THÈSE

Pour l'obtention du grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS
UFR des sciences fondamentales et appliquées
Pôle poitevin de recherche pour l'ingénieur en mécanique, matériaux et énergétique - PPRIMME (Poitiers)
(Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016)

École doctorale : Sciences et Ingénierie des Matériaux, Mécanique, Énergétique (Poitiers)
Secteur de recherche : Mécanique des fluides

Présentée par :
Gwenaël Acher

Couplage de mesures de vitesse par Tomo-PIV et de déformation de profil, pour l'étude des interactions fluide-structure

Directeur(s) de Thèse :
Laurent David, Lionel Thomas, Benoît Tremblais

Soutenue le 15 octobre 2019 devant le jury

Jury :

Président	**Malick Ba**	Professeur, Pprime, ISAE-ENSMA, Poitiers
Rapporteur	**Henda Djeridi**	Professeure, LEGI, INP, Université de Grenoble-Alpes
Rapporteur	**Jean-Marc Foucaut**	Professeur, École centrale, Lille
Membre	**Benjamin Leclaire**	Docteur, Professeur assistant à l'École Polytechnique, ONERA
Membre	**Romuald Boucheron**	Docteur, DGA Techniques hydrodynamiques, Val-de -Reuil

Pour citer cette thèse :
Gwenaël Acher. *Couplage de mesures de vitesse par Tomo-PIV et de déformation de profil, pour l'étude des interactions fluide-structure* [En ligne]. Thèse Mécanique des fluides. Poitiers : Université de Poitiers, 2019. Disponible sur Internet <http://theses.univ-poitiers.fr>

THÈSE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées

Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016

Ecole Doctorale SIMME : Sciences et Ingénierie des Matériaux, Mécanique, Energétique

Domaine de recherche : Mécanique des Fluides

Présentée par

Gwenaël Acher

Couplage de mesures de vitesse par Tomo-PIV et de déformation de profil, pour l'étude des interactions fluide-structure

Directeurs de thèse :

Laurent David

Lionel Thomas

Benoit Tremblais

Thèse soutenue le 15 Octobre 2019

devant la Commission d'Examen

JURY

M. Ba	*Professeur, ISAE-ENSMA, Institut Pprime*	Examinateur
R. Boucheron	*Docteur, DGA Techniques hydrodynamiques*	Examinateur
L. David	*Professeur, Université de Poitiers, Institut Pprime*	Examinateur
H. Djeridi	*Professeure, Grenoble INP, LEGI*	Rapporteur
J.-M. Foucaut	*Professeur, Ecole Centrale de Lille, LMFL*	Rapporteur
B. Leclaire	*Docteur, Professeur assistant à l'Ecole Polytechnique, ONERA*	Examinateur
L. Thomas	*Maître de Conférences HDR, Université de Poitiers, Institut Pprime*	Examinateur
B. Tremblais	*Maître de Conférences, Université de Poitiers, Labratoire XLIM*	Examinateur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier la DGA pour le financement de mon travail de thèse ainsi que Didier Fréchou et Romuald Boucheron pour leur accompagnement tout au long de la thèse.

Je souhaite également remercier les rapporteurs, Henda Djeridi et Jean-Marc Foucaut, et les membres du jury, Malick BA, Romuald Boucheron et Benjamin Leclaire pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

J'ai bénéficié au cours de ce travail de recherche d'une grande aide de nombreux collègues et je souhaite par ces quelques lignes leur exprimer toute ma reconnaissance car je n'aurais pu réaliser ce travail sans leur contribution. Je tiens à remercier également les collègues qui n'ont pas activement pris part à ce travail mais qui ont contribué à créer un environnement de travail convivial dans lequel j'ai pris plaisir à évoluer au long de ces années passées à l'institut Pprime.

Je remercie tout d'abord chaleureusement Laurent David, Lionel Thomas et Benoit Tremblais pour leur encadrement tout au long de la thèse. J'ai vraiment pris beaucoup de plaisir à travailler avec eux et beaucoup appris à leurs côtés. Merci pour cette collaboration et votre soutien continu au long des ces années de travail.

Je tiens également à remercier Romain Bellanger et Patrick Braud pour leur investissement sans faille lors de la réalisation des expériences. La réalisation des mesures optiques n'aurait pu être si fructueuse sans votre implication continue et votre savoir-faire. Je vous remercie chaleureusement pour l'énergie que vous également consacré à transmettre votre expérience.

Merci également à Francis et Pierre-François pour leur accompagnement informatique. Votre aide et votre dévouement ont été pour moi inestimables. Vous avez toujours su vous rendre disponibles et fait preuve d'une efficacité rare et toujours appréciée. Merci à vous.

Je souhaite également remercier Laurent Dupuis, Richard Tessier, Mathieu Rossard et Bastien Robert pour la conception et la réalisation des maquettes. Rien n'aurait pu se faire sans vous.

Je remercie également chaleureusement Catherine et Marie-Line qui m'ont aidé à naviguer dans les méandres de l'administration de Pprime.

Je souhaite aussi remercier mes collègues de l'ENSMA, qui m'ont toujours mis dans les meilleures dispositions pour enseigner et ont su me transmettre leur goût pour l'enseignement.

Je souhaite également remercier très chaleureusement tous ceux qui ont participé à créer cette atmosphère conviviale au Laboratoire. Merci à Christian, à Patrice, à Jean-Marc, à Pierre-François, à Richard, à Thierry, à Brice pour ces moments conviviaux du matin qui m'ont apporté l'énergie (merci au café aussi) et la bonne humeur pour démarrer la journée.

