \tilde{B}_g K_a \tilde{C}_g \\ &= \tilde{A}_0 + \tilde{B}_g\left(K_a\tilde{C}_g - \tilde{F}_0\right)\end{aligned} \tag{4.38}$$

en appliquant le lemme 3, l'équation (4.36) devient équivalente à

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} \tilde{A}_0^T P + P\tilde{A}_0 & P \\ P & 0 \end{bmatrix} \\ &+ Sym\left\{\begin{bmatrix} f1 \\ f2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -I \end{bmatrix}\right\} \\ &+ Sym\left\{\begin{bmatrix} f1\tilde{B}_g \\ f2\tilde{B}_g \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K_a\tilde{C}_g - \tilde{F}_0 & 0 \end{bmatrix}\right\} < 0\end{aligned}$$

qui peut s'écrire en utilisant le lemme 2, comme suit

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} \tilde{A}_0^T P + P\tilde{A}_0 & P & 0 \\ P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &+ Sym\left\{\begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -I & 0 \end{bmatrix}\right\} \\ &+ Sym\left\{\begin{bmatrix} f1\tilde{B}_g \\ f2\tilde{B}_g \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix}\right\} \\ &+ Sym\left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} K_a\tilde{C}_g - \tilde{F}_0 & 0 & -I \end{bmatrix}\right\} < 0\end{aligned} \tag{4.39}$$

qui est la condition 2 du théorème.

L'inégalité (4.39) est vérifiée si est seulement si

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_0^T P + P\tilde{A}_0 & P \\ P & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{\begin{bmatrix} f1 \\ f2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & -I \end{bmatrix}\right\} < 0 \tag{4.40}$$

En utilisant le lemme 3, l'équation (4.40) est équivalente à

$$P\tilde{A}_0 + \tilde{A}_0^T P < 0, \tag{4.41}$$

qui est la condition 1 du théorème.

4.3 Résultats et discussions

Nous présentons dans cette partie les résultats obtenus sur le simulateur et sur le banc d'essais expérimental.

Le correcteur multivariable suivant a été trouvé pour la boucle de contrôle. L'objectif était d'annuler le premier harmonique à la fréquence $7.5Hz$ pour une vitesse de rotation de $900tr/mn$ $(94.24rad/s)$,

$$K = \begin{bmatrix} 0.00 & 47.12 & 700.41 & -19764.24 & 7713.95 & -10774.85 & -73.49 \\ -47.1 & 0.00 & 355.43 & -2060.32 & 94.49 & -1550.02 & -73.97 \\ 0.00 & 0.00 & -40.24 & 0.039 & 0.03 & 0.01 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.03 & -41.72 & -0.63 & -0.77 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.37 & -40.12 & 0.20 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.01 & -1.05 & -0.46 & -40.79 & -0.00 \\ -0.020 & 0.30 & 102.24 & 167.93 & 481.89 & -56.35 & -11.14 \end{bmatrix}.$$

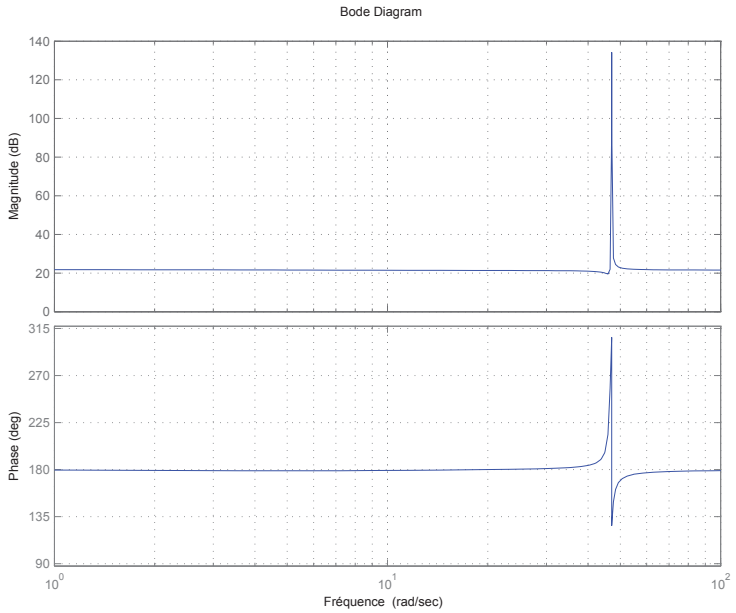


FIGURE 4.5 – Diagramme de bode du correcteur dynamique pour annuler le premier harmonique à la fréquence $7.5Hz$

La figure 4.5 présente le diagramme de bode du correcteur.

Le correcteur multivariable suivant a été trouvé pour la boucle de contrôle afin d'annuler simultanément les trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ pour une vitesse de rotation de $900tr/mn$ $(94.24rad/s)$,

$$K = \begin{bmatrix} 0.00 & 47.12 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -47.12 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.063 & 0.00 & 0.00 & 94.24 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -94.24 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 141.37 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -141.37 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -0.02 & 0.30 & -0.04 & 0.30 & 0.06 & 0.30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2045.80 & 12558.96 & -5483.17 & 3428.02 & -54.43 \\ 926.66 & -2908.99 & -280.02 & -872.64 & -48.26 \\ 6743.45 & -22376.99 & 8825.92 & -5513.66 & -226.32 \\ 591.60 & -2958.49 & -21.59 & -806.63 & -52.95 \\ 14742.42 & -48966.27 & 15202.79 & -15287.01 & -426.58 \\ 158.18 & -5936.62 & 373.59 & -2209.06 & -111.11 \\ -6.87 & -0.10 & 0.01 & -0.03 & 0.00 \\ -0.12 & -6.53 & -0.09 & 0.10 & 0.00 \\ 0.02 & -0.13 & -6.90 & -0.04 & 0.00 \\ -0.03 & 0.08 & -0.02 & -6.87 & 0.00 \\ -308.81 & 968.87 & -351.24 & 278.09 & -8.73 \end{bmatrix}.$$

La figure 4.6 présente le diagramme de Bode du correcteur.

4.3.1 Résultats de simulation

4.3.1.1 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz)

La loi de commande est appliquée sur le simulateur afin de supprimer le premier harmonique (c.à.d. $\kappa_1 = 0$). Les tests ont été effectués pour une vitesse w_{th} autour de $900tr/mn$ $(94.24rad/s)$

La figure 4.7 présente les réponses de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif de 0 à $10s$, et sans contrôle actif après $10s$. Elle montre une légère variation de l'amplitude du signal de vitesse qui est due à l'influence de la boucle de contrôle uniquement sur le premier harmonique.

La figure 4.8 met en évidence la variation de l'amplitude du signal de vitesse due à l'influence de la boucle de contrôle.

La figure 4.9 présente la réponse fréquentielle du signal de vitesse de la machine thermique avec et sans contrôle actif. On peut observer que le premier harmonique à la fréquence $7.5Hz$ a été correctement rejeté.

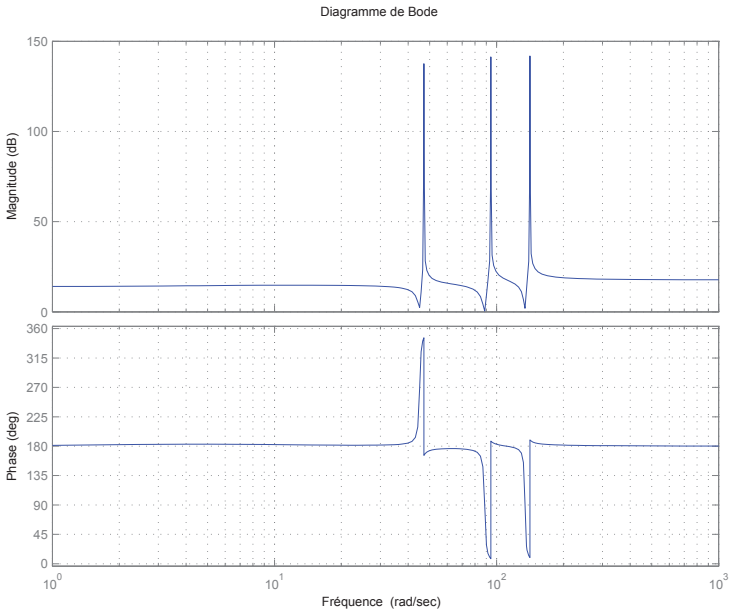


FIGURE 4.6 – Diagramme de Bode du correcteur dynamique pour annuler les trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$

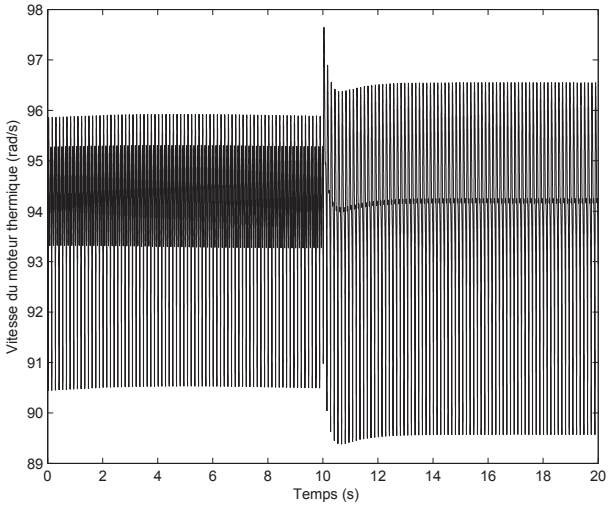


FIGURE 4.7 – Réponse de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif du couple

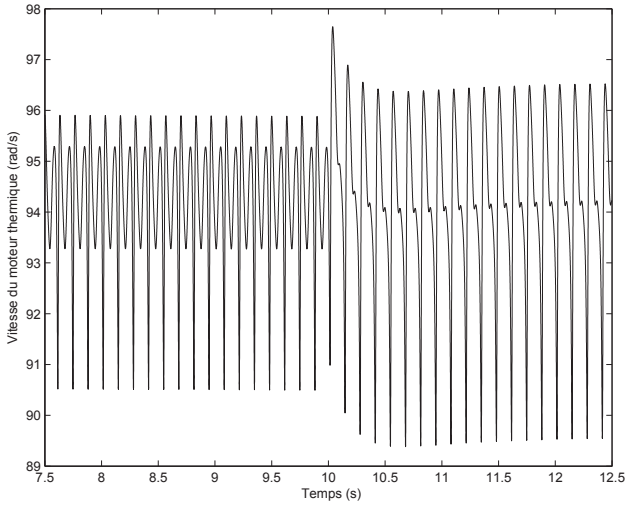


FIGURE 4.8 – Agrandissement de la réponse en vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif du couple

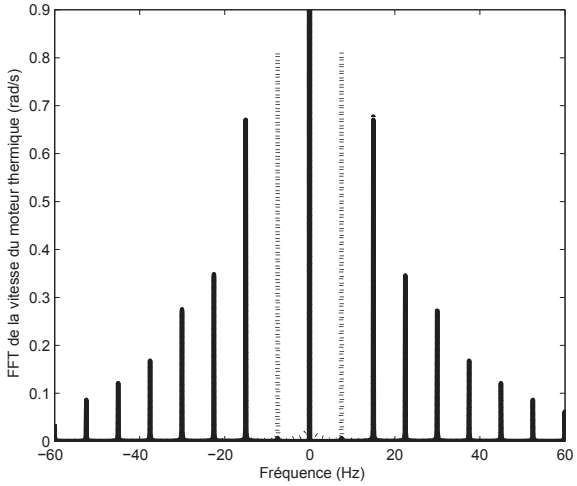


FIGURE 4.9 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés)

4.3.1.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz)

La loi de commande est appliquée sur le simulateur afin de supprimer les trois premiers harmoniques. Les tests ont été effectués pour la même vitesse du moteur thermique w_{th} qui est autour de $900tr/mn$ $(94.24rad/s)$

La figure 4.10 présente les réponses avec contrôle actif de 0 à $15s$, et sans contrôle actif après $15s$. Elle montre l'influence simultanée de la boucle de contrôle sur les trois premiers harmoniques. Nous remarquons une atténuation importante de l'amplitude de la vitesse lorsque la commande est appliquée, qui traduit une diminution des ondulations de couple.

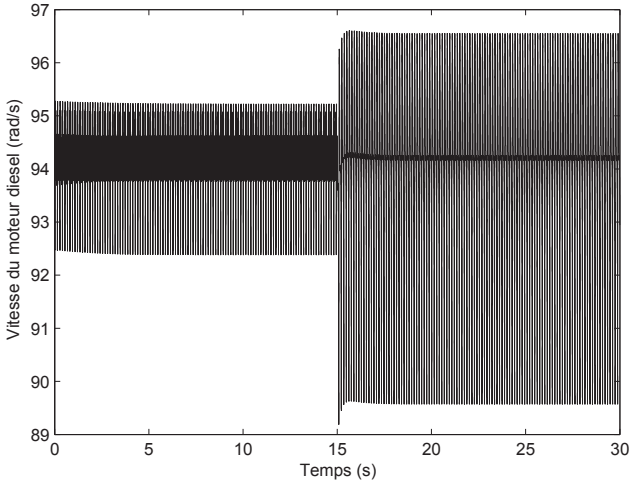


FIGURE 4.10 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif de couple

La figure 4.11 met en évidence l'influence de la boucle de contrôle sur l'amplitude du signal de vitesse.

La figure 4.12 présente la réponse fréquentielle du signal de vitesse de la machine thermique avec et sans contrôle actif. Les trois premiers harmoniques correspondant aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ ont été correctement rejetés.

4.3.2 Résultats expérimentaux

Après validation sur le simulateur, La loi de commande est appliquée sur le banc d'essais. Les tests ont été effectués pour une vitesse de rotation w_{th} du moteur thermique autour de $900tr/mn$ $(94.24rad/s)$, avec une période d'échantillonnage de $4 \times 10^{-4}s$,

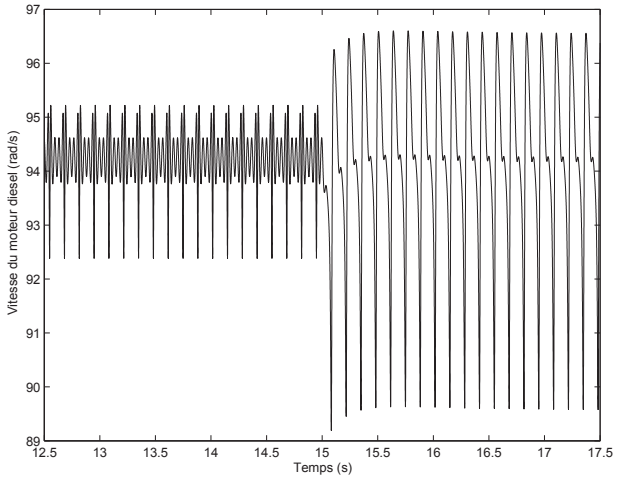


FIGURE 4.11 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif de couple

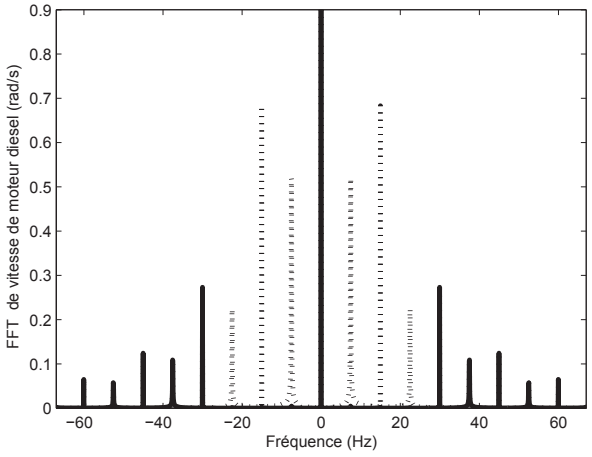


FIGURE 4.12 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés)

$600\mu s$ de temps d'injection, $700bar$ de pression de rail et un débit de carburant de $13.3mg/coups$.

4.3.2.1 Résultats pour le premier harmonique (7.5Hz)

Dans cette partie, nous présentons les résultats concernant l'atténuation complète du premier harmonique à $7,5Hz$ qui correspond au pic maximum de pression produit par le procédé d'explosion dans la chambre de combustion.

La figure 4.13 présente la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif. On peut noter une légère atténuation de l'amplitude des ondulations de la vitesse lors de l'application de l'algorithme de contrôle.