Merci à tous les collègues Clément, Yann, Johann, Léo-Paul, Thomas, Rémy, Larbi, Fabien, Ludovic, Frédéric, Guillaume, Thomas, Etienne, Thibault, Melissa, Fatma pour

tous ces moments passés à vos côtés. Et plus spécialement à Alex, Arthur, Aurélien, Ugo et Paul avec qui les affinités professionnelles se sont transformées en une belle amitié.

J'ai une pensée particulière pour Erwan Colin, Farrukh Alvi, Eric Moreau et Nicolas Benard qui m'ont initié à la recherche et sans qui je n'aurais probablement pas choisi ce parcours académique. Merci en particulier à toi Nicolas, pour toutes les discussions formelles et informelles qui m'ont enrichi au cours de ces années.

Enfin je souhaite remercier affectueusement Sophie, ma famille et mes amis pour leur soutien inconditionnel dans les meilleurs moments et dans les périodes plus difficiles.

Merci à tous.

Table des matières

Introduction **1**

1 Vélocimétrie par Image de Particules Tomographique **3**
1.1 Principe de fonctionnement de la PIV tomographique 4
1.1.1 Etalonnage des caméras 5
1.1.2 Ensemencement du fluide 6
1.1.3 Illumination de la zone de mesure 7
1.1.4 Enregistrement des images de particules 7
1.1.5 Reconstruction tomographique pour la PIV 8
1.1.6 Calcul du déplacement des particules 9
1.2 Modèles de Caméra 10
1.2.1 Modèle sténopé 10
1.2.2 Condition de Scheimpflug 11
1.2.3 Modèle sténopé avec distorsions 11
1.2.4 Modèle polynomial 12
1.2.5 Modèle à lancer de rayons 13
1.3 Techniques de reconstruction discrètes 13
1.3.1 Méthodes d'interaction pixel-voxel 14
1.3.2 Techniques algébriques ART - MART - SMART 15
1.3.3 Techniques de reconstruction rapide - Initialisation de volume . . 16
1.3.4 IntE-MART 17
1.3.5 PVR 18
1.3.6 MTE-SMTE 19
1.4 Techniques de reconstruction particulaires 21
1.4.1 IOD-PVRMPP 21
1.4.2 IPR 22
1.4.3 Shake-The-Box 24
1.4.4 Estimation conjointe de la vitesse et du volume de particules . . . 25
1.5 Conclusion 27

2 Généralisation du modèle de caméra **29**
2.1 Simulateur d'images PIV 30
2.1.1 Modélisation des caméras 30
2.1.2 Interfaces optiques 36
2.1.3 Modélisation des particules et projection 38
2.1.4 Illumination du volume et modélisation du laser 43
2.1.5 Synthèse des images et bruit 43
2.1.6 Génération des particules et déplacement 44

2.1.7 Générateur de calibration . . . 45
2.1.8 Conclusion et perspectives . . . 45
2.2 Modèle de caméra à correction discrète . . . 46
2.2.1 Principe de fonctionnement . . . 47
2.2.2 Grille adaptative . . . 48
2.2.3 Triangulation . . . 48
2.2.4 Etalonnage du modèle à correction discrète . . . 51
2.3 Caractérisation du modèle . . . 53
2.3.1 Configuration expérimentale et numérique . . . 53
2.3.2 Définition des scalaires d'erreur . . . 54
2.3.3 Etude numérique . . . 55
2.3.4 Etude expérimentale . . . 67
2.4 Conclusion et perspectives sur le modèle hybride . . . 72

3 Dispositifs expérimentaux, simulation numérique et outils d'analyse 73
3.1 Configuration expérimentale . . . 74
3.2 Etudes préliminaires . . . 75
3.2.1 Visualisation par éléments de trajectoire . . . 76
3.2.2 Mesure de vitesse Stéréo-PIV . . . 76
3.3 Mesures couplées de vitesse 3D et de déformation . . . 78
3.3.1 Mesure de vitesse par Tomo-PIV . . . 78
3.3.2 Mesure de surface solide . . . 87
3.3.3 Mesures de pression et de force totale . . . 91
3.3.4 Estimation de la pression à partir de PIV . . . 92
3.4 Etude numérique . . . 93
3.4.1 Simulation numérique des écoulements turbulents . . . 94
3.4.2 Cas Simulé . . . 104

4 Analyse de l'écoulement et du couplage fluide-structure 109
4.1 Topologie de l'écoulement . . . 110
4.1.1 Comparaison PIV-Numérique . . . 113
4.1.2 Ecoulement moyen . . . 117
4.1.3 Dynamique instationnaire . . . 118
4.2 Comparaison entre l'écoulement autour d'un profil d'aile rigide et l'écoulement autour d'un profil d'aile flexible . . . 121
4.3 Déformation de la structure . . . 131
4.4 Analyse du couplage fluide-structure . . . 133
4.5 Conclusion et perspectives . . . 140