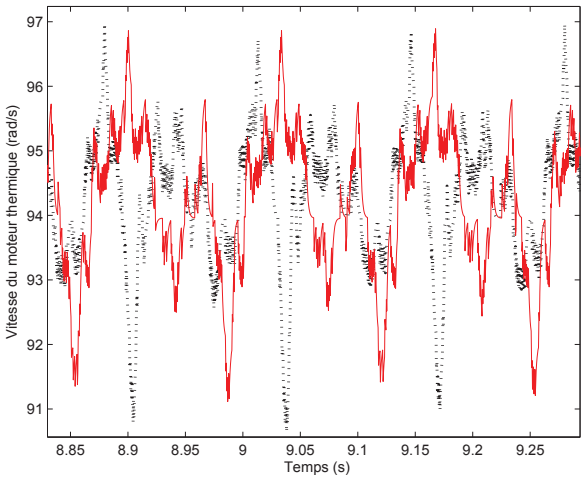


FIGURE 4.13 – Vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24rad/s$

La figure 4.14 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif .
La figure 4.15 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif. L'harmonique correspondant à la fréquence $7.5Hz$ a été correctement rejeté.

La figure 4.16 présente le couple fournit par la machine synchrone dans les mêmes conditions de test. Sa valeur maximale est de $22.25Nm$ et sa valeur moyenne égale à $0.16Nm$. Cette valeur moyenne est essentiellement due aux offsets des capteurs de courants/tensions de la machine synchrone. Les valeurs de couple sont données sur l'arbre de la machine électrique. Ces valeurs de couples sont donc doublées sur l'arbre de la machine thermique.

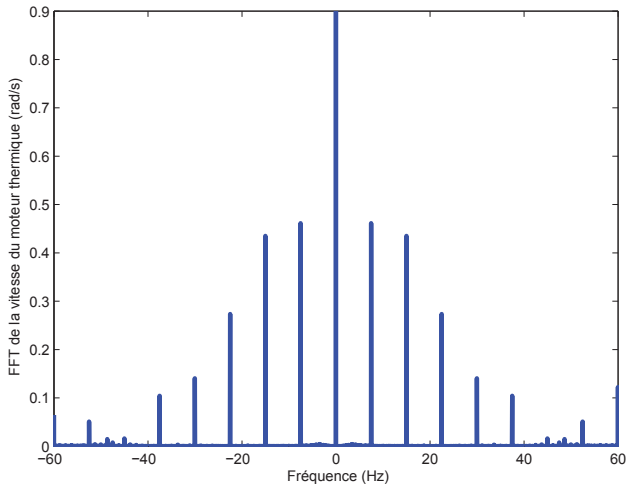


FIGURE 4.14 – FFT de la vitesse du moteur thermique sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

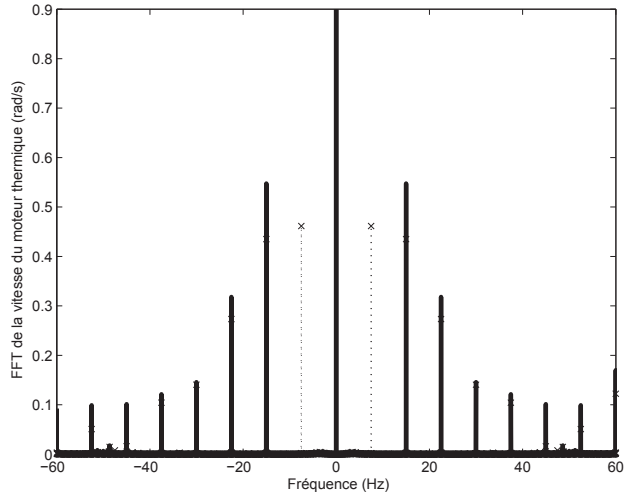


FIGURE 4.15 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

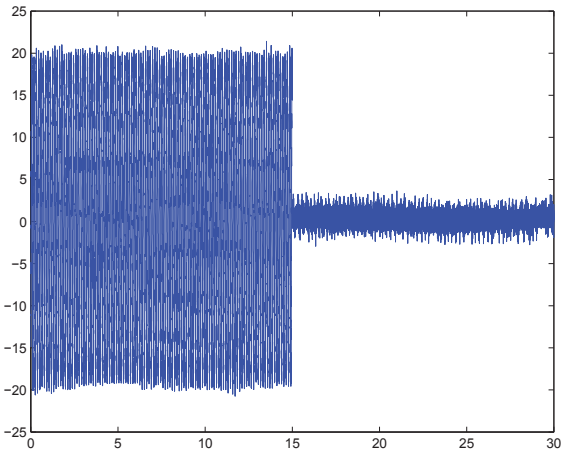


FIGURE 4.16 – Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

La figure 4.17 présente de plus près le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle.

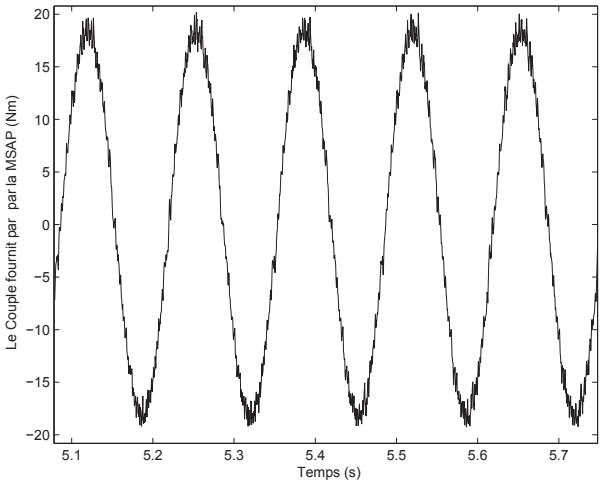


FIGURE 4.17 – Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

La figure 4.18 présente la puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour rejeter le premier harmonique à $7.5 Hz$. Sa valeur maximale est égale à $4951 W$ et la valeur moyenne à $19.95 W$. Cette valeur montre que l'on génère ou consomme très peu d'énergie moyenne pour éliminer cet harmonique. Par contre, il faut mettre à disposition une source d'énergie d'environ 5kW réversible. Dans ce cas, il faut fournir 5Kw en pic dans l'alternance positive de la sinusoïde et stocker 5kW en

pic dans l'alternance négative.

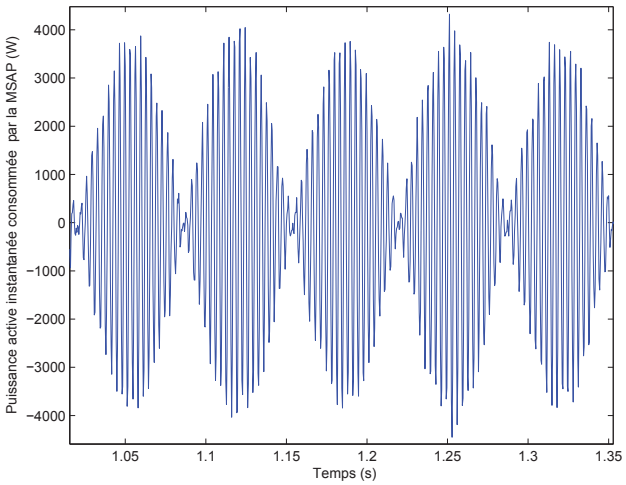


FIGURE 4.18 – Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

4.3.2.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques (7.5Hz, 15Hz, 22.5Hz)

Nous présentons les résultats concernant l'atténuation complète des trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ ($900tr/mn$) qui correspondent au pic maximum de pression produite par le procédé d'explosion dans la chambre de combustion et aux oscillations des masses en mouvement.

La figure 4.19 présente la vitesse du moteur thermique avec contrôle (de 0 à 30s) et sans contrôle actif pour montrer l'influence simultanée de la boucle de commande sur les trois premiers harmoniques.

La figure 4.20 met en évidence l'influence de la boucle de contrôle sur l'amplitude du signal de vitesse.

La figure 4.21 présente l'analyse fréquentielle de la vitesse du moteur thermique avec contrôle actif. Les trois premiers harmoniques qui correspondent aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$ ont été correctement rejetés.

La figure 4.22 présente le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle de 0 à $15s$. La valeur maximale est de $44.01Nm$ et la valeur moyenne égale à $0.03Nm$. A partir de $15s$, la boucle de contrôle est désactivée et la machine régule pour avoir un couple moyen autour de $0Nm$. Dans ce cas, la machine lutte contre les variations de

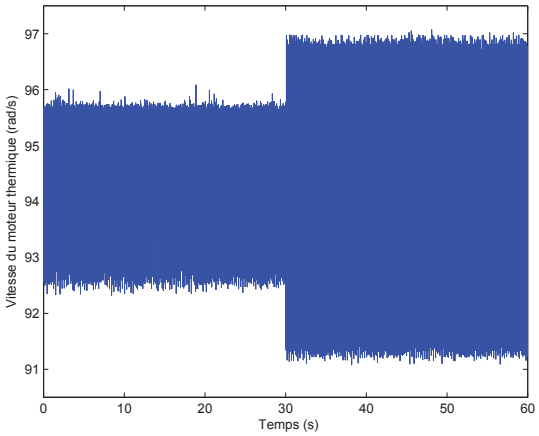


FIGURE 4.19 – Vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

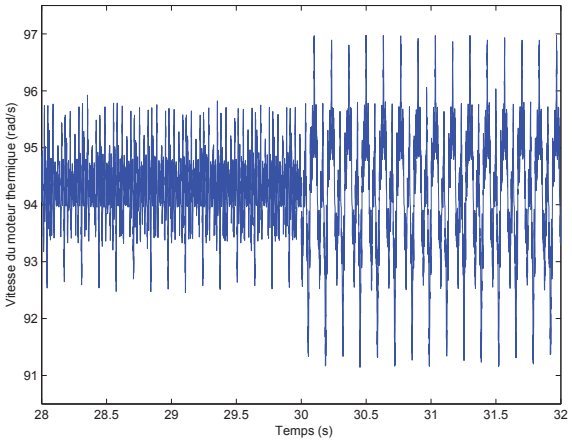


FIGURE 4.20 – Un zoom sur la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle actif pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

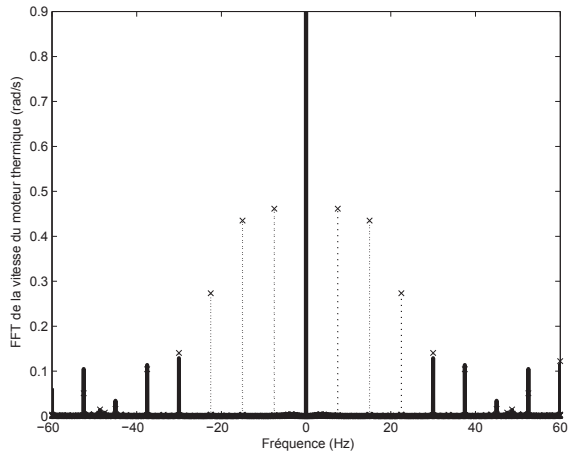


FIGURE 4.21 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle (trait plein) et sans contrôle (traits pointillés) pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

couple et le couple instantané est non nul.

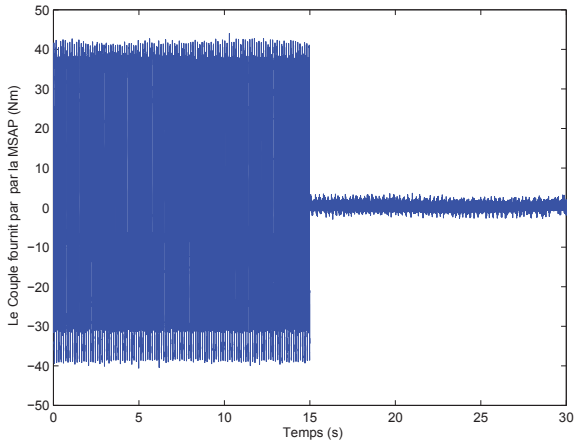


FIGURE 4.22 – Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

La figure 4.23 présente de plus près le couple fournit par la machine synchrone avec contrôle actif.

La figure 4.24 présente la puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour rejeter les trois premiers harmoniques aux fréquences $7.5Hz$, $15Hz$ et $22.5Hz$. Sa valeur maximale est égale à $10691W$ et la valeur moyenne à $25.07W$.

Cette stratégie de contrôle permet d'atténuer les vibrations sur un véhicule hybride

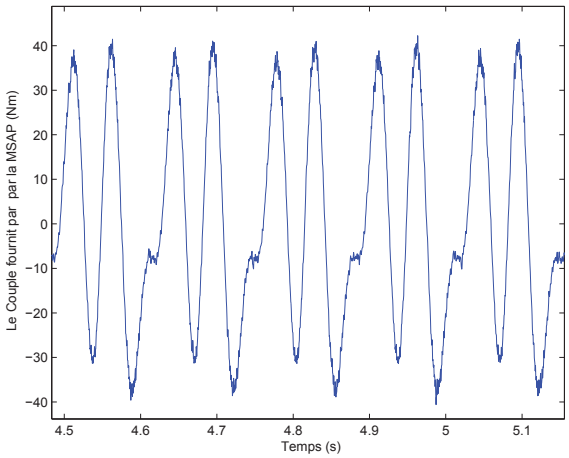


FIGURE 4.23 – Couple fournit par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

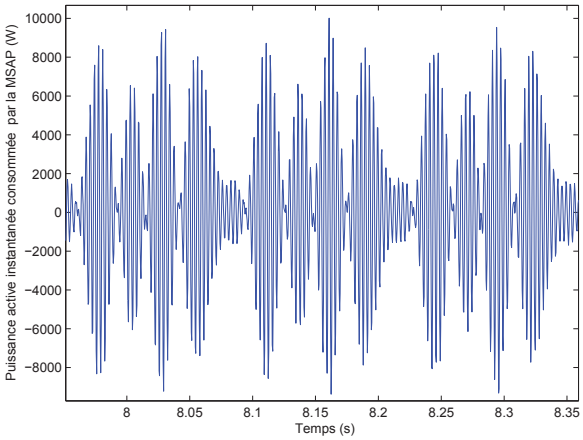


FIGURE 4.24 – Puissance active instantanée consommée par la machine synchrone pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

dues aux ondulations de couple. L'avantage de cette approche est que le couple moyen requis est quasi nul. Seules les pulsations de couple sont générées autour d'une valeur moyenne nulle. Il reste à prendre en compte dans la synthèse du correcteur une variation de la valeur moyenne de la vitesse de rotation. Cette étude fera l'objet du chapitre 5.

4.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une seconde approche, basée sur la commande par modèle interne, pour contrôler les ondulations de couple. L'avantage de la structure est qu'elle génère un couple moyen proche de zéro. Par rapport à l'approche précédente, un seul correcteur a été développé pour tous les harmoniques à contrôler par retour dynamique de sortie en se basant sur le principe du modèle interne et en utilisant les inégalités matricielles linéaires. Les résultats de simulation et expérimentaux ont montré l'intérêt de cette approche.

5

Stratégie de contrôle temps réel des pulsations de couple par une approche LPV

Dans ce chapitre, nous allons présenter deux autres stratégies de contrôle qui garantissent l'atténuation des pulsations du couple du système quand il est soumis à une perturbation non stationnaire à vitesse variable. L'idée est de développer des correcteurs linéaires à paramètres variables (LPV) afin d'assurer la stabilité du système LPV et le rejet de la perturbation non stationnaire, tout d'abord dans le cas d'une approche par modèle interne puis pour un référentiel tournant.

5.1 Introduction

Les deux stratégies de contrôle développées dans les chapitres trois et quatre ont prouvé la faisabilité de la suppression ou de l'atténuation d'un ou de plusieurs harmoniques de couple dans un moteur hybride. Il n'en reste pas moins que ces validations ont été faites à vitesse constante. Dans le cas d'un véhicule hybride, la plage de variation de la vitesse de rotation du moteur thermique est de $900tr/mn$ à $4000tr/mn$, avec une accélération maximale de $100tr/s^2$. Quelle que soit la stratégie de contrôle adoptée, la dynamique du système est fortement affectée par une variation de la vitesse, cette dernière étant par ailleurs une grandeur mesurée. Il apparaît donc naturel de considérer le système comme étant linéaire à paramètres variables (LPV : Linear Parameter Varying) et de chercher à développer des correcteurs eux-mêmes LPV.
Dans ce chapitre, nous nous intéressons au développement de deux autres stratégies de contrôle qui garantissent l'atténuation des pulsations du couple du système quand il est soumis à une perturbation non stationnaire à vitesse variable. L'idée est de développer des correcteurs linéaires à paramètres variables (LPV) afin d'assurer la stabilité du système LPV et le rejet de la perturbation non stationnaire.

Nous commencerons par définir les systèmes LPV, puis nous poserons le problème de la synthèse d'un correcteur LPV, tout d'abord dans le cas du référentiel tournant étudié au chapitre 3, puis pour une approche par modèle interne définie au chapitre 4. Nous donnerons ensuite une définition de la S-procédure, outil mathématique que nous utiliserons pour la synthèse des correcteurs.

5.2 Définitions

5.2.1 Modèles linéaires à paramètres variables

En pratique, les systèmes purement linéaires n'existent pas. Leurs comportement dynamiques évoluent en fonction des variables ce qui explique l'apparition des phénomènes non linéaires. Ces variables peuvent être extérieures au système (exogènes), ou bien propres au système (endogènes). Une approche courante est de linéariser le système sur une plage de fonctionnement ou tout simplement de négliger les non-linéarités pour obtenir un système linéaire invariant (LTI :Linear Time Invariant). Ce modèle linéaire n'est valable que pour un point de fonctionnement et plus le modèle s'éloigne de ce point plus son comportement s'éloigne de celui du système.

Les modèles LPV décrivent le comportement d'un système linéaire dont la dynamique dépend de paramètres variables et mesurables. Ces systèmes ont fait l'objet de nombreux travaux depuis ces dix dernières années en commande [AGB95, AG95, KS08b]. Les systèmes LPV sont différents des systèmes LTI du fait que les matrices de leur représentation d'état dépendent de paramètres Δ susceptibles de varier dans le temps.

Définition 1 *La représentation d'état d'un modèle LPV est donnée sous la forme*

suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\Delta)x(t) + B_1(\Delta)w(t) + B_2(\Delta)u(t) \\ d(t) = C_1(\Delta)x(t) + D_{11}(\Delta)w(t) + D_{12}(\Delta)u(t) \\ y(t) = C_2(\Delta)x(t) + D_{21}(\Delta)w(t) + D_{22}(\Delta)u(t) \end{cases} \tag{5.1}$$

où $x(t)$ est le vecteur d'état, $d(t)$ est une sortie sur laquelle les performances doivent être appliquées (erreurs de suivi de consigne, commandes...), $y(t)$ représente les sorties mesurées, $u(t)$ est l'entrée du système et $w(t)$ est une entrée exogène qui représente en général les perturbations. Δ est une matrice de rang plein qui dépend d'un ou de plusieurs paramètres dont les variations sont supposées mesurables à chaque instant. (A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}) sont les matrices de la représentation d'état de dimensions appropriées.

Nous présentons dans le paragraphe suivant l'outil mathématique que nous utiliserons, la S-procédure.

5.2.2 S-procédure et synthèse LPV

Historiquement, la version initiale de la S-procédure est due aux travaux de V.A. Yakubovic [Yak62, Yak71]. Elle a depuis subi plusieurs évolutions et nous nous intéresserons plus particulièrement aux travaux de C.W. Scherer [Sch97, Sch01] pour son application à la synthèse de correcteurs LPV. Sous sa forme abstraite, la S-procédure s'exprime ainsi :

Proposition 2 *Soient :*

- ∇ *un ensemble compact de matrices complexes* Δ
- *une matrice hemitienne* Θ
- V *une matrice de* $\mathbb{R}^{l\times n}$
- $S(\Delta)$ *une famille de sous-espaces de* $\mathbb{C}^l$ *dépendant continûment de* Δ *sur* ∇
- $\mathbb{B}(\Delta) = \{x \in \mathbb{C}^n : Vx \in S(\Delta)\}$, $\Delta \in \nabla$

alors les deux propositions suivantes sont équivalentes :

a)
$$x^T\theta x < 0 \forall x \in \mathbb{B}(\Delta), \qquad \forall \Delta \in \nabla$$

b)
$$\exists P : \begin{cases} V^TPV + \Theta < 0 \\ z^TPz \geq 0 \end{cases} \qquad \forall z \in S(\Delta), \forall \Delta \in \nabla$$

C.W. Scherer a proposé en 1997 une version dite de bloc plein (*Full-block s-procedure*) appliquée à la synthèse de correcteurs LPV. Dans cette version, la famille de sous-espaces $S(\Delta)$ est restreinte à :

$$S(\Delta) = Ker\left(\left[\begin{array}{c} I - \Delta \end{array}\right]\right) \forall \Delta \in \nabla$$

Les éléments de $S(\Delta)$ s'écrivent alors sous la forme $z = \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right] q$, q quelconque. L'ensemble ∇ est alors défini par :

$$\nabla = \left\{ \Delta : \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right]^T P \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right] \geq 0, \forall P \in \mathbb{P} \right\}$$

où $\mathbb{P}$ est un ensemble de multiplieurs P. On impose de plus une structure à V :

$$V = \left[\begin{array}{cc} I & 0 \\ A & B \end{array}\right]$$

$$\text{d'où } \mathbb{B}(\Delta) = \left\{ x \in \mathbb{C}^n : \left[\begin{array}{cc} I & 0 \\ A & B \end{array}\right] x = \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right] q \right\} = \left\{ x \in \mathbb{C}^n : x = \left[\begin{array}{c} (I - \Delta A)^{-1} \Delta B) \\ I \end{array}\right] q \right\}$$

La S-procédure devient alors :

Proposition 3 *Les deux propositions suivantes sont équivalentes :*

a)

$$\left[\begin{array}{c} (I - \Delta A)^{-1} \Delta B) \\ I \end{array}\right]^T \theta \left[\begin{array}{c} (I - \Delta A)^{-1} \Delta B) \\ I \end{array}\right] < 0$$

$$\forall \Delta \in \nabla = \left\{ \Delta : \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right]^T P \left[\begin{array}{c} \Delta \\ I \end{array}\right] \geq 0, \forall P \in \mathbb{P} \right\}$$

b)

$$\exists P \in \mathbb{P} : \left[\begin{array}{cc} I & 0 \\ A & B \end{array}\right]^T P \left[\begin{array}{cc} I & 0 \\ A & B \end{array}\right] + \Theta < 0$$

La condition *a)* fait apparaître une forme LFT ($x = \left[\begin{array}{c} (I - \Delta A)^{-1} \Delta B) \\ I \end{array}\right] q$). L'idée est alors de représenter le système LPV sous une forme LFT, dans laquelle la matrice Δ regroupe les paramètres dépendant du temps et d'utiliser l'équivalence avec la condition *b)* pour éliminer Δ, au prix de l'ajout d'un multiplieur P.

Soit le système LPV décrit par la définition 1 sous la forme suivante :

$$\left[\begin{array}{c} \dot{x} \\ d \\ y \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc} A(\Delta) & B_1(\Delta) & B_2(\Delta) \\ C_1(\Delta) & D_{11}(\Delta) & D_{12}(\Delta) \\ C_2(\Delta) & D_{21}(\Delta) & D_{22}(\Delta) \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \dot{x} \\ w \\ u \end{array}\right]$$

Alors, sous la condition que la matrice $(I - D_{00}\Delta)$ soit inversible, il existe une représentation LFT haute de ce système donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ q \\ d \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & D_{00} & D_{01} & D_{02} \\ C_1 & D_{10} & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{20} & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ p \\ w \\ u \end{bmatrix}$$

avec $p = \Delta q$. On a :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ d \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_0 \\ D_{10} \\ D_{20} \end{bmatrix} \Delta(I - D_{00}\Delta)^{-1} \begin{bmatrix} C_0 & D_{01} & D_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ w \\ u \end{bmatrix}$$

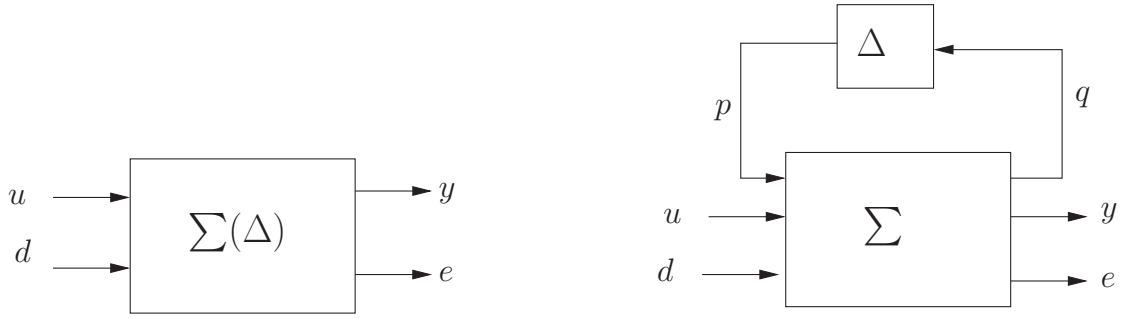


FIGURE 5.1 – Représentation LFT

Exemple Soit le système LPV :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a\omega(t)x_1 + x_2 + b\omega(t)u \\ y = cx \end{cases}$$

avec $\omega \in \left[\ \underline{\omega}, \ \ \overline{\omega} \ \right]$ et $\omega(t) = \omega_0 + \delta(t)$. En prenant :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{1+\delta} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{1+\delta} \end{bmatrix}$$

la représentation LFT haute du système LPV s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_0 p + B_2 u \\ q = C_0 x + D_{00} p + D_{02} u \\ y = Cx \end{cases}$$

avec $p = \Delta q$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a\omega_0 & 1 \end{bmatrix}$, $B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ b\omega_0 \end{bmatrix}$, $B_0 = I_{2\times 2}$, $C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a & 0 \end{bmatrix}$, $D_{00} =$

$I_{2\times 2}$, $D_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$

A ce stade, nous disposons des outils nécessaires au calcul d'un retour de sortie à paramètres variants, qui va faire l'objet des paragraphes suivants.

Nous allons donner dans les paragraphes suivants les formes LPV de notre système dans le cas d'un contrôle de couple dans un référentiel tournant et pour une approche de commande par modèle interne.

5.3 Formulation du problème dans un référentiel tournant

La modélisation du système est basée sur celle utilisée au chapitre trois, à ceci près que la vitesse de rotation est un paramètre variable et mesuré. Sa décomposition harmonique n'est plus stationnaire. Un harmonique de vitesse va s'écrire :

$$\omega_0(\delta(t)) = \omega_0 + \delta(t)$$

où $\delta(t)$ représente les variations de cet harmonique de vitesse autour d'une valeur nominale ω_0. Avec cette définition, le signal analytique s'écrit, pour cet harmonique :

$$x_a(t) \;=\; \tilde{X}(t)\; e^{j\omega_0(\delta(t))t}$$

avec $\tilde{X}(t) = \tilde{X}_R(t) + j\tilde{X}_I(t) \in \mathbb{C}$, soit :

$$\dot{x}_a(t) = (\dot{\tilde{X}}(t) + j\omega_0\tilde{X}(t))e^{j(\omega_0+\delta(t))t} \tag{5.2}$$

De la même manière que dans le chapitre trois et en régime variable, nous pouvons obtenir le modèle à représentation d'état dans un référentiel fréquentiel et dans l'espace complexe en posant :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\theta}}_{th} + j\omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{th} = \tilde{\omega}_{th} \\ J_1(\dot{\tilde{\omega}}_{th} + j\omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{th}) = k(\frac{\tilde{\theta}_{el}}{n} - \tilde{\theta}_{th}) + d(\frac{\tilde{\omega}_{el}}{n} - \tilde{\omega}_{th}) + \left(\tilde{T}_p + \tilde{T}_i\right) - \tilde{T}_l \\ \dot{\tilde{\theta}}_{el} + j\omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{el} = \tilde{\omega}_{el} \\ J_2(\dot{\tilde{\omega}}_{el} + j\omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{el}) = k(\frac{\tilde{\theta}_{th}}{n} - \frac{\tilde{\theta}_{el}}{4}) + c(\frac{\tilde{\omega}_{th}}{n} - \frac{\tilde{\omega}_{el}}{4}) + \frac{3}{2}p\lambda i_q \\ \dot{\tilde{I}}_q + j\omega_0(\delta(t))\tilde{I}_q = \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_q + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref} \end{cases} \tag{5.3}$$

La représentation d'état du système est alors donnée par :

$$
\begin{cases}
\dot{\tilde{\theta}}_{th_R} = \omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{th_I} + \tilde{\omega}_{th_R} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{th_I} = -\omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{th_R} + \tilde{\omega}_{th_I} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{th_R} = \frac{-K}{J_1}\tilde{\theta}_{th_R} + \frac{K}{nJ_1}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_1}\tilde{\omega}_{el_R} - \frac{c}{J_1}\tilde{\omega}_{th_R} + \omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{th_I} + \frac{\tilde{T}_R}{J_1} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{th_I} = \frac{-K}{J_1}\tilde{\theta}_{th_I} + \frac{K}{nJ_1}\tilde{\theta}_{el_I} + \frac{c}{nJ_1}\tilde{\omega}_{el_I} - \frac{c}{J_1}\tilde{\omega}_{th_I} - \omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{th_R} + \frac{\tilde{T}_R}{J_1} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{el_R} = \omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{el_I} + \tilde{\omega}_{el_R} \\
\dot{\tilde{\theta}}_{el_I} = -\omega_0(\delta(t))\tilde{\theta}_{el_R} + \tilde{\omega}_{el_I} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{el_R} = \frac{K}{nJ_2}\tilde{\theta}_{th_R} - \frac{K}{4J_2}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_2}\tilde{\omega}_{th_R} - \frac{c}{4J_2}\tilde{\omega}_{el_R} + \omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{el_I} + \frac{3}{2J_2}p\lambda\tilde{I}_{q_R} \\
\dot{\tilde{\omega}}_{el_I} = \frac{K}{nJ_2}\tilde{\theta}_{th_I} - \frac{K}{4J_2}\tilde{\theta}_{el_R} + \frac{c}{nJ_2}\tilde{\omega}_{th_R} - \frac{c}{4J_2}\tilde{\omega}_{el_R} - \omega_0(\delta(t))\tilde{\omega}_{el_I} + \frac{3}{2J_2}p\lambda\tilde{I}_{q_I} \\
\dot{\tilde{I}}_{q_R} = \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_R} + \omega_0(\delta(t))\tilde{I}_{q_I} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_R} \\
\dot{\tilde{I}}_{q_I} = \frac{-1}{\tau_e}\tilde{I}_{q_I} - \omega_0(\delta(t))\tilde{I}_{q_R} + \frac{1}{\tau_e}\tilde{I}_{qref_I}
\end{cases}
\tag{5.4}
$$

ce qui peut s'écrire :

$$
\begin{cases}
\dot{x} = \underbrace{A(\omega_0(\delta(t)))}_{A(\omega_0)+A(\delta(t))}x + B_w w + B_u u \\
y = C_y x + D_{yu} u,
\end{cases}
$$

où $x^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et $u^T \in \mathbb{R}^{n_u}$ est le vecteur d'entrée, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur des sorties contrôlées, $w^T \in \mathbb{R}^{n_w}$ représente les entrées exogènes. Les matrices de cette représentation d'état sont définies par :

$$
A(\omega_0(\delta(t))) = \begin{bmatrix}
0 & \omega_0(\delta(t)) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\omega_0(\delta(t)) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{-k}{J_1} & 0 & \frac{-c}{J_1} & \omega_0(\delta(t)) & \frac{k}{nJ_1} & 0 & \frac{c}{nJ_1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{-k}{J_1} & -\omega_0(\delta(t)) & \frac{-c}{J_1} & 0 & \frac{k}{nJ_1} & 0 & \frac{c}{nJ_1} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0(\delta(t)) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0(\delta(t)) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\frac{k}{nJ_2} & 0 & \frac{c}{nJ_2} & 0 & \frac{-k}{4J_2} & 0 & \frac{-c}{4J_2} & \omega_0(\delta(t)) & \frac{3}{2J_2}p\lambda & 0 \\
0 & \frac{k}{nJ_2} & 0 & \frac{c}{nJ_2} & 0 & \frac{-k}{4J_2} & -\omega_0(\delta(t)) & \frac{-c}{4J_2} & 0 & \frac{3}{2J_2}p\lambda \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\tau_e} & \omega_0(\delta(t)) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_0(\delta(t)) & \frac{-1}{\tau_e}
\end{bmatrix}
$$

$$
B_u = \begin{bmatrix}
0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\tau_e} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_e}
\end{bmatrix}
B_w = \begin{bmatrix}
0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0
\end{bmatrix}
C_y = \begin{bmatrix}
0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0
\end{bmatrix}^T
D_{yu} = \mathbb{O}_{n \times n_u}
$$

Le système relatif à la représentation d'état ci-dessus est considéré dans la suite comme un système LPV $\Sigma(\Delta)$ défini par :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\Delta)x + B_w w + B_u u \\ y = C_y x \end{cases} \tag{5.5}$$

avec $\Delta = \frac{\delta}{1+\delta} \times I_n$.