Conclusion 143

A Réfraction et Réflexion à l'interface 147

B Quelques équations d'interfaces et calculs d'intersections 149

C Corrélation et convolution de fonctions gaussiennes 155

Table des figures

1.1 Schéma de principe de la Tomo-PIV 5

2.1 Schéma de la géométrie de la caméra sténopé 31
2.2 Schéma de la méthode de triangulation 49
2.3 Particules triangulées avec leur boite de détection et les lignes de vues associées 50
2.4 Schéma de la méthode d'étalonnage des corrections 52
2.5 Photographie de la configuration expérimentale de qualification du modèle de caméra 53
2.6 Disposition angulaire des caméras 54
2.7 Cartes d'erreurs de projection des modèles analytiques (caméra 3) 56
2.8 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques (caméra 3) . . 57
2.9 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques calculées avec la méthode expérimentale (caméra 3) 58
2.10 Disribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3) . . 58
2.11 Disribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3) 58
2.12 Corrections discrètes sur la projection calculées sur les listes 3D (caméra 3) 59
2.13 Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les listes 3D (caméra 3) 59
2.14 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les listes 3D (caméra 3) 60
2.15 Corrections discrètes sur la projection calculées sur les listes 2D (caméra 3) 61
2.16 Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les listes 2D (caméra 3) 61
2.17 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les listes 2D (caméra 3) 62
2.18 Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé corrigé sur les listes 2D (caméra 3) 62
2.19 Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial corrigé sur les listes 2D (caméra 3) 63
2.20 Image bruitées ($\sigma = 0.05$) issues de la simulation (contraste inversé pour la représentation) 64
2.21 Distribution des erreurs de détection dans les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 64
2.22 Corrections discrètes sur la projection calculées sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 64
2.23 Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 65

2.24 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 65
2.25 Distribution des erreurs de détection sur les particules triangulées pour le modèle sténopé (caméra 3) 66
2.26 Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé corrigé sur les images ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 66
2.27 Distribution des erreurs de détection sur les particules triangulées pour le modèle polynomial (caméra 3) 66
2.28 Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial corrigé sur les images ($\sigma = 0.05$) (caméra 3) 67
2.29 Images expérimentales de la caméra 3 (contraste inversé pour la représentation) 68
2.30 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques (caméra 3) . . 68
2.31 Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3) . 69
2.32 Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3) 69
2.33 Corrections discrètes sur la projection (caméra 3) 70
2.34 Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés (caméra 3) 70
2.35 Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3) . 70
2.36 Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3) 71

3.1 Veine hydrodynamique TunHyde (Institut Pprime) 74
3.2 Représentation de la fixation de l'aile sur le hublot avec mesure de force . 75
3.3 Photographie du montage expérimental en veine d'essais 75
3.4 Visualisation de l'écoulement par Streaks pour le plan $z = 70\,\text{mm}$ 76
3.5 Photographie de la configuration expérimentale de Stéréo-PIV 77
3.6 Vitesse axiale moyenne sur les trois plans de mesure Stéréo-PIV 77
3.7 Disposition des caméras de la Tomo-PIV 79
3.8 Représentation de la configuration expérimentale de Tomo-PIV 79
3.9 Photographie de la configuration expérimentale de Tomo-PIV 80
3.10 Images de particules pour la Tomo-PIV dans le volume centré sur $z = 70\,\text{mm}$ 81
3.11 Images de particules filtrées (et inversées pour la représentation) pour la Tomo-PIV dans le volume centré sur $z = 70\,\text{mm}$ 81
3.12 Illustration de la procédure d'étalonnage des caméras 82
3.13 Composante horizontale de l'erreur de re-projection pour la caméra 3 : Respectivement sur la première et deuxième ligne le modèle sténopé et le modèle polynomial avec le modèle étalonné (a,d), le modèle réaligné (b,e) et le modèle avec corrections discrètes (c,f) 83
3.14 Volume discret de particules reconstruit avec MART 84
3.15 Intensité reconstruite dans le volume selon Z 84
3.16 Vitesse axiale instantanée sur le plan à mi-envergure et iso-surface de critère Q 85
3.17 Images de l'aile pour la reconstruction de surface 87
3.18 Synchronisation des éclairages et des acquisitions 88
3.19 Illustration des maillages utilisés pour la reconstruction de surface 89
3.20 Reconstruction de la surface de l'aile flexible colorée par le déplacement vertical par rapport à la position au repos 90
3.21 Evolution temporelle de la position d'un point du profil d'aile (profil rigide) 91

3.22 Séparation du domaine et positionnement des conditions aux limites de Dirichlet (niveau]-1,0]) 93
3.23 Champ instantané du coefficient de pression dans le volume central et iso-surface de critère Q pour caractériser les structures tourbillonnaires . . . 93
3.24 Maillage de la simulation numérique 105
3.25 Scalaire de transition de la modélisation RANS ($\tilde{f}_d = 1$) vers la modélisation LES ($\tilde{f}_d = 0$) 105
3.26 Critère y^+ pour les parois de la simulation 106

4.1 Visualisation de l'écoulement par éléments de trajectoire (« streaks ») . . 112
4.2 Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 70 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV 114
4.3 Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 105 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV 115
4.4 Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 140 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV 116
4.5 Champ de vitesse moyenne axiale (axe x) issu de la simulation numérique 117
4.6 Champ de vitesse moyenne verticale (axe y) issu de la simulation numérique 118
4.7 Champ de vitesse moyenne transversale (axe z) issu de la simulation numérique 118
4.8 Vitesse verticale dans le plan $z = 20$ mm issu de la simulation numérique 119
4.9 Vitesse verticale dans le plan $z = 70$ mm issu de la simulation numérique 119
4.10 Visualisation du sillage de l'aile (iso-surface de critère Q) 120
4.11 Visualisation du tourbillon en fer à cheval au niveau de l'emplanture de l'aile (iso-surface de critère Q). Plan de coupe $x = 0$ mm coloré par la vorticité selon x 121
4.12 Convergence des statistiques sur la vitesse pour un point du sillage dans le plan 70 mm (série profil flexible) 122
4.13 Longueur des séries temporelles calculées 122
4.14 Champ de vitesse V autour d'un profil d'aile rigide, issu de la Stéréo-PIV (à gauche) et de la Tomo-PIV (à droite) dans le plan de mesure 70 mm . 124
4.15 Cartes de coefficient de pression et iso-surface de critère Q, issues de la Tomo-PIV dans le plan 100 mm 124
4.16 Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 70 mm 125
4.17 Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 105 mm 126
4.18 Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 140 mm 127

4.19 Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 70 mm 128
4.20 Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 105 mm 129
4.21 Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 140 mm 130
4.22 Déformations maximale et minimale du profil souple issues de la série de mesures $z = 70$ mm 131
4.23 Déformation de la surface le long de l'envergure au niveau du quart de corde pour les profils rigide et souple aux instants de déformation maximale et minimale (série de mesure $z = 70$ mm) 132
4.24 Signal temporel de déformation du profil rigide au point x=20 mm, z=135 mm (série de mesure $z = 70$ mm) 132
4.25 Signal temporel de déformation du profil souple au point x=20 mm, z=135 mm (série de mesure $z = 70$ mm) 133
4.26 Densité spectrale de puissance de la pression d'arrêt amont (moyenne sur trois signaux) 133
4.27 Signal brut de déformation (courbe noire), signal de moyenne glissante sur 0,1 s (courbe rouge) et signal obtenu à partir de la soustraction de la moyenne glissante au signal brut (courbe orange) 134
4.28 Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 70 mm 135
4.29 Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 105 mm 136
4.30 Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 140 mm 137
4.31 Comparaison du signal de déformation (et de déformation basse fréquence) et de la vitesse dans les zones de forte corrélation du plan 105 mm 139

Introduction

De manière générale, les études de la mécanique des fluides et de la mécanique des solides coexistent dans deux domaines séparés. Le plus souvent, en mécanique du solide, les sollicitations du fluide sur la structure sont analysées comme des efforts moyens tandis qu'en mécanique des fluides, la structure représente un obstacle fixe ou mobile, définissant la limite du domaine fluide. Cependant, dans de nombreuses applications, cette compartimentation de la physique en deux domaines distincts ne permet pas d'appréhender le problème dans toute sa complexité. En effet, dans un grand nombre de domaines scientifiques, des interactions entre l'écoulement fluide et les mouvements des structures solides se manifestent.

Ces interactions sont observables dans des domaines aussi variés que l'aéronautique, avec la flexion et la vibration des ailes d'avion soumises aux efforts aérodynamiques, des systèmes industriels de conduites, dont l'entrée en vibration des structures peut être causée par des forçages fluides au passage de singularités telles que des coudes, mais aussi l'architecture, avec le mouvement de grands immeubles causés par les efforts aérodynamiques créés par le vent ou encore la médecine, domaine dans lequel les écoulements sanguins sont forcés par le cœur et influencent la géométrie artérielle et veineuse.

Dans de telles configurations, l'influence de l'interaction fluide-structure sur les mécanismes physiques mis en jeu devient non négligeable et le couplage doit être intégré à l'analyse physique ou à la modélisation dans le cas de prédictions. La compréhension des mécanismes d'interactions fluide-structure est d'une importance majeure pour la conception de structures soumises à des fluctuations des efforts liées à l'écoulement fluide. En effet, ces interactions sont souvent la cause d'une perte d'efficacité des systèmes impactés et peut mener à un endommagement, voire à la destruction de la structure. C'est le cas par exemple de l'entrée en flottement (« flutter ») d'une aile d'avion. Ces sollicitations instationnaires doivent donc être prises en compte pour le dimensionnement en fatigue des structures. Ces phénomènes de couplage, souvent nuisibles, sont en général évités. Ils peuvent cependant être exploités pour certaines applications comme la récupération d'énergie.

Dans le but d'analyser les mécanismes physiques associés à ces interactions fluide-structure, nous proposons, dans le cadre de ce travail de thèse, de mettre en place une expérience permettant la caractérisation simultanée de la dynamique du fluide et des déformations de la structure après avoir développé les outils métrologiques nécessaires. L'étude porte sur la caractérisation des couplages existant dans le cas d'une aile flexible de faible allongement placée à forte incidence dans un écoulement turbulent à nombre de Reynolds 10^5. Cette thèse, financée par la DGA, s'inscrit dans le cadre des études hydrodynamiques menées au sein de l'équipe HydEE de l'institut Pprime et correspond à une configuration simplifiée d'écoulement autour d'une aile portante (« foil »), d'une dérive ou d'un gouvernail. Pour mener à bien cette étude, des mesures de vitesse par Tomo-PIV autour du profil d'aile ont été réalisées en couplage avec une mesure de défor-

mation de la structure. Ces expériences sont réalisées avec un profil d'aile rigide et avec un profil d'aile flexible afin d'évaluer l'impact de la flexibilité de l'aile sur l'écoulement. Une simulation numérique de type IDDES (Improved Delayed Detached Eddy Simulation) de l'écoulement autour d'un profil rigide est également réalisée avec deux objectifs principaux : d'une part la validation de techniques de reconstruction de pression à partir de champs PIV et d'autre part, cette simulation permet d'analyser l'organisation globale de l'écoulement, en particulier dans les zones non mesurées expérimentalement.

Le premier chapitre du manuscrit présente le contexte métrologique existant en Tomo-PIV et les développements clés de ces dernières années afin d'établir un diagnostic de ce qu'il est possible de réaliser et d'identifier les défis à relever. Les différentes étapes de la mesure sont décrites, de l'étalonnage du système optique, jusqu'à la corrélation pour obtenir un champ de vitesse.