L'objectif est de trouver, pour chaque harmonique, un contrôleur LPV $K(\Delta_c)$ de la forme :

$$u = F_1(\Delta_c)y + \int_0^t F_2(\Delta_c)y(\mu)d\mu \tag{5.6}$$

où Δ_c représente la paramétrisation de la variation $\delta(t)$. En posant $\overline{F}(\Delta_c) = \begin{bmatrix} F_1(\Delta_c) & F_2(\Delta_c) \end{bmatrix}$ et en utilisant la même démarche qu'au chapitre trois, la synthèse du contrôleur s'exprime ainsi :

Problème 1 :
Trouver un correcteur (5.6) pour le système (5.5) tel que le transfert T_{wy} entre w et y soit stable en minimisant la norme H_∞ :

$$\|T_{wy}\|_\infty < \gamma$$

avec $\gamma > 0$, ce qui revient à résoudre l'inégalité suivante :

$$\begin{pmatrix} PA_f(\Delta_s) + A_f(\Delta_s)^T P & P\overline{B}_w & \overline{C^T} \\ \overline{B}_w^T P & -\gamma I & 0 \\ \overline{C} & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \tag{5.7}$$

avec $P = P^T > 0$ et $A_f(\Delta_s) = \overline{A}(\Delta) + \overline{B}_u\overline{F}(\Delta_c)\overline{C}$, où $\Delta_s = \Delta \times \Delta_c$

5.4 Synthèse du correcteur dans un référentiel tournant

Nous présentons dans ce paragraphe la synthèse d'un correcteur LPV par retour de sortie dynamique qui correspond à la résolution du problème 1.

5.4.1 Formulation

Soit le système LPV suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\Delta_s)x + B_1(\Delta_s)w + B_2(\Delta_s)u \\ y = C(\Delta_s)x + D(\Delta_s)w \end{cases} \tag{5.8}$$

et un correcteur à retour de sortie dynamique également LPV :

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c(\Delta_c)x_c + B_c(\Delta_c)y \\ u = C_c(\Delta_s)x_c + D_c(\Delta_c)y \end{cases} \tag{5.9}$$

En boucle fermée, le système s'écrit, en notant $\Delta = \Delta_s \times \Delta_c$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D_c C & B_2 C_c & B_1 + B_2 D_c D \\ B_2 C & A_c & B_c D \\ C & 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{cl}(\Delta) & B_{cl}(\Delta) \\ C_{cl}(\Delta) & D_{cl}(\Delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ w \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

L'objectif est de trouver le correcteur $K(\Delta_c)$ assurant un rejet de la perturbation w avec un critère de performance de type H_∞.

La représentation LFT haute du système est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ q \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & D_{00} & D_{01} & D_{02} \\ C_2 & D_{20} & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ p \\ w \\ u \end{bmatrix}$$

avec $p = \Delta_s q$, $A = A(\omega_0)$, $B_0 = I_{n \times n_w}$, $B_1 = B_w$, $B_2 = B_u$, $C_2 = C_y$, $D_{20} = 0$, $D_{21} = 0$, $D_{01} = 0$, $D_{02} = 0$, $D_{00} = I_{n \times n_w}$, $C_0 = diag(H, H, H, H)$, $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$.
De même, on suppose que le correcteur admet une représentation LFT haute de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ u \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ y \\ p_c \end{bmatrix}$$

avec $p_c = \Delta_c q_c$. La représentation LFT de la boucle fermée est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ q \\ q_c \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 D c_1 C_2 & B_2 C_{c_1} & B_0 + B_2 D_{c_1} D_{20} & B_2 D_{c_{12}} & B_1 + B_2 D_{c_1} D_{21} \\ B_{c_1} C_2 & A_c & B_{c_1} D_{20} & B_{c_2} & B_{c_1} D_{21} \\ C_0 + D_{02} D_{c_1} C_2 & D_{02} C_{c_1} & D_{00} + D_{02} D_{c_1} D_{20} & D_{02} D_{c_1} & D_{01} + D_{02} D_{c_1} D_{21} \\ D_{c_{21}} C_2 & C_{c_2} & D_{c_{21}} D_{20} & D_{c_{22}} & D_{c_{21}} D_{21} \\ C_2 & 0 & D_{20} & 0 & D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \\ p \\ p_c \\ w \end{bmatrix}$$

ce qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ q_e \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_2 & \tilde{B}_1 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D}_1 & \tilde{D}_{12} \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ p_e \\ w \end{bmatrix}$$

avec :

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_2 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \overline{A} + \overline{B}_2 K \overline{C}_2$$

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} B_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_2 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_{20} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \overline{B} + \overline{B}_2 K \overline{D}_{20}$$

$$\tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_2 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \\ 0 \end{bmatrix} = \overline{B}_1 + \overline{B}_2 K \overline{D}_{21}$$

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & D_{02} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \overline{C}_1 + \overline{D}_{02} K \overline{C}_2$$

$$\tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{D}_1 = \begin{bmatrix} D_{00} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & D_{02} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ D_{20} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \overline{D}_{00} + \overline{D}_{02} K \overline{D}_{20}$$

$$\tilde{D}_{12} = \begin{bmatrix} D_{01} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & D_{02} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \\ 0 \end{bmatrix} = \overline{D}_{01} + \overline{D}_{02} K \overline{D}_{21}$$

$$\tilde{D}_{21} = \begin{bmatrix} D_{20} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{D}_{22} = D_{21}$$

Le lemme borné réel s'écrit, pour le système LPV :

$$\begin{bmatrix} I & A_{cl}(\Delta)^T & 0 & C_{cl}(\Delta)^T & 0 \\ 0 & B_{cl}(\Delta)^T & I & D_{cl}(\Delta)^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & I & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & \\ A_{cl}(\Delta) & B_{cl}(\Delta) & 0 \\ 0 & I & 0 \\ C_{cl}(\Delta) & D_{cl}(\Delta) & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

Ce qui s'écrit :

$$S(\Delta)^T N S(\Delta) < 0$$

ce qui, après application de la S-procedure, conduit à :

$$\begin{bmatrix} I & \tilde{A}^T & 0 & \tilde{C}_1^T & 0 & \tilde{C}_2^T & 0 \\ 0 & \tilde{B}_1^T & I & \tilde{D}_1^T & 0 & \tilde{D}_{21}^T & 0 \\ 0 & \tilde{B}_2^T & 0 & \tilde{D}_{12}^T & I & \tilde{D}_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S^T & R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A} & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D}_1 & \tilde{D}_2 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0 \tag{5.11}$$

où

$$P = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$$

est le multiplieur.

5.4.2 Synthèse du contrôleur LPV

Proposition : *Un correcteur (5.9) qui stabilise le système (5.8) en boucle fermée et assure le rejet de la perturbation w tel que la norme H_∞ du transfert entre la sortie y et la perturbation w soit inférieure à $\gamma > 0$ est tel que l'inégalité (5.11) admet une solution*

Preuve :
L'inégalité (5.11) peut s'écrire sous la forme :

$$M^T P M + \tilde{N}^T \tilde{Q} \tilde{N} < 0$$

avec

$$M^T = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{C}_1^T \\ I & \tilde{D}_1^T \\ 0 & \tilde{D}_{12}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & -\gamma \end{bmatrix}$$

$$\tilde{N} = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{A} & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D}_1 & \tilde{D}_2 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

Le complément de Shur donne :

$$\begin{bmatrix} \tilde{N}^T \tilde{Q} \tilde{N} & M^T P \\ P M & -P \end{bmatrix} < 0$$

En remarquant que $\tilde{N}^T \tilde{Q} \tilde{N} < 0$ peut s'écrire sous la forme $W + V\overline{Q}^T + \overline{Q}V^T < 0$ avec

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0\tilde{C}_2^T & \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{D}_{21}^T \\ 0 & 0 & -\gamma & \tilde{D}_{22}^T \\ \tilde{C}_2 & \tilde{D}_{21} & \tilde{D}_{22} & -\gamma \end{bmatrix}$$

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B}_1 & \tilde{B}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En posant :

$$\phi = \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & -P \end{bmatrix} \quad \tilde{X} = \begin{bmatrix} \overline{Q} & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} V^T \\ M \end{bmatrix} \quad J^T = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}$$

On doit donc résoudre $\phi + Sym\left\{\tilde{X} Z J^T\right\} < 0$

La forme particulière de $\overline{Q}$ assure l'inversibilité de $\tilde{X}$. On peut mettre Z sous la forme :

$$Z = Z_0 + H Z_1$$

avec :

$$Z_0 = \begin{bmatrix} \overline{A} & \overline{B} & \overline{B}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \overline{C}_1 & \overline{D}_{00} & \overline{D}_{01} & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad H = \begin{bmatrix} \overline{B}_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \overline{D}_{02} \end{bmatrix} K = \overline{C} K \quad , \quad Z_1 = \begin{bmatrix} \overline{C}_2 & \overline{D}_{20} & \overline{D}_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

Posons :

$$Z = Z_0 + \overline{H} Z_1 + \left(\overline{C} K - \overline{H}\right) Z_1 = Z_0 + \overline{H} Z_1 + \overline{S} Z_1$$

On a alors :

$$\phi + Sym\left\{\tilde{X}\left(Z_0 + \overline{H} Z_1\right) J^T\right\} + Sym\left\{\tilde{X}\overline{S} Z_1 J^T\right\} < 0$$

En posant $T_0 = \phi + Sym\left\{\tilde{X}\left(Z_0 + \overline{H} Z_1\right) J^T\right\}$ et :

$$\psi = \begin{bmatrix} T_0 & JZ_1^T \\ Z_1 J^T & 0 \end{bmatrix}$$

et en appliquant le lemme d'élimination, on peut énoncer la proposition suivante :

Proposition : *Il existe une solution à (5.11) si et seulement si le système d'inégalités matricielles suivant admet une solution :*

$$\begin{cases} T_0 < 0 \\ \psi + Sym\left\{ \begin{bmatrix} \tilde{X}\overline{S} \\ -I \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0 \end{cases}$$

Cette dernière proposition donne une solution théorique à la résolution du lemme bornée réel pour un système LPV. Cependant pour notre système, nous n'avons pas obtenu de solutions pour des raisons numériques. Les tailles des matrices intervenant dans les inégalités sont trop importantes pour les solveurs de Matlab et de Sedumi.

5.5 Formulation du problème en modèle interne

Comme nous l'avons vu dans le chapitre quatre, le rejet asymptotique d'une perturbation persistante nécessite généralement la réplication de la dynamique de la perturbation dans le correcteur. L'approche que nous avons utilisé requiert une structure de correcteur en deux parties : une copie de l'exo-système qui génère les signaux des perturbations, et un correcteur d'accompagnement qui stabilise le système. L'exo-système et le correcteur d'accompagnement doivent pouvoir suivre les variations de la vitesse de rotation. Dans ce cas particulier, il s'agit de résoudre un problème de synthèse d'un correcteur LPV par retour de sortie pour un critère de stabilité quadratique. Ce correcteur est conçu en utilisant le principe du modèle interne et la notion de régulation asymptotique partielle de [KS08a].

Le couple total généré par le moteur diesel et la machine asynchrone de charge est donné par :

$$T = T_p + T_i - T_l \tag{5.12}$$

où T_i est le couple généré par les masses oscillantes ; T_p est le couple de combustion généré par la pression dans le cylindre ; T_l est le couple de charge.

Le système du moteur propulseur hybride avec l'équation du couple (5.12) est fortement non linéaire et présente des dynamiques qui ne sont pas modélisées. Pour résoudre ce problème, le couple (5.12) est considéré comme une perturbation non stationnaire générée par un système non linéaire exogène qui agit sur le système linéaire. À vitesse de rotation variable, c'est une perturbation quasi-périodique de la forme suivante :

$$\Delta w = \sum_{i=1}^{\eta} a_i \cos(\omega_{h_i}(\delta(t)) + \phi_i) \tag{5.13}$$

Nous considérons que la perturbation Δw est générée par le système LPV exogène suivant :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\Delta}w_1 \\ \dot{\Delta}w_2 \\ \vdots \\ \dot{\Delta}w_\eta \end{bmatrix}}_{\dot{\Delta}w} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_e^1(\delta(t)) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & A_e^\eta(\delta(t)) \end{bmatrix}}_{A_e(\Delta)} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta w_1 \\ \Delta w_2 \\ \vdots \\ \Delta w_\eta \end{bmatrix}}_{\Delta w} \tag{5.14}$$

où $A_e(\Delta) = A_e(\omega_0) + A_e(\delta) \in \mathbb{R}^{n_w \times n_w}$ et $A_e^i = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{h_i(\delta(t))} \\ -\omega_{h_i(\delta(t))} & 0 \end{pmatrix}$; $\omega_{h_i} \in [\underline{\omega}_{h_i} et \overline{\omega}_{h_i}]$ et $\omega_{h_i} = i(\omega_0 + \delta(t))$ avec ω_{h_i} est la $i$ème pulsation qui correspond à la fréquence de l'harmonique à annuler.

$$A_e(\omega_0) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & \cdots & 0 & 0 \\ -\omega_0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots 0 & 0 & \eta\omega_0 \\ 0 & 0 & \cdots & -\eta\omega_0 & 0 \end{bmatrix}, A_e(\delta) = \begin{bmatrix} 0 & \delta & \cdots & 0 & 0 \\ -\delta & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots 0 & 0 & \eta\delta \\ 0 & 0 & \cdots & -\eta\delta & 0 \end{bmatrix}$$

Comme dans le chapitre 4, le système du moteur propulseur hybride est défini par (4.1). Pour la synthèse globale du correcteur LPV, on considère de même, un modèle de référence Σ_{ref} ayant la même structure que le système, il est exprimé par (4.15). A partir de (4.1) et (4.15), nous obtenons alors le système dont la dynamique est présentée par (4.16) comme suit

$$(\Sigma_\Delta) \begin{cases} \dot{e} = Ae + B_w\Delta w + B_u\Delta u \\ \bar{y} = C_y e \end{cases} \tag{5.15}$$

avec $\dot{\Delta}w = A_e(\Delta)\Delta w$ est l'équation qui régit la dynamique de la perturbation quasi-périodique non stationnaire,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{J_1} & \frac{-c}{J_1} & \frac{-k}{nJ_1} & \frac{-c}{nJ_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{nJ_2} & \frac{c}{J_2} & \frac{-k}{4J_2} & \frac{-c}{4J_2} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{3}{2}\frac{p\lambda}{J_2} \end{bmatrix},$$

$$B_w = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}}_{B_w^1} & \cdots & \underbrace{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}}_{B_w^\eta} \end{bmatrix}, C_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T,$$

où η est le nombre d'harmoniques à contrôler.

Le problème que nous considérons est donc de concevoir pour le système ci dessus un contrôleur LPV défini par cette représentation

$$K(\Delta_c) : \begin{cases} \dot{v} = A_k(\Delta_c)v + B_K(\Delta_c)\bar{y} \\ \Delta u = C_K(\Delta_c)v + D_K(\Delta_c)\bar{y} \end{cases} \tag{5.16}$$

Considérons le système LPV (Σ_Δ) avec sa perturbation non stationnaire.

Supposons que :

A.1. $A_e(\Delta)$ est anti-Hurwitz (c.à.d. toutes ses valeurs propres sont à partie réelle positive),

A.2. (A, B_u) est stabilisable (c.à.d. $\exists F : A + B_u F$ est Hurwitz, c.à.d. toutes ses valeurs propres sont à partie réelle négative),

A.3. $\begin{pmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e(\Delta) \\ C_y & 0 \end{pmatrix}$ est détectable,

avec un correcteur obtenu par retour dynamique de sortie de la forme suivante

$$K = \begin{bmatrix} A_k(\Delta_c) & B_k(\Delta_c) \\ C_k(\Delta_c) & D_k(\Delta_c) \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

les dynamiques de la boucle fermée sont décrites par

$$\dot{\mathcal{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A + B_u D_K(\Delta_c) C_y & B_u C_K(\Delta_c) \\ B_K(\Delta_c) C_y & A_K(\Delta_c) \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} e \\ v \end{bmatrix}}_{\mathcal{X}} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{B}_w} w \tag{5.18}$$

$$\bar{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_y & 0 \end{bmatrix}}_{\mathcal{C}} \mathcal{X} \tag{5.19}$$

l'objectif est de concevoir un correcteur $K(\Delta_c)$ tels que

A.1. (Stabilité interne) le système en boucle fermé constituée par Σ_Δ et le correcteur $K(\Delta_c)$ est quadratiquement stable

A.2. (Régulation asymptotique) il existe α, $\rho \in \mathbb{R}_+$ tels que $\|\bar{y}(t)\| = \left(\bar{y}(t)^T \bar{y}(t)\right)^{1/2}$ $\leqslant \kappa \|\Delta w(t)\|, \forall t \leqslant 0$,pour tout $w(0)$, $e(0)$, $v(0)$.

Remarque 3 *κ correspond au niveau d'atténuation de l'amplitude des harmoniques à atténuer. Par conséquent, il garantit la liberté d'atténuer partiellement ou de supprimer complètement chaque harmonique indésirable.*

Lemme 5 *Considérons le problème de synthèse du correcteur discuté. Il existe un contrôleur qui permet de résoudre ce problème si et seulement si il existe* $\Pi(\Delta) \in \mathbb{R}^{n\times n_w}$ *et* $\Gamma(\Delta) \in \mathbb{R}^{n\times n_w}$ *qui vérifient*

$$B_w + \Pi(\Delta)A_e(w0) - A\Pi(\Delta) - B_u\Gamma(\Delta) = \dot{\Pi}(\Delta) \tag{5.20}$$

$$\begin{bmatrix} \kappa I & -C_y\Pi(\Delta) \\ (-C_y\Pi(\Delta))^T & \kappa I \end{bmatrix} \geqslant 0. \tag{5.21}$$

Tout correcteur qui résout ce problème admet une réalisation de la forme

$$K(\Delta_c) : \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_e(\Delta) - D_c^2(\Delta_c)C_y\Pi(\Delta) & C_c^2(\Delta_c) & D_c^2(\Delta_c) \\ -B_c(\Delta_c)C_y\Pi(\Delta) & A_c(\Delta_c) & B_c(\Delta_c) \\ \Gamma(\Delta) - D_c^1(\Delta_c)C_y\Pi(\Delta) & C_c^1(\Delta_c) & D_c^1(\Delta_c) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \bar{y} \end{bmatrix}, \tag{5.22}$$

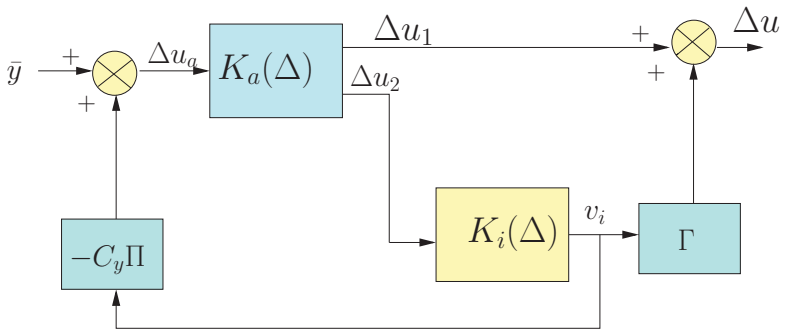


FIGURE 5.2 – Correcteur garantissant la régulation asymptotique

et peut être mis en œuvre comme dans la figure 5.2 qui comprend les deux correcteurs suivants

$$K_i(\Delta) = \begin{bmatrix} A_e(\Delta) & I \\ I & 0 \end{bmatrix}, K_a(\Delta_c) = \begin{bmatrix} A_c(\Delta_c) & B_c(\Delta_c) \\ C_c^1(\Delta_c) & D_c^1(\Delta_c) \\ C_c^2(\Delta_c) & D_c^2(\Delta_c) \end{bmatrix}, \tag{5.23}$$

où $K_i(\Delta)$ *est un contrôleur qui reproduit la dynamique du système exogène (perturbations) et* $K_a(\Delta_c)$ *est un contrôleur d'accompagnement qui stabilise la boucle fermée constituée par le système LPV* (Σ_Δ) *et (5.16).* Δ_c *dépend des mêmes paramètres variants que* Δ *mais peut avoir une structure différente.*

Remarque 4 *La résolution de l'équation de Sylvester sur la plage de vitesse de rotation fait apparaître des solutions* $\Pi(\Delta)$ *et* $\Gamma(\Delta)$ *quasi-constantes. Nous considérerons donc par la suite les matrices* Π *et* Γ *constantes et par conséquent* $\dot{\Pi} = 0$

Les dynamiques de la boucle fermée constituée par le système LPV Σ_Δ et (5.16) sont identiques à la dynamique de la boucle fermée constituée par $K_a(\Delta_c)$ et un système $\tilde{G}(\Delta)$ avec

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} A & B_u\Gamma \\ 0 & A_e(\Delta) \end{bmatrix}}_{\hat{A}(\Gamma)} \underbrace{\begin{bmatrix} e \\ v_i \end{bmatrix}}_{\hat{x}} + \begin{bmatrix} B_w \\ 0 \end{bmatrix} \Delta w + \underbrace{\begin{bmatrix} B_u & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\hat{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\Delta u}} \\ \Delta u_a &= \begin{bmatrix} C_y & -C_y\Pi \end{bmatrix} \hat{x} = \hat{C}(\Pi)\hat{x}\end{aligned} \tag{5.24}$$

où $v_i = -\begin{bmatrix} 0 & I_{n_w} \end{bmatrix} v$.

Une transformation d'état de la forme suivante (5.25) est appliquée sur cette représentation pour fusionner la dynamique du système avec la dynamique des perturbations Δw non stationnaire qui est introduite dans la boucle fermée comme une partie du correcteur en se basant sur le principe du modèle interne.

$$\tilde{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & -\Pi \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\tilde{T}^{-1}} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \Delta w. \tag{5.25}$$

avec Π satisfaisant (5.20). Nous obtenons une nouvelle description de la dynamique de $\tilde{G}(\Delta)$ comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e(\Delta) \end{bmatrix}}_{\tilde{A}(\Delta)} \tilde{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} B & -\Pi \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\tilde{B}(\Pi)} \tilde{\Delta} u \\ \Delta u_a = \begin{bmatrix} C_y & 0 \end{bmatrix} \tilde{x} = \tilde{C}\tilde{x} \end{cases} \tag{5.26}$$

Dans cette représentation LPV alternative, ni les états ni les sorties mesurées ne sont influencés par la perturbation Δw, ce qui signifie que l'état du système en boucle fermée ne sera pas influencé par cette perturbation. Par conséquent, si $K_a(\Delta_c)$ est conçu pour stabiliser $\tilde{G}(\Delta)$ alors la régulation asymptotique peut être atteinte si (5.21) est satisfaite [KS08a].

Problème 2 :
L'objectif de la synthèse est de trouver un correcteur LPV $K_a(\Delta_c)$ défini par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = A_c(\Delta_c)x_a + B_c(\Delta_c)\Delta u_a \\ \Delta\tilde{u} = C_c(\Delta_c)x_a + D_c(\Delta_c)\Delta u_a \end{cases} \tag{5.27}$$

qui garantisse la stabilité quadratique du système (5.26) en boucle fermée.

5.6 Synthèse du correcteur en modèle interne

Nous présentons dans ce paragraphe la synthèse d'un correcteur LPV par retour de sortie dynamique dans le cas de la stabilité quadratique, qui correspond à la résolution du problème 2.

5.6.1 Formulation

Soit le système LPV $\tilde{G}(\Delta)$:

$$() \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}(\Delta)\tilde{x} + \tilde{B}(\Delta)\Delta\tilde{u} \\ \Delta u_a = \tilde{C}\tilde{x} \end{cases} \tag{5.28}$$

En prenant :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{\delta_1}{1+\delta_1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_1}{1+\delta_1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots 0 & \frac{\delta_\eta}{1+\delta_\eta} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{\delta_\eta}{1+\delta_\eta} \end{bmatrix}. \tag{5.29}$$

la représentation LFT haute de $\tilde{G}(\Delta)$ est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ q \\ \Delta u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & B_0 & \tilde{B} \\ C_0 & D_{00} & 0 \\ \tilde{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ p \\ \tilde{u} \end{bmatrix} \tag{5.30}$$

avec $p = \Delta q$, $\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B_w \\ 0 & A_e(\omega_0) \end{bmatrix}$, $B_0 = I_{n\times n_w}$,$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B_u & -\Pi \\ 0 & I \end{bmatrix}$, $C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_I \end{bmatrix}$, $D_{00} = I_{n\times n_w}$, Nous avons :

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\Delta) &= \tilde{A} + B_0\Delta(I - D_{00}\Delta)^{-1}C_0 \\ \tilde{B}_u(\Delta) &= \tilde{B} \\ \tilde{C}(\Delta) &= \tilde{C} \end{aligned}$$

On suppose que $K_a(\Delta_c)$ admet une représentation LFT haute donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_a \\ \tilde{u} \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ Cc_2 & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_a \\ \Delta u \\ p_c \end{bmatrix} = K_c \begin{bmatrix} \tilde{x}_a \\ \Delta u \\ p_c \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

avec $p_c = \Delta_c q_c$:

$$\begin{aligned} A_c(\Delta_c) &= A_c + B_{c2}\Delta_c(I - D_{c22}\Delta_c)^{-1}C_{c2} \\ B_{c1}(\Delta_c) &= B_{c1} + B_{c2}\Delta_c(I - D_{c22}\Delta_c)^{-1}D_{c21} \\ C_{c1}(\Delta_c) &= C_{c1} + D_{c12}\Delta_c(I - D_{c22}\Delta_c)^{-1}C_{c2} \\ D_{c1}(\Delta_c) &= D_{c1} + D_{c12}\Delta_c(I - D_{c22}\Delta_c)^{-1}D_{c21} \end{aligned}$$

En boucle fermée, le système s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \\ q \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B} D_{c_1} \tilde{C} & B C_{c_1} & B_0 & \tilde{B} D_{c_{12}} \\ B_{c_1} \tilde{C} & A_c & 0 & B_{c_2} \\ C_0 & 0 & D_{00} & 0 \\ D_{c_{21}} \tilde{C} & C_{c_2} & 0 & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \\ p \\ p_c \end{bmatrix} \tag{5.32}$$

On pose :

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \check{A} + \overline{B} K_c \overline{C}_1 \\ B_{cl} &= \check{B} + \overline{B} K_c \overline{C}_2 \\ C_{cl} &= \check{C} + \overline{D} K_c \overline{C}_1 \\ D_{cl} &= \check{D} + \overline{D} K_c \overline{C}_2 \end{aligned}$$

avec :

$$\check{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \check{B} = \begin{bmatrix} B_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \check{C} = \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \check{D} = \begin{bmatrix} D_{00} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \overline{B} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{B} & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$\overline{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \tilde{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \overline{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \overline{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

où :

$$A_I = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_w \times n_w}$$

Théorème 6 *Les deux propositions suivantes sont équivalentes [Sch97, Sch01]*
a) Il existe une matrice $X = X^T > 0$ telle que :

$$A_{cl}^T(\Delta) X + X A_{cl}(\Delta) < 0$$

b) $\exists P > 0$ sur $ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta \end{bmatrix}) \times ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta_c \end{bmatrix})$ tel que :

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^T X + X A_{cl} & X B_{cl} & C_{cl}^T P \\ B_{cl}^T X & 0 & D_{cl}^T P \\ P C_{cl} & P D_{cl} & -P \end{bmatrix} < 0 \tag{5.33}$$

Preuve : La proposition *a)* traduit la stabilité quadratique du système LPV en boucle fermée et est équivalente à $N < 0$ sur S_Δ avec $N = \begin{bmatrix} 0 & X \\ X & 0 \end{bmatrix}$ et en définissant

S_Δ par $\begin{bmatrix} I \\ A_{cl}(\Delta) \end{bmatrix}$. Par application de la S-procédure, $\exists P > 0$ sur $ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta \end{bmatrix}) \times ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta_c \end{bmatrix})$ tel que $N + T^T P T < 0$ sur S, ce qui s'écrit pour $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} I & A_{cl}^T & C_{cl}^T \\ 0 & B_{cl}^T & D_{cl}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & X & 0 \\ X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix} < 0$$

et par congruence avec $\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ C_{cl} & D_{cl} \end{bmatrix}$, on obtient la proposition *b)*.

5.6.2 Synthèse du contrôleur LPV

Pour la synthèse du correcteur LPV, nous énonçons le théorème suivant :

Théorème 7 *Les deux propositions suivantes sont équivalentes :*

a) Le système $\tilde{G}(\Delta)$ avec le correcteur $K_a(\Delta_c)$ est quadratiquement stable

b) Il existe une matrice symétrique $X > 0$, un multiplieur $P > 0$ sur $ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta \end{bmatrix}) \times ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta_c \end{bmatrix})$, un retour d'état K_0 stabilisant , les matrices f_1, f_2, f_3, f_4, G et L solutions de :

$$\begin{bmatrix} \check{A}_0 X^{-1} + X^{-1} \check{A}_0^T & \check{B}_0 & X^{-1} \check{C}_0^T \\ \check{B}_0^T & 0 & \check{D}_0^T \\ \check{C}_0 X^{-1} & \check{D}_0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{5.34}$$

et

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \check{C}_0^T P & X & 0 \\ 0 & 0 & \check{D}_0^T P & 0 & 0 \\ P\check{C}_0 & P\check{D}_0 & -P & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{A}_0 & \check{B}_0 & 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1\overline{B} \\ f_2\overline{B} \\ f_3\overline{B} + P\overline{D} \\ f_4\overline{B} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L\overline{C}_1 - GK_0 & L\overline{C}_2 - GK_0 & 0 & 0 & -G \end{bmatrix} \right\} < 0$$

Le correcteur K_c est solution de $K_c = G^{-1}L$

Preuve : On peut noter que (5.33) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{cl}^T P \\ 0 & 0 & D_{cl}^T P \\ PC_{cl} & PD_{cl} & -P \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} X \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{cl} & B_{cl} & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0$$

qui est équivalent à :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{A}_0 & \check{B}_0 & 0 & -I \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1\overline{B} \\ f_2\overline{B} \\ f_3\overline{B} + P\overline{D} \\ f_4\overline{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K\overline{C}_1 - K_0 & K\overline{C}_2 - K_0 & 0 \end{bmatrix} \right\} +$$
$$Sym\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{C}_0 & \check{D}_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} < 0$$

avec :

$$\begin{aligned} \check{A}_0 &= \check{A} + \overline{B}K_0 \\ \check{B}_0 &= \check{B} + \overline{B}K_0 \\ \check{C}_0 &= \check{C} + \overline{D}K_0 \\ \check{D}_0 &= \check{D} + \overline{D}K_0 \end{aligned}$$

Par application du lemme d'élimination [ISG98], cette dernière inégalité est équivalente à :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \check{C}_0^T P & X & 0 \\ 0 & 0 & \check{D}_0^T P & 0 & 0 \\ P\check{C}_0 & P\check{D}_0 & -P & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{A}_0 & \check{B}_0 & 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1\overline{B} \\ f_2\overline{B} \\ f_3\overline{B} + P\overline{D} \\ f_4\overline{B} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} K\overline{C}_1 - K_0 & K\overline{C}_2 - K_0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \right\} < 0$$

sous la condition :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \check{C}_0^T P & X \\ 0 & 0 & \check{D}_0^T P & 0 \\ P\check{C}_0 & P\check{D}_0 & -P & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{A}_0 & \check{B}_0 & 0 & -I \end{bmatrix} \right\} < 0$$