A la suite de l'étude bibliographique et des premières expériences réalisées, nous avons remarqué que la principale difficulté de la mesure dans le contexte de mesures hydrodynamiques est l'établissement d'un modèle de caméra fidèle au processus d'enregistrement des images de particules. En effet, la présence de hublots épais sur le chemin optique entre les caméras et le volume de mesure, et les changements d'indices de réfraction aux interfaces air-PMMA et PMMA-eau font que les modèles analytiques classiquement utilisés, tels que les modèles sténopé et polynomiaux, ne sont pas bien adaptés à la mesure. Pour répondre à cette problématique, nous proposons un nouveau modèle de caméra associant un modèle analytique et une correction locale discrète. Ce modèle de caméra est présenté dans le deuxième chapitre, ainsi que le fonctionnement d'un simulateur d'images de Tomo-PIV, développé pour l'évaluation du nouveau modèle.

La chapitre 3 présente l'ensemble des caractéristiques de la configuration expérimentale, les techniques de mesure et d'analyse utilisées ainsi que les conditions de leur application pour l'étude. Les modèles utilisés pour la simulation numérique sur le cas d'étude sont introduits et les conditions de simulation détaillées.

Enfin le dernier chapitre expose les différents résultats obtenus. L'analyse de l'écoulement autour du profil d'aile rigide est présentée puis la comparaison entre l'écoulement autour d'une aile rigide et d'une aile flexible est réalisée. Les déformations des structures rigide et flexibles sont ensuite caractérisées. Enfin, dans une dernière section, les premiers résultats d'analyse de couplage entre le fluide et la structure sont discutés.

Chapitre 1

Vélocimétrie par Image de Particules Tomographique

Sommaire

1.1 Principe de fonctionnement de la PIV tomographique 4
1.1.1 Etalonnage des caméras 5
1.1.2 Ensemencement du fluide 6
1.1.3 Illumination de la zone de mesure 7
1.1.4 Enregistrement des images de particules 7
1.1.5 Reconstruction tomographique pour la PIV 8
1.1.6 Calcul du déplacement des particules 9
1.2 Modèles de Caméra 10
1.2.1 Modèle sténopé 10
1.2.2 Condition de Scheimpflug 11
1.2.3 Modèle sténopé avec distorsions 11
1.2.4 Modèle polynomial 12
1.2.5 Modèle à lancer de rayons 13
1.3 Techniques de reconstruction discrètes 13
1.3.1 Méthodes d'interaction pixel-voxel 14
1.3.2 Techniques algébriques ART - MART - SMART 15
1.3.3 Techniques de reconstruction rapide - Initialisation de volume . 16
1.3.4 IntE-MART 17
1.3.5 PVR 18
1.3.6 MTE-SMTE 19
1.4 Techniques de reconstruction particulaires 21
1.4.1 IOD-PVRMPP 21
1.4.2 IPR 22
1.4.3 Shake-The-Box 24
1.4.4 Estimation conjointe de la vitesse et du volume de particules . 25
1.5 Conclusion 27

La nature fortement tridimensionnelle des écoulements fluides a poussé les expérimentateurs à développer des techniques de mesure volumique pouvant les caractériser. Soutenu par les progrès techniques, notamment électroniques et informatiques, la mesure volumique de vitesses tridimensionnelles, notée 3D-3C (3 dimensions-3 composantes) s'est développée dans les années 1990 avec un rapide essor depuis le milieu des années 2000. Il existe aujourd'hui de nombreuses techniques de diagnostic optique pour la mesure de vitesse en mécanique des fluides dont la majorité sont répertoriées par Discetti and Coletti [2018] et Riethmuller et al. [2012]. La plupart de ces méthodes sont des extensions de techniques de mesures bidimensionnelles (PIV et PTV planaires) à des techniques tridimensionnelles. Parmi ces techniques dont la variété continue de croître, les plus courantes sont : la mesure de vitesse par suivi de particules (PTV 3D - 3D Particle Tracking Velocimetry) Maas et al. [1993], la PIV tomographique (Tomo-PIV - tomographic PIV) Scarano [2012], la PIV à balayage (scanning PIV) Brücker [1995] et David et al. [2012], la PIV/PTV holographique (holographic PIV/PTV) Hinsch [2002], la PIV à défaut de mise au point (Defocusing PIV) Pereira et al. [2000] et la PIV plénoptique (light-field PIV, plenoptic PIV) Belden et al. [2010].

Toutes ces techniques reposent sur le même principe de base qui est le suivi de traceurs optiques, ajoutés préalablement à l'écoulement. Elles se distinguent par les systèmes optiques employés pour la mesure et les méthodes d'estimation de la position et du déplacement des particules. Dans ce manuscrit, nous nous intéresserons plus particulièrement aux techniques de Tomo-PIV. Celles-ci utilisent uniquement l'intensité des images de particules enregistrées depuis plusieurs points de vues pour accéder à la reconstruction de volumes de particules puis évaluer leur déplacement.

1.1 Principe de fonctionnement de la PIV tomographique

La tomographie PIV est une extension de la PIV planaire et son principe de fonctionnement reste le même, à ceci près que la mesure est volumique. Son fonctionnement est décrit dans cette section sous sa forme classique présentée par Elsinga et al. [2006] pour un système à double exposition. Un schéma de principe est présenté en Figure 1.1. La mesure de vitesse par tomo-PIV peut être décomposée en six étapes clés, détaillées dans les six prochaines sections. La première étape consiste à étalonner le système optique (section 1.1.1). Cette étape préliminaire permet d'établir des relations géométriques entre les images de particules et le volume fluide mesuré. Afin de visualiser l'écoulement, de petites particules (traceurs optiques) sont insérées dans le fluide (section 1.1.2). Ensuite le volume de mesure est illuminé à l'aide d'une source lumineuse, permettant d'observer les particules, autrement invisibles (section 1.1.3). Les particules illuminées diffusent la lumière du laser et sont visibles par les caméras, classiquement au nombre de quatre pour une expérience de Tomo-PIV. Les images de particules sont enregistrées simultanément par toutes les caméras du système à deux instants rapprochés séparés d'un intervalle de temps Δt, donnant classiquement deux quadruplets d'images, l'un enregistré à t et l'autre à $t + \Delta t$ (section 1.1.4). Au cours de la cinquième étape (section 1.1.5), deux volumes de particules, représentatifs des instants t et $t + \Delta t$, sont reconstruits à partir des images des particules enregistrées à l'étape précédente et des fonctions de projection calculées lors de l'étape d'étalonnage. Enfin, le champ de déplacement des particules est déterminé par un calcul d'inter-corrélation locale entre les deux instants (section 1.1.6).