Cette dernière condition n'est autre que :

$$\begin{bmatrix} X\check{A}_0 + \check{A}_0^T X & X\check{B}_0 & \check{C}_0^T P \\ \check{B}_0^T X & 0 & \check{D}_0^T P \\ P\check{C}_0 & P\check{D}_0 & -P \end{bmatrix} < 0$$

qui n'est autre que le résultat du théorème précédent après congruence avec $\begin{bmatrix} X^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & & P^{-1} \end{bmatrix}$.
A noter que la condition $P > 0$ sur $ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta \end{bmatrix}) \times ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta_c \end{bmatrix})$ est équivalente à $P > 0$ sur $im(\begin{bmatrix} \Delta^T & I \end{bmatrix}) \times im(\begin{bmatrix} \Delta_c^T & I \end{bmatrix})$, soit :

$$\begin{bmatrix} \Delta^T & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_c^T & I \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ I & 0 \\ 0 & \Delta_c \\ 0 & I \end{bmatrix} > 0$$

L'inégalité (5.34) est bilinéaire et ne peut donc pas être résolue directement. En prenant le dual de cette inégalité et par congruence avec $\begin{bmatrix} I & 0 & \tilde{C}_0^T \\ 0 & I & \tilde{D}_0^T \end{bmatrix}$, on obtient après factorisation l'inégalité équivalente :

$$\begin{bmatrix} I & \tilde{A}_0^T & \tilde{C}_0^T \\ 0 & \tilde{B}_0^T & \tilde{D}_0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & X & 0 \\ X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \tilde{A}_0 & \tilde{B}_0 \\ \tilde{C}_0 & \tilde{D}_0 \end{bmatrix} < 0$$

qui par LFT inverse puis application de la S-Procedure, revient à évaluer :

$$A_0(\Delta_t)^T X + X A_0(\Delta_t) < 0 \tag{5.35}$$

Proposition 1 :
l'inégalité (5.35) traduit la stabilité quadratique du système LPV (5.28) en boucle fermée avec le retour d'état dynamique défini par :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_a = A_c(\Delta_c) x_a + B_c(\Delta_c)\tilde{x} \\ \tilde{u} = C_c(\Delta_c) x_a + D_c(\Delta_c)\tilde{x} \end{cases} \tag{5.36}$$

La preuve est immédiate. La représentation LFT de la boucle fermée constituée du système (5.28) et du correcteur (5.36) est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{x}_a \\ q \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BD_{c_1} & BC_{c_1} & B_0 & BD_{c_{12}} \\ B_{c_1} & A_c & 0 & B_{c_2} \\ C_0+D_{02}D_{c_1} & D_{02}C_{c_1} & D_{00} & D_{02}D_{c_{12}} \\ D_{c_{21}} & C_{c_2} & 0 & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ x_a \\ p \\ p_c \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ x_a \\ p \\ p_c \end{bmatrix}$$

soit encore :

$$M = \begin{bmatrix} A & 0 & B_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_0 & 0 & D_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & D_{02} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_c & B_{c_1} & B_{c_2} \\ C_{c_1} & D_{c_1} & D_{c_{12}} \\ C_{c_2} & D_{c_{21}} & D_{c_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

d'où :

$$M = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{C} & \tilde{D} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B} \\ \bar{D} \end{bmatrix} K_0 \begin{bmatrix} C_i & \bar{C}_2 \end{bmatrix}$$

Proposition 2 :
L'inégalité (5.35) est équivalente, pour $i = \{ 1, \ N \}$, *à :*

$$\begin{bmatrix} 0 & \tilde{X} & L_i^T \\ \tilde{X} & 0 & 0 \\ L_i & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym \left\{ \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ -I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} H \right\}$$

avec :

$$\begin{array}{l} A(\Delta) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i A_i \\ B(\Delta) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i B_i \\ K_0(\Delta_c) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i K_{0_i} \end{array}$$

où $\alpha_i > 0$ *pour* $i = \{ 1, \ N \}$ *et* $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1$. *Les matrices* K_{0_i} *sont solutions de* $K_{0_i} = L_i \tilde{X}^{-1}$ *avec* $\tilde{X} = X^{-1}$

La preuve est immédiate en appliquant le lemme d'élimination des matrices et par congruence avec $\begin{bmatrix} I & A & B \end{bmatrix}$.

Nous pouvons donc récapituler l'énoncé du théorème 7 et le résultat du lemme 5 dans un seul théorème comme suit

Théorème 8 *Considérons le problème de synthèse du correcteur LPV discuté. IL existe un correcteur* $K(\Delta_c)$ *de la forme* (5.22) *qui résout ce problème si et seulement si il existe* $\Pi \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ *et* $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ *qui vérifient* (5.20) *et* (5.21), *une matrice symétrique* $X > 0$, *un multiplieur* $P > 0$ *sur* $ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta \end{bmatrix}) \times ker(\begin{bmatrix} I & -\Delta_c \end{bmatrix})$, *une matrice* K_0, *les matrices* f_1, f_2, f_3, f_4, G *et* L *solutions de :*

$$\begin{bmatrix} \check{A}_0 X^{-1} + X^{-1} \check{A}_0^T & \check{B}_0 & X^{-1} \check{C}_0^T \\ \check{B}_0^T & 0 & \check{D}_0^T \\ \check{C}_0 X^{-1} & \check{D}_0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

et

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \check{C}_0^T P & X & 0 \\ 0 & 0 & \check{D}_0^T P & 0 & 0 \\ P\check{C}_0 & P\check{D}_0 & -P & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{A}_0 & \check{B}_0 & 0 & -I & 0 \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} f_1\overline{B} \\ f_2\overline{B} \\ f_3\overline{B} + P\overline{D} \\ f_4\overline{B} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \right\}$$
$$+Sym\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L\overline{C}_1 - GK_0 & L\overline{C}_2 - GK_0 & 0 & 0 & -G \end{bmatrix} \right\} < 0$$

où f_1, f_2, f_3 et f_4 sont des matrices non nulles et les matrices G et et L sont telles que $K_c = G^{-1}L$.

5.6.3 Résultats de simulation

5.6.3.1 Résultats pour le premier harmonique

Un correcteur LPV est calculé afin de supprimer le premier harmonique pour une vitesse variable du moteur thermique (c.à.d. $\kappa_1 = 0$). La loi de commande est appliquée sur le simulateur et les tests ont été effectués pour un moteur thermique à une vitesse w_{th} variable.

La figure 5.3 présente les réponses de la vitesse en régime variable avec et sans contrôle. A $960tr/mn$, nous remarquons l'influence de la boucle de contrôle sur le premier harmonique par l'atténuation de l'amplitude de la vitesse avec contrôle jusqu'a $8s$ par rapport à celle sans contrôle. Avec ce même correcteur LPV, nous remarquons que suite à la variation de la vitesse en $2s$ vers $1200tr/mn$, il y a une atténuation des ondulations de la vitesse par rapport à celle sans contrôle.

Les figures 5.4 et 5.5 présentent la réponse fréquentielle du signal de vitesse (pour les deux vitesses : $960tr/mn$ et$1200tr/mn$) du moteur diesel avec et sans contrôle actif. Notons que lorsque la vitesse du système varie, le premier harmonique est correctement rejeté.

La figure 5.6 présente les réponses de la vitesse variable du moteur thermique avec et sans contrôle. A $960tr/mn$, nous remarquons de même l'influence de la boucle de contrôle sur le premier harmonique par l'atténuation de l'amplitude des oscillations

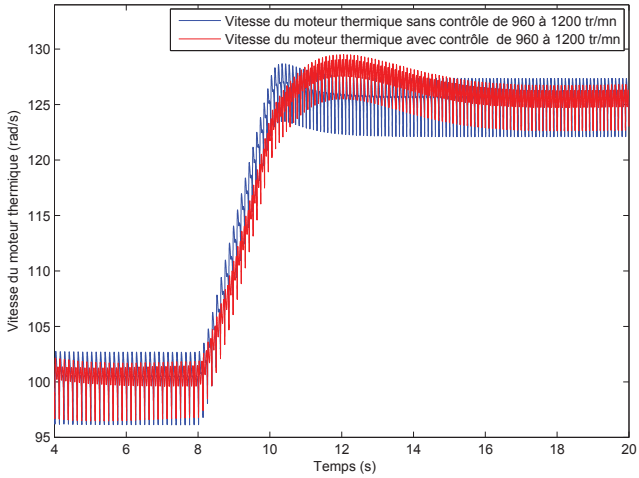


FIGURE 5.3 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif

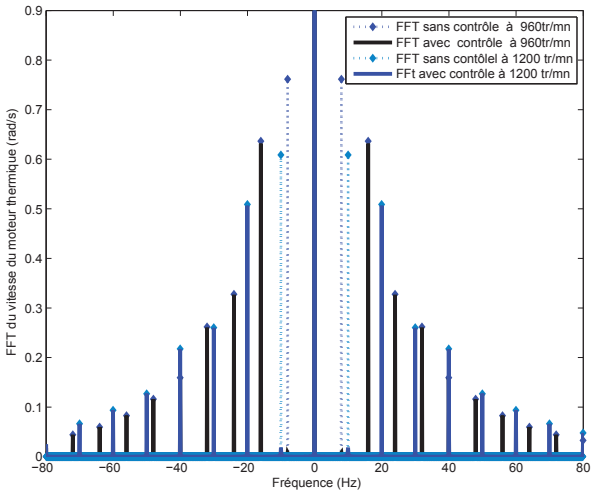


FIGURE 5.4 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle

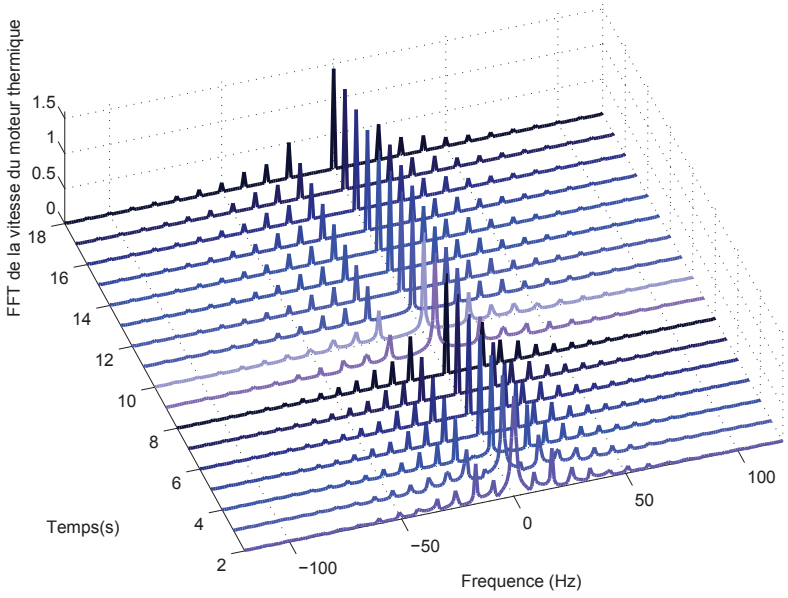


FIGURE 5.5 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle

de la vitesse avec contrôle jusqu'a $8s$ par rapport à celle sans contrôle. Avec ce même correcteur LPV, nous remarquons aussi suite à la variation de la vitesse en 2s vers $1800tr/mn$, l'atténuation de l'amplitude des oscillations du signal de vitesse par rapport à celle sans contrôle.

Les figures 5.7 et 5.8 présentent la réponse fréquentielle du signal de vitesse (pour les deux vitesses : $960tr/mn$ et$1200tr/mn$) du moteur thermique avec et sans contrôle actif. Notez que quand la vitesse du système varie, le premier harmonique est correctement rejeté. D'où l'efficacité de la stratégie de commande même pour une variation brusque et importante de la vitesse.

La figure 5.9 présente le couple fourni par la machine synchrone. Elle montre en simulation la variation du couple quand la vitesse du système varie de $960tr/mn$ vers $1800tr/mn$.

La figure 5.10 présente de plus près le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour une vitesse de $1800tr/mn$.

5.6.3.2 Résultats pour les trois premiers harmoniques

Un correcteur LPV est calculé cette fois pour rejeter les trois premiers harmoniques pour une vitesse w_{th} variable du moteur thermique (c.à.d. $\kappa_i = 0$, $i = 1, ..., 3$). La loi

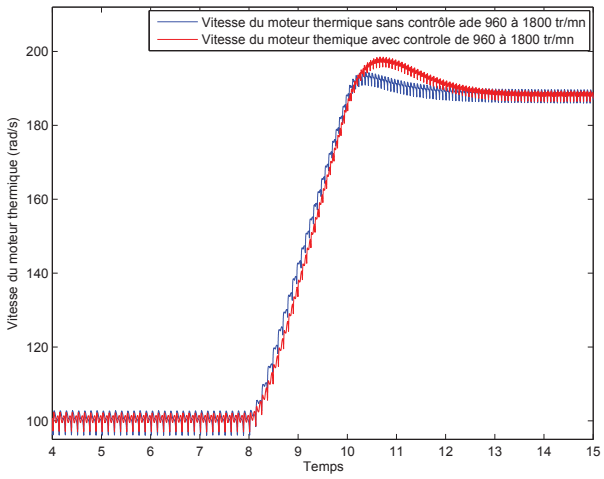


FIGURE 5.6 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif

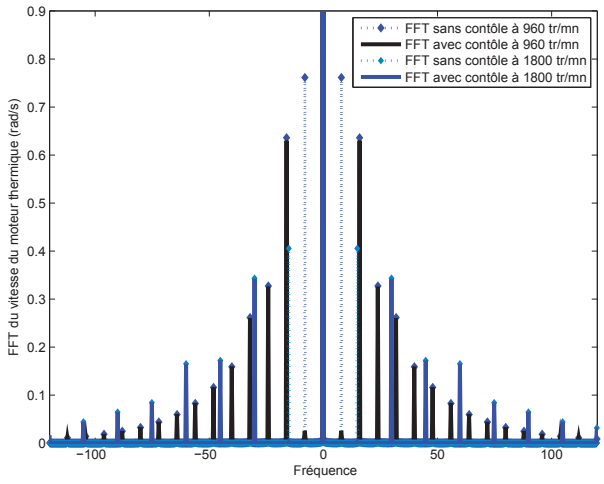


FIGURE 5.7 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle

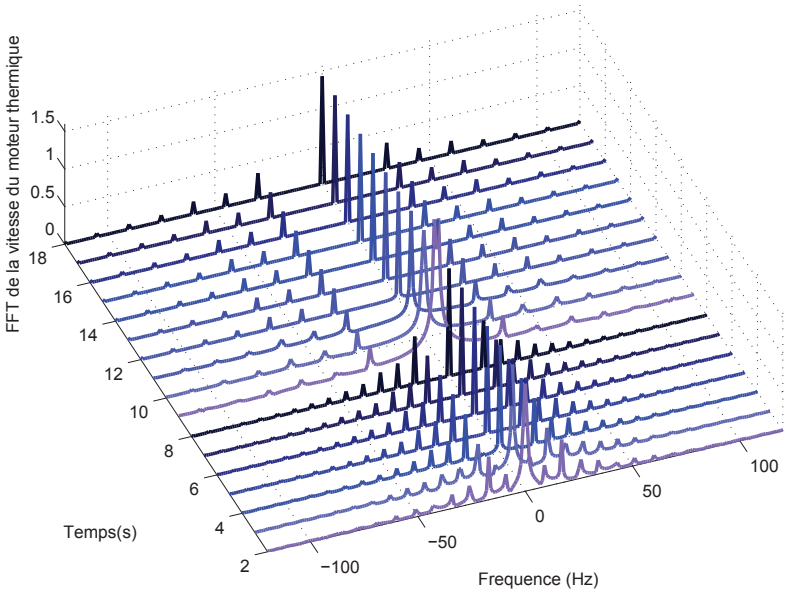


FIGURE 5.8 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle

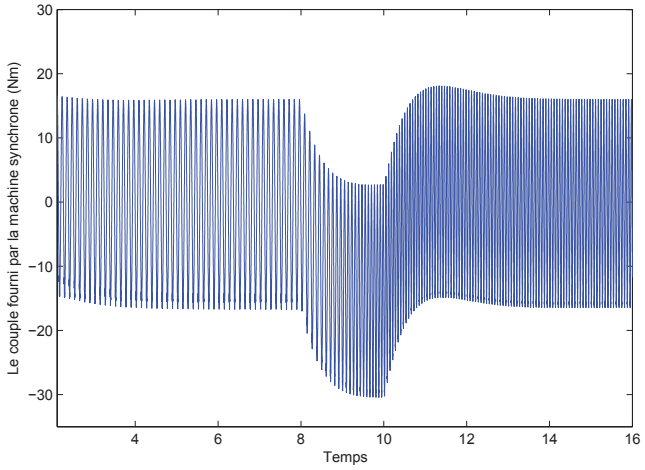


FIGURE 5.9 – Le couple fourni par la machine synchrone

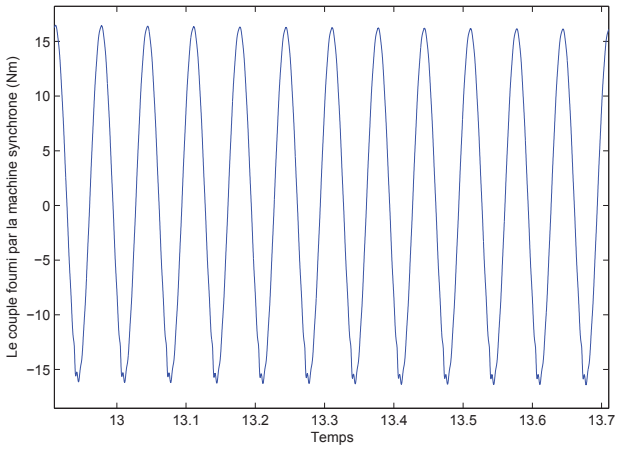


FIGURE 5.10 – Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

de commande est appliquée sur le simulateur.