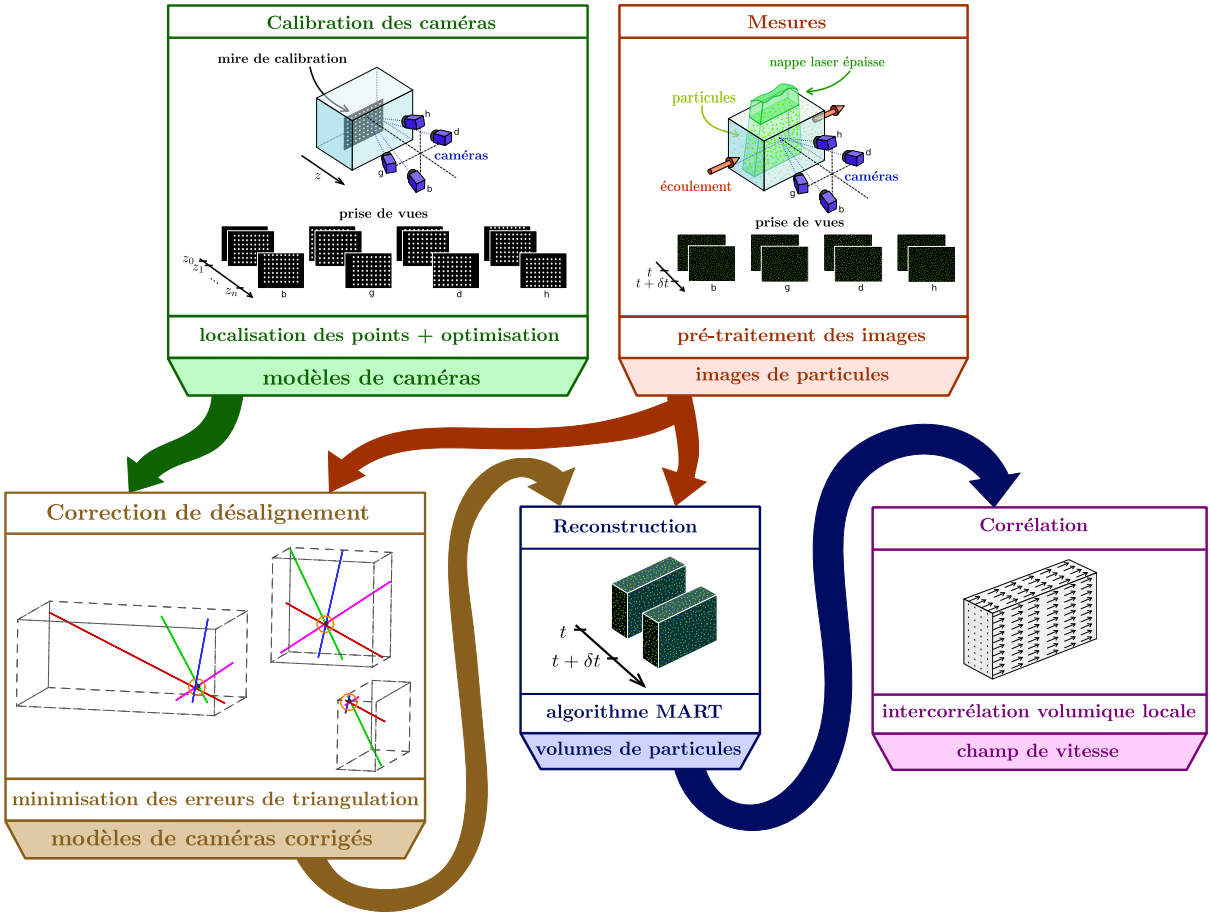


FIGURE 1.1 – Schéma de principe de la Tomo-PIV

1.1.1 Etalonnage des caméras

L'étape d'étalonnage ou calibrage des caméras, souvent improprement appelée calibration du fait de la mauvaise traduction du terme anglais *calibration*, consiste à déterminer les fonctions de projection et de rétro-projection associées à chaque caméra du système. Définissons tout d'abord le repère du volume de mesure (espace physique) (O, e_x, e_y, e_z). L'ensemble des indices X_0, font référence à des coordonnées $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ exprimées dans ce repère. Notons (J_n, e_{u_n}, e_{v_n}) un second repère associé au repère de l'image n et aux coordonnées pixel $(u_n, v_n) \in \mathbb{R}^2$. La fonction de projection Ψ_n associe un point de l'espace physique $P = (x_0, y_0, z_0)$ à sa projection $Q_n = (u_n, v_n)$ sur la camera n (parmi les N caméras) dans le repère (J_n, e_{u_n}, e_{v_n}) (eq. 1.1). La fonction de rétro-projection Ψ_n^{-1} associe, quant à elle, un point de l'image (u_n, v_n) à l'ensemble des points de sa ligne de vue (notée LOS - Line-Of-Sight), paramétrée par z_0 (eq. 1.2). Les indice n seront par la suite omis lorsque cela ne crée pas d'ambiguïté.

$$\begin{cases} (u_n, v_n) = \Psi_n(x_0, y_0, z_0) & (1.1) \\ (x_0, y_0, z_0) = \Psi_n^{-1}(u_n, v_n, z_0) & (1.2) \end{cases}$$

La nature des modèles de projection faisant l'objet d'un section plus détaillée dans la suite de ce chapitre (section 1.2), cette section s'attache uniquement à la brève description des techniques d'étalonnage employées dans ce travail de thèse. Afin de déterminer ces modèles, une mire de calibration est utilisée. Dans notre cas, elle est composée

d'un ensemble de marqueurs circulaires gravés aux nœuds d'une grille cartésienne de pas (dX, dY). Elle est déplacée à travers l'ensemble du volume de mesure (à l'aide d'une table de déplacement micrométrique), le long de l'axe e_z par pas Δz, et un cliché est enregistré pour toutes les caméras à chaque position. Chaque marqueur est détecté sur les images et apparié avec le point physique correspondant (connu). Il en résulte, pour chaque caméra, une liste de points physiques associés à leur projection dans l'image $(x_0, y_0, z_0, u_n, v_n)_i$. Ces points sont liés par la fonction de projection Ψ_n dont les paramètres sont déterminés en minimisant l'erreur quadratique $e_n = \sum_i ||\Psi_n((x_0, y_0, z_0)_i) - (u_n, v_n)_i||_2$.

Cette technique de calibration, couramment employée en Tomo-PIV, présente l'avantage d'être d'implémentation simple et robuste. Cependant, une attention particulière doit être portée au positionnement de la mire (orthogonalité à l'axe e_z) et à son déplacement, puisqu'une faible erreur de calage peut engendrer un biais important dans l'étalonnage. D'autres méthodes d'étalonnage, avec des contraintes moins fortes sur le positionnement et le déplacement de la mire, peuvent être utilisées (Zhang [1999], Gomit et al. [2015]), lorsque l'environnement expérimental l'exige.

Au cours des acquisitions de Tomo-PIV, le positionnement des caméras est sujet à des variations de faible amplitude, dues aux vibrations ou à la dilatation thermique des supports Cornic et al. [2016]. Or, la reconstruction tomographique est très sensible aux erreurs de calibrage puisqu'elle est basée sur le croisement des lignes de vues des caméras dans le volume et qu'une variation d'alignement d'un dixième de degré peut engendrer un déplacement de plusieurs pixels de la ligne de vue. Ces petites variations peuvent donc dégrader, voire même rendre impossible, la reconstruction tomographique. En pratique, du fait de l'intervention sur l'installation expérimentale, il est difficile d'effectuer un étalonnage qui soit parfaitement valide même pour la première acquisition. Suite aux premières expériences réalisées au laboratoire (David et al. [2007]), Wieneke [2008] propose une méthode de correction d'étalonnage à partir des images de particules, dont la robustesse est renforcée dans une seconde version Wieneke [2018]. Le mouvement des caméras étant généralement négligeable au cours d'une acquisition, mais potentiellement important entre deux acquisitions, cette correction est donc appliquée avant la reconstruction de chaque série de mesure. Dans le cas de vibrations au cours de l'acquisition, le calibrage des systèmes optiques peut être corrigé à chaque pas de temps (Earl et al. [2014]).

1.1.2 Ensemencement du fluide

L'ensemencement de l'écoulement fluide avec des traceurs optiques est une étape clé de la mesures de vitesse par Tomo-PIV. Le choix des traceurs doit être adapté au type d'application que l'utilisateur considère et représente un réel défi pour l'étude de nombreux types d'écoulements, notamment les écoulements compressibles. La précision de la mesure de vitesse dépend en premier lieu de la qualité du traceur, puis dans un second temps de la mise en œuvre de la mesure et du calcul à proprement parler. Deux aspects sont à considérer dans le choix des particules : l'un mécanique et l'autre optique. En effet, la mesure de vitesse du fluide repose sur la mesure du déplacement des particules. Il apparaît donc naturellement qu'une mesure de qualité peut être réalisée uniquement si les traceurs suivent parfaitement (ou suffisamment bien) le mouvement fluide et s'ils peuvent être correctement visualisés par le dispositif expérimental. Ces problématiques sont communes à la PIV planaire mais aussi à d'autres techniques de mesures telles que la Vélocimétrie Laser Doppler (LDV) et ont, par conséquent, fait l'objet de nombreuses

publications (Albrecht et al. [2003], Mei [1996], Melling [1997]). Les particules les plus avantageuses seront souvent des particules qui ont une masse volumique proche de celle du fluide et des dimensions très petites, permettant une réponse rapide aux changements de direction et de vitesse de l'écoulement. Les caractéristiques optiques des particules sont discutées dans la section 1.1.4 puisqu'elles dépendent très fortement du système optique utilisé pour les visualiser.