La figure 5.11 présente les réponses de la vitesse variable du moteur thermique avec et sans contrôle. A $960 tr/mn$, nous remarquons l'influence de la boucle de contrôle sur les trois premiers harmoniques par une atténuation de l'amplitude des oscillations de la vitesse avec contrôle jusqu'a $8s$ par rapport à celle sans contrôle. Avec ce même correcteur LPV, nous remarquons aussi suite à la variation de la vitesse en $2s$ vers $1200 tr/mn$, l'atténuation de l'amplitude des oscillations du signal de vitesse par rapport à celle sans contrôle.

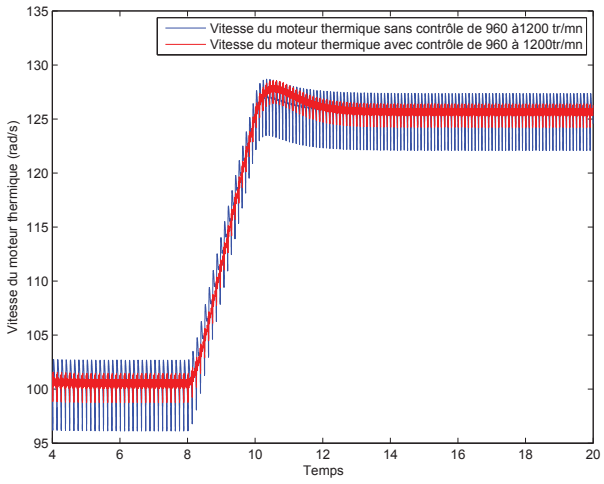


FIGURE 5.11 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif

Les figures 5.12 et 5.13 présentent les réponses fréquentielles des signaux de vitesse

(pour les deux vitesses : $960tr/mn$ et$1200tr/mn$) de la machine thermique avec et sans contrôle actif. Les trois premiers harmoniques sont correctement rejetés.

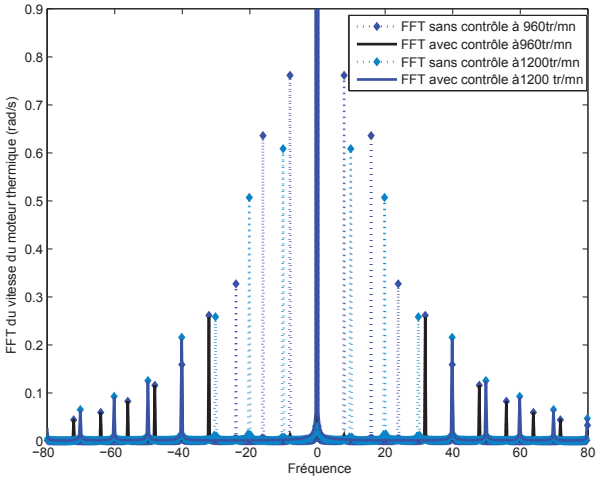


FIGURE 5.12 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle

La figure 5.14 présente les réponses de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle. A $960tr/mn$, nous remarquons l'influence de la boucle de contrôle sur les trois premiers harmoniques par l'atténuation de l'amplitude de la vitesse avec contrôle jusqu'à $8s$ par rapport à celle sans contrôle. Avec ce même correcteur LPV, nous remarquons aussi que suite à la variation de la vitesse en $2s$ vers $1800tr/mn$, nous conservons l'atténuation de l'amplitude des oscillations du signal de vitesse par rapport à celle sans contrôle.

Les figures 5.15 et 5.16 présentent les réponses fréquentielles des signaux de vitesse (pour les deux vitesses : $960tr/mn$ et$1800tr/mn$) du moteur diesel machine avec et sans contrôle actif. Les trois premiers harmoniques sont également correctement rejetés. Ces résultats montrent l'efficacité de cette approche de commande.

La figure 5.17 présente le couple fourni par la machine synchrone. Elle montre en simulation la variation du couple quand la vitesse du système varie de $960tr/mn$ vers $1800tr/mn$.

La figure 5.18 présente de plus près le couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour une vitesse de $1800tr/mn$.

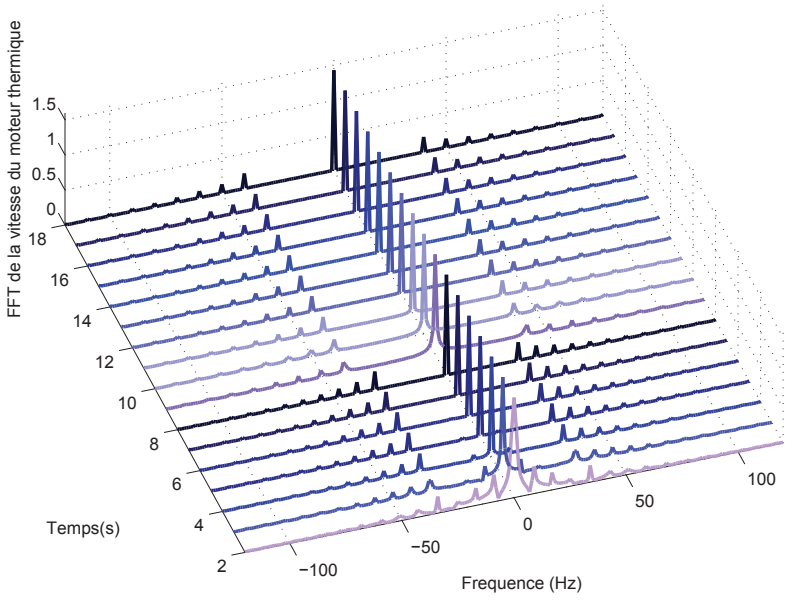


FIGURE 5.13 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle

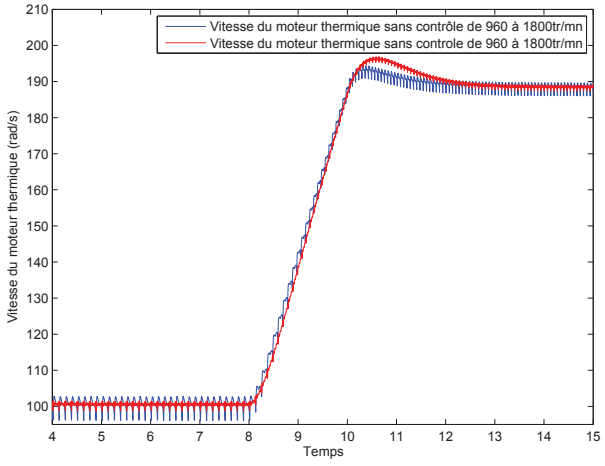


FIGURE 5.14 – Réponse de la vitesse du moteur thermique sans et avec contrôle actif

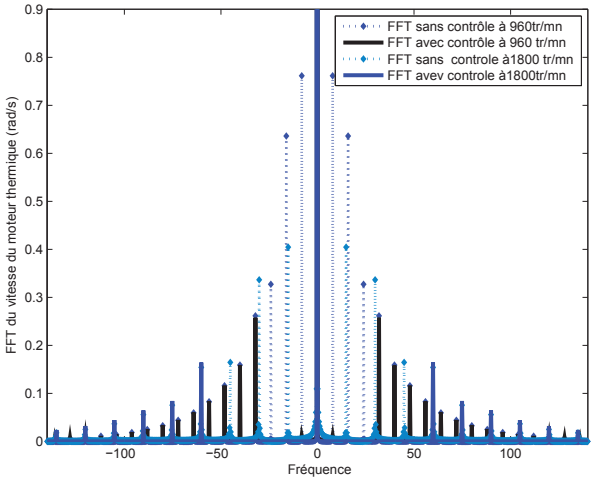


FIGURE 5.15 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec et sans contrôle

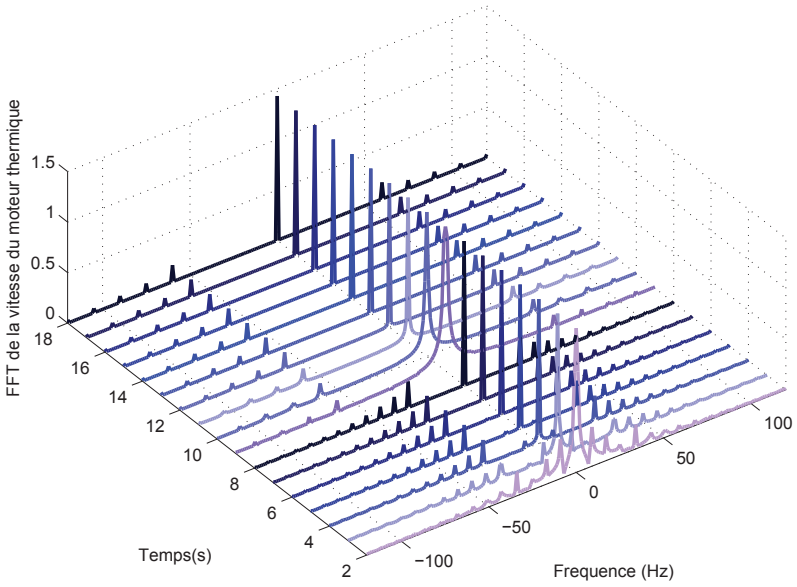


FIGURE 5.16 – FFT de la vitesse du moteur thermique avec contrôle

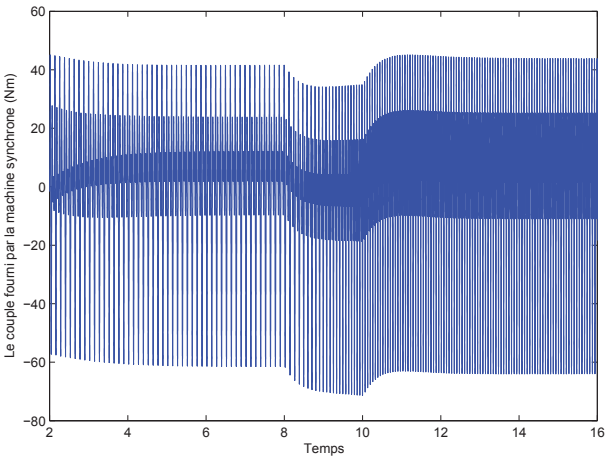


FIGURE 5.17 – Le couple fourni par la machine synchrone

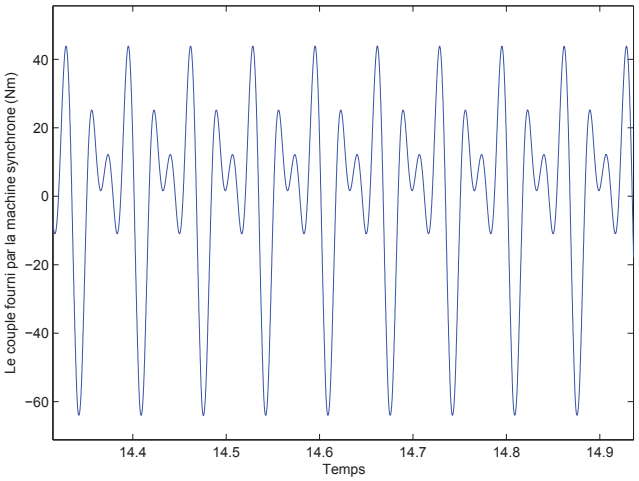


FIGURE 5.18 – Couple fourni par la machine synchrone avec contrôle pour $\omega_{th} = 94.24 rad/s$

5.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux stratégies de contrôle pour l'atténuation des pulsations du couple pour un véhicule hybride parallèle quand il est soumis à une perturbation non stationnaire à vitesse variable. Nous avons proposé une solution au problème du retour de sortie dans le cas de la stabilité quadratique. Cette solution a été validée en simulation sur notre système. Dans le cas du H_∞, seule une solution théorique a été présentée.

Conclusion générale

La maîtrise des vibrations dans un véhicule est et restera un point important de la conception, autant pour le confort des passagers que pour limiter la pollution sonore dans un environnement urbain. Ces vibrations ont pour origine des sources externes, telle que la nature du sol sur lequel le véhicule se déplace, et des sources internes dont la principale est le moteur à combustion. L'isolation vibratoire par l'utilisation de matériaux absorbants est la solution la plus largement répandue dans le domaine de l'automobile, à la fois pour des raisons économiques et techniques. Cependant, cette approche passive présente des inconvénients, notamment en basse fréquence où son efficacité décroît. Le contrôle actif apparaît comme une solution complémentaire, en palliant aux insuffisances des propriétés isolantes des matériaux pour les vibrations basses fréquences. La contre-partie est qu'il faut asservir le système vibrant, ce qui nécessite la mise en place d'un actionneur comme source secondaire et d'un capteur pour mesurer le phénomène. Dans un véhicule hybride parallèle à propulsion thermique/électrique, il est possible d'agir directement sur la source interne en injectant un couple pulsatoire en opposition de phase avec celui généré par le moteur à explosion. Le moteur électrique, commandé en couple, joue le rôle de source secondaire. C'est sur ce point que porte ce mémoire, en proposant des stratégies de commande du moteur électrique pour supprimer ou atténuer les principaux harmoniques de couple générés par le moteur thermique.

Toute approche de commande nécessite une bonne connaissance préalable du système. Une part importante de ce travail a porté sur la modélisation du système expérimental, un mono-cylindre diesel accouplé par un ensemble poulie-courroie à une machine synchrone. Il en a résulté un simulateur qui, bien que n'intégrant pas toutes les dynamiques du système réel, en particulier celles du moteur à explosion, reproduit assez fidèlement le comportement vibratoire de l'ensemble monocylindre-machine de charge-accouplement-machine synchrone. C'est à l'aide de ce simulateur que les lois de commande ont été validées avant leur mise en œuvre sur le système réel.

Il n'existe pas de capteur direct de mesure de couple dynamique. En automatique, lorsqu'une grandeur de sortie n'est pas mesurable, il est fréquent de d'utiliser un observateur pour la reconstruire, ce qui nécessite un modèle précis du système. Un moteur diesel est le siège de phénomènes physiques complexes et difficilement modélisables, ce qui excluait une solution basée sur un observateur. C'est la raison pour laquelle nous avons retenu la vitesse de rotation du vilebrequin, signal facilement mesurable, comme image du couple pulsatoire. En effet, les composantes fréquentielles du signal de vitesse

sont, à l'amplitude près, identiques à celles du couple (la relation d'intégration entre la vitesse et le couple introduit un déphasage constant quelle que soit la fréquence). Le problème de la décomposition harmonique d'un signal basse fréquence (le premier harmonique est à $7.5Hz$ à $900tr/mn$) a été résolu en estimant les composantes complexes du signal analytique par un algorithme de moindres carrés. A ce stade, nous disposions alors d'un modèle d'état du système, d'une mesure du phénomène vibratoire et d'un actionneur, qui sont les pré-requis de la mise en place d'un contrôle actif.

Du point de vue de l'automatique, le contrôle actif peut être vu comme un problème de rejet d'une perturbation exogène multi-sinusoïdale, non stationnaire dans notre cas si le régime moteur varie, assortit d'un problème de suivi de consigne. La référence représente le signal vibratoire désiré, qui pour cette application est le signal de vitesse reconstruit auquel les composantes fréquentielles indésirables ont été retranchées. Le signal d'erreur, différence entre la référence et la mesure, est alors également multi-sinusoïdal. Nous avons considéré dans un premier temps une perturbation stationnaire (régime moteur constant) et nous avons développé deux stratégies de commande pour atténuer ou supprimer des harmoniques spécifiques du signal de vitesse. La première approche a consisté à projeter la représentation d'état sur un référentiel tournant, synchrone avec l'harmonique à rejeter. Dans cette représentation, la composante harmonique correspondante du signal d'erreur est une constante, et un correcteur de type PI multivariable suffit pour assurer son rejet. Il s'agit d'un problème de synthèse H_∞ d'un retour de sortie dynamique structuré, qui a été exprimé sous forme de LMIs. L'inconvénient de cette approche est qu'il faut définir un correcteur par composante harmonique. La deuxième approche, basée sur le principe de la commande par modèle interne et de la régulation asymptotique partielle, propose une solution à ce problème de multiplication des correcteurs. Une copie de l'exo-système qui a généré la perturbation est insérée dans le correcteur, qui contient également une dynamique qui assure la stabilité de la boucle fermée et permet la prise en compte d'éventuelles performances. La synthèse du correcteur se ramène au final à trouver un retour de sortie dynamique non structuré mais d'ordre imposé qui assure la stabilité quadratique d'un système équivalent non perturbé, obtenu par une transformation particulière de l'état initial. Là encore, nous avons proposé une solution en utilisant le formalisme des LMIs. Ces commandes ont été validées en simulation et sur le banc expérimental pour un régime moteur constant.

Le dernier chapitre de ce mémoire propose une extension de ces lois de commande lorsque le régime moteur varie. Quelle que soit l'approche utilisée, le modèle d'état devient dépendant de la vitesse de rotation (système LPV). La synthèse d'un retour de sortie LPV, dans le cas simple de la stabilité quadratique ou plus compliqué du H_{inf}, n'est pas trivial, et fait appel à des outils tels que la S-procédure. Nous présentons une solution LMI originale pour la synthèse d'un retour de sortie, dans le cas de la stabilité quadratique et pour des performances H_∞. Ces commandes ont été partiellement validées en simulation.

Les perspectives de ce travail exploratoire sont nombreuses :

– recherche d'une solution numériquement stable au problème du H_∞ pour un retour de sortie LPV,
– établissement d'un bilan de puissance fiable du système d'anti-vibration mettant en évidence les échanges d'énergie au cours d'un cycle,
– optimisation des stratégies de commandes développées dans le but de réduire le niveau d'énergie nécessaire à l'alimentation de l'actionneur,
– conception d'un système de récupération et de stockage d'énergie utilisant des super-capacités afin d'auto-alimenter autant que faire ce peut le système d'anti-vibration,
– mise en place d'un système de gestion optimale de l'énergie qui permet dans le cas d'une défaillance ou d'une dégradation d'un des éléments, de reconfigurer le système pour conserver le meilleur rendement possible.

Bibliographie

[AG95] P. Apkarian and P. Gahinet, *A convex characterization of gain-scheduled hinfini controllers*, IEEE Transactions on Automatic Control **40(5)** (1995), 853–864.

[AGB95] P. Apkarian, P. Gahinet, and G. Becker, *Self-scheduled hinfini control of linear parameter-varying systems : a design example*, 1251–1261.

[APA02] Denis Arzelier, Dimitri Peaucelle, and Ricardo Ariza, *Une methode iterative pour la synthese mixte $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ par retour de sortie statique*, CIFA (Nantes, France), 2002.

[APS03] D. Arzellier, D. Peaucelle, and S. Salhi, *Robust static output feedback stabilization for polytopic uncertain systems : improving the guaranteed performance bound*, ROCOND (Milan,Italy), Juin 2003.

[BN99] I. Boldea and S. A Nasar, *Electric drives,crc press llc*, 1999.

[BS99] M. Beuschel and D. Schroder, *Identification and compensation of combustional torque pulsation using a harmonic activation neural network*, 8th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'99, 1999.

[BZJF04] B. Badreddine, A. Zaremba, S. Jing, and L. Feng, *Active damping of engine idle speed oscillation by applying adaptive pid control*, SAE transactions **113(3)** (2004), 2005–2019.

[CCM+04] J. Chauvin, G. Corde, P. Moulin, M. Castagne, N. Petit, and P. Rouchon, *Time-varying linear observer for torque balancing on a di engine*, IFAC Symposium on Advances in Automotive control, April 19-23 2004.

[CS00] M. K. K. Cevik and J. M. Schumacher, *The robust regulation problem with robust stability : a subspace-valued function approach*, IEEE Trans. Automat. Control **45 (9)** (2000), 1735–1738.

[Dav72] E. J. Davison, *The output control of linear time-invariant multivariable systems with unmeasured arbitrary disturbances*, IEEE Transactions on Automatic Control **17** (1972), 621–630.

[Dav99] Roy Inge Davis, *A nonlinear observer for instantaneous internal combustion engine crankshaft torque and active torque smoothing control using a crankshaft mounted electric motor*, Ph.D. thesis, UNIVERSITY OF WISCONSIN - MADISON, 1999.

[DL03] Roy Inge Davis and Robert Donald Lorenz, *Engine torque ripple cancellation with an integrated starter alternator in a hybrid electric vehicle*, Im-

plementation and control, IEEE Transactions on Industry Applications **39** (2003), 1765 – 1774.

[DY05] S. Dilmi and S. Yurkovich, *Nonlinear torque control of the induction motor in hybrid electric vehicle applications*, American Control Conference, Portland, Oregon, USA, 2005.

[End05] Masami Endo, *Engine mount*, patent no. : Us 7,445,201 b2., 2005.

[Fra77] B. A. Francis, *The linear multivariable regulator problem*, Journal on Control and Optimization **15(3)** (1977), 486–505.

[FW75] B. A. Francis and W. M. Wonham, *The internal model principle for linear multivariable regulators*, Applied Mathematics and Optimization **2(2)** (1975), 170–194.

[GJM97] S. V. Gusev, W. Johnson, and J. Miller, *Active flywheel control based on the method of moment restriction*, American Control Conference, 1997.

[GL95] L. Guo and L. Ljung, *Performance analysis of general tracking algorithms*, IEEE transactions on Automatic Control **40** (1995), 1388–1402.

[HEL05] M. HELLSTRÖM, *Engine speed based estimation of the indicated engine torque*, Master's thesis, Vehicular Systems, Dept. of Electrical Engineering, Linköpings universitet, 2005.

[HS97] Colin H. Hansen and Scott D. Snyder, *Active control of noise and vibration*, Printed in Great Britain by Cambridge University Press, 1997.

[HTL05] T. Hua, A. R. Teel, and Z. Lin, *Lyapunov characterization of forced oscillations*, Automatica **41** (2005), 1723 –1735.

[ISG98] T. Iwasaki, R. E. Skelton, and K. Grigoriadis, *A unified algebraic approach to linear control design*, 3 ed., Ed. Taylor and Francis Press, 1998.

[Ker97] Denis Kerignard, *Contribution à la modélisation et à l'identification des paramètres électriques de la machine asynchrone en régime dynamique*, Ph.D. thesis, Universités de Poitiers, France, 1997.

[KM00] H. Koroglu and O. Morgul, *Robust lq control for harmonic reference/ disturbance signals*, In Proc. 39th IEEE conference on decision and control, 2000, pp. 3727–3732.

[KS08a] H. Koroglu and C. W. Scherer, *An lmi approach to $\mathcal{H}_\infty$ synthesis subject to almost asymptotic regulation constraints*, Systems and Control Letters **57(4)** (2008), 300–308.

[KS08b] ———, *Lpv control for robust attenuation of non-stationary sinusoidal disturbances with measurable frequencies*, Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, 2008.

[KS08c] ———, *Robust generalized asymptotic regulation against non-stationary sinusoidal disturbances*, In Proceedings of the 2008 IEEE Conference on decision and control, Cancun, Mexico, 2008.

[KS09] ———, *Generalized asymptotic regulation with guaranteed $\mathcal{H}_2$ performance : An lmi*, Automatica **45** (2009), 823–829.

[LD02] Robert Donald Lorenz and Roy Inge Davis, *Apparatus and method for engine crankshaft torque ripple control in a hybrid electric vehicle*, patent no. : Us 6,336,070 b1., 2002.

[LD04] ———, *Observer for engine crankshaft torque*, patent no. : Us 6,714,852 B1, 2004.

[LS97] H. D. Lee and S. K. Sul, *Diesel engine ripple torque minimization for parallel type hybrid electric vehicle*, IEEE Industry Applications Conférence, New Orleans, Louisiana, 1997.

[LY99] A. Lindquist and V. A. Yakubovich, *Universal regulators for optimal tracking in discrete-time systems affected by harmonic disturbances*, IEEE Transactions on Automatic Control **44(9)** (1999), 1688–1704.

[MBB03] D. Mehdi, E. Boukas, and O. Bachelier, *Static output feedback design for uncertain linear discrete time system*, IMA Journal of Mathematical Control and Information **22** (2003), 227–239.

[MC05] P. Micheau and P. Coirault, *A harmonic controller of engine speed oscillations for hybrid vehicles*, 16th World IFAC Congress, Automotive Control, Prague, Czech Republic., 2005.

[Mic95] Philippe Micheau, *commande temps-fréquence appliquée au contrôle actif d'écoulement pulsé*, Ph.D. thesis, Universités de Poitiers, France, 1995.

[MRO09] X. Moreau, A. Rizzo, and A. Oustaloup, *Application of the crone control-design method to a low frequency active suspension system*, International Journal of Vehicle Autonomous Systems **7** (2009), 172– 200.

[MSO08] X. Moreau, P. Serrier, and A. Oustaloup, *L'approche crone dans le domaine des suspensions hydractive et active basse fréquence. partie 1 : problématique, stratégie et modélisation*, 5ème IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'08, Bucarest, Romania, 2008.

[NCC08] M. Njeh, S. Cauet, and P. Coirault, *Control strategy of speed pulsations on hybrid powertrains*, International Conference Advances in Hybrid Powertrains, 2008.

[NCC09] ———, *Contrôle actif de pulsations de couple dans les motorisations hybrides*, Journées Doctorales GRD MACS, Angers, France, 2009.

[NCC10] ———, *Hinfini control of combustion torque ripples on hybrid electric vehicles*, IFAC Symposium Advances in Automotive Control, Munich, Allemagne, 2010.

[NCCM10] M. Njeh, S. Cauet, P. Coirault, and P. Martin, *Hinfini control strategy of motor torque ripple in hybrid electric vehicles : an experimental study*, IET : Control Theory and Applications (2010).

[NE92] P.A. Nelson and S.J. Elliot, *Active control of sound*, Academic Press, 1992.

[NUOK00] Y. Nakajima, M. Uchida, H. Ogane, and Y. Kitajima, *A study on the reduction of crankshaft rotational vibration velocity by using a motor-generator*, JSAE Review **21** (2000), 335–341.

[RS01] C. RAMUS-SERMENT, *Synthèse d'un isolateur vibratoire d'ordre non entier fondée sur une architecture arborescente d'éléments viscoélastiques quasi-identiques*, Ph.D. thesis, 'Université Bordeaux 1, 2001.

[Sch97] C. W. Scherer, *A full block s-procedure with applications*, In Proc. 36th IEEE conference on decision and control, San Diego, California, 1997.

[Sch01] ———, *Linear parameter variant control ans full block multipliers*, Automatica **37** (2001), 361–375.

[SGC97] C. W. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali, *Multiobjective output-feedback control via lmi optimization*, IEEE Trans. Automat Control **42 (7)** (1997), 896–911.

[SS06] J. Schlurmann and D. Schroder, *Compensation of dynamic torques and flywheel start in a cvt based hybrid powertrain*, Proceedings of the 2006 IEEE International, Conference on Control Applications Munich, Germany, October 2006.

[SSS00] A. A. Stoorvogel, A. Saberi, and P. Sannuti, *Performance with regulation constraints*, Automatica **36 (10)** (2000), 1443–1456.

[SUP03] Joseph E. Shigley, John J. Uicker, and Gordon R. Pennock, *Theory of machines and mechanisms*, 3 ed., New York ; Oxford : Oxford University Press, 2003.

[TCB06] S. Tnani, P. Coirault, and O. Bachelier, *Active flywheel for hybrid vehicle : Modelling and control*, International Journal of Electrical Engineering in Transportation **2(1)** (2006), 37–57.

[TVT02] M. O. Tokhi, Sandor M. Veres, and Osman Tokhi, *Active sound and vibration control : theory and applications*, 2002.

[Yak62] V. A. Yakubovich, *The solution of certain matrix inequalities in automatic control theory*, Dokl. Akad. Nauk. (USRR) **143** (1962), 1304–1307.

[Yak71] ———, *S-procedure in nonlinear control theory*, Vestnik. Leningrad University (1971), 62–77.

[YSK05] I. YOSHIAKI, T. SHUJI, and M. KAZUNAR, *Vibration-reducing motor control for hybrid vehicles*, R&D Review of Toyota CRDL **40(2)** (2005), 37–43.

[YYN+95] Y. Kadomukai Y, M. Yamakado, Y. Nakamura, K.Murakami K, and M. Fukushima, *Reducing vibration in idling vehicles by actively controlling electric machine torque*, JSME international journal. Series C, dynamics, control, robotics, design and manufacturing **38(3)** (1995), 470–477.

[Zar00] A. T. Zaremba, *System for damping engine speed oscillations*, patent no. : Us 6,286,473 b1, 2000.

[ZBS98] A. T Zaremba, I. V Burkov, and R. M Stuntz, *Active damping of engine speed oscillations based on learning control*, American Control Conference, Philadelphia, 1998.

[ZD00] A.T. Zaremba and R. I. Davis, *Control design for active engine damping using a starter/alternator*, Proceedings of the 2000 American Control Conference, 2000.

Résumé

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire concerne le développement de nouvelles stratégies de commande pour atténuer les pulsations de couple d'une motorisation hybride diesel/électrique. Sur un moteur diesel, les pulsations de couple sont quasi-périodiques pour une vitesse de rotation donnée. Nous présenterons deux stratégies de commande pour des régimes moteur fixe et variable. La première approche est basée sur une projection du modèle d'état dans un référentiel tournant à la fréquence de l'harmonique à rejeter. Cette modélisation particulière conduit à considérer une pulsation harmonique comme un signal exogène constant. La présence d'un degré d'intégration dans le correcteur couplé à un critère H_∞ permet de rejeter la perturbation par un retour de sortie dynamique. La deuxième approche est basée sur une commande par modèle interne. Le correcteur possède une copie du modèle de la perturbation exogène. C'est un problème de rejet de perturbation persistante et de suivi de consigne. Ces deux approches de commande ont été adaptées pour des vitesses variables. Dans ce cas, les modèles des systèmes et les correcteurs sont à paramètres variant (Linear Parameter Varying). Une technique de synthèse basée sur la S-procedure et les multiplieurs de rang plein est utilisée pour résoudre le problème du retour de sortie. Ces stratégies sont appliquées à un banc d'essai expérimental constitué d'un monocylindre diesel couplé à une machine synchrone à aimants permanents.

Mots-clés: Véhicule hybride, moteur diesel, machine synchrone, modélisation, contrôle actif, commande H_∞, modèle interne, LPV, LMI, temps réel.

Abstract

The research presented in this PhD thesis concerns the development of new control strategies to attenuate the insanteneous torque ripples of a hybrid diesel/electric propulsion. On a diesel engine, torque ripples are quasiperiodic for a given rotational speed. We present two strategies to control fixed and variable speed to reduce torque ripples. In the first approach, the state model is expressed in a rotating frame at the frequency of the harmonic rejection. This particular model leads to consider a harmonic ripple as a exogenous constant signal. This control strategy is based on a dynamic output feedback synthesis. The second approach is based on internal model control. The controller has a copy of the exogenous disturbance of the model. This is a problem of persistent disturbance rejection and reference tracking. We will adapt these approaches for control of variable speeds. In this case, the system models and controllers are with varying parameters (Linear Parameter Varying). We present a synthesis method based on S-procedure and full-block multipliers to solve the problem of output feedback. These strategies are applied to an experimental benchmark consists of mono-cylinder diesel engine coupled to a permanent magnets synchronous machine.

Keywords: Hybrid vehicle, diesel engine, synchronous machine,modelling, actif control, H_∞ control, internal model, LPV, LMI and real time implementation.