1.1.3 Illumination de la zone de mesure

Une fois l'écoulement correctement ensemencé, il est nécessaire d'illuminer la zone de mesure afin de pouvoir visualiser les particules sur le capteur de la caméra (généralement CCD ou CMOS). L'éclairement de la zone de mesure est généralement réalisé à l'aide d'un faisceau laser élargi à l'aide d'un dilatateur de faisceau (beam expander) ou d'un système optique équivalent, générant un faisceau collimaté de l'épaisseur du volume de mesure. La nappe laser épaisse est ensuite formée à l'aide d'une lentille cylindrique divergente de façon similaire à la PIV planaire. Afin d'améliorer la reconstruction tomographique, une large fente est généralement placée à la sortie du système optique pour couper les bords du faisceau et ne retenir que la partie centrale du faisceau gaussien et ainsi obtenir un éclairement homogène de la zone de mesure avec des bords francs. L'intensité lumineuse reçue par les particules étant inversement proportionnelle à l'épaisseur du volume, il est nécessaire d'utiliser un système laser plus puissant pour obtenir les mêmes contrastes d'images qu'en PIV planaire. Pour la mesure de volumes importants, il peut s'avérer nécessaire de mettre en place des systèmes optiques plus complexes tels que des systèmes double ou multi-passe permettant d'éclairer de multiples fois la zone de mesure avec le même faisceau à l'aide de miroirs (Ghaemi and Scarano [2010]). De plus, de tels montages permettent de réduire la variation d'intensité vue par les caméras en fonction de leur position. Les problèmes de diffusions avant/arrière sont grandement réduits.

1.1.4 Enregistrement des images de particules

Les particules ainsi éclairées sont observées par les caméras observant la scène depuis différents angles. La géométrie du montage et le nombre de caméras utilisées a un impact significatif sur la qualité de la reconstruction du volume de particules. Les divers paramètres géométriques et leur impact sur la reconstruction ont été étudiés par Thomas et al. [2014]. Il ressort de l'étude que la meilleure disposition des caméras est un arrangement en cercle avec un angle de vue proche de 28°. Bien que la Tomo-PIV puisse théoriquement être réalisée avec uniquement deux caméras, il apparaît nécessaire d'en utiliser au moins trois pour limiter les ambiguïtés de reconstruction. L'ajout d'une quatrième caméra améliore encore grandement la qualité de reconstruction. En revanche, les bénéfices associés à l'ajout d'une cinquième et d'une sixième caméra sont plus limités et le meilleur compromis matériel/qualité de reconstruction est souvent choisi à quatre caméras.

Les angles optimaux pour la reconstruction tomographique doivent cependant être revus à la baisse si le volume est situé dans un fluide d'indice de réfraction différent de celui de l'air et observé à travers des hublots sans prismes (Calluaud and David [2004a]). En effet, l'observation de la scène avec des angles élevés induit des distorsions optiques importantes sur les images et un compromis doit être trouvé entre des distorsions acceptables et des points de vues suffisamment éloignés pour accéder à une reconstruction de

qualité. Le système optique doit également être choisi et réglé avec soin afin d'obtenir une mise au point de qualité sur l'ensemble du volume. Comme les caméras observent la zone de mesure avec un angle important, les objectifs de la caméra sont généralement montés avec un réglage angulaire afin de pouvoir se placer dans les conditions de Scheimpflug et aligner le plan de mise au point avec le plan médian du volume. Ces problématiques d'alignement optique ne sont pas spécifiques à la tomo-PIV et ont été amplement discutées pour la mise en place de mesures par Stéréo-PIV (voir Prasad [2000] par exemple). En revanche, la problématique de mise au point sur une profondeur de champ importante, au moins égale à l'épaisseur du volume, apparaît avec la mesure tridimensionnelle. Pour ce faire, il faut choisir une ouverture du diaphragme suffisamment faible (grands $f_\#$) pour obtenir une profondeur de champ élevé, tout en conservant une intensité lumineuse suffisante.

La taille des particules enregistrées dans les images doit également être prise en considération pour le choix de l'ouverture, puisque généralement elle dépend du régime de diffraction et est donc directement pilotée par $f_\#$ selon l'équation 1.3 pour un diaphragme circulaire.

$$d_{diff} = 2.44\ \lambda\ f_\#\ (1 + M) \tag{1.3}$$

avec :

λ la longueur d'onde du laser

$f_\#$ le nombre d'ouverture caractérisant l'ouverture du diaphragme

M le facteur de grandissement

Dans la mesure du possible, la taille de l'image des particules est généralement choisie de l'ordre de $d_\tau^* = 2-3$ pixel. Cette valeur résulte d'un bon compromis entre la réduction des effets de blocage de pic (*peak-locking*) et la maximisation de la densité de particules dans l'image (ppp - particules par pixel). L'objectif est, en effet, de maximiser la densité de particules dans le volume (et donc dans l'image) pour obtenir une mesure de résolution spatiale maximale tout en conservant un faible taux de chevauchement des particules dans l'image, car il pénalise grandement la reconstruction tomographique. Cette contrainte est exprimée par le nombre densité source N_s (eq. 1.4) dont la valeur optimale est comprise entre 0.15 et 0.5 en fonction de l'algorithme de reconstruction utilisé (Scarano [2012]).

$$N_s = ppp\ \frac{\pi\ d_\tau^{*2}}{4} = \frac{\text{nbre de pixels non noir}}{\text{nbre de pixels total}} \tag{1.4}$$

1.1.5 Reconstruction tomographique pour la PIV

Afin de déterminer les vitesses au sein du volume d'étude, il est nécessaire de reconstruire la distribution des particules au sein de celui-ci. Les techniques classiques de reconstruction définissent un volume discrétisé en voxels, équivalents volumiques des pixels dans les images. La répartition des particules est alors, comme pour l'image, représentée par l'intensité des éléments du volume. Dans cette description du problème, les particules ne sont pas à proprement parler localisées mais la présence de régions de voxels d'intensité non-nulle représente sous forme discrétisée la présence d'une particule.

Chaque voxel est représenté par son centre de coordonnées (x, y, z), sa taille (dx, dy, dz) et son intensité $E(x, y, z)$. Chaque pixel de l'image n est représenté par ses coordonnées (u, v), sa taille (du, dv) et son intensité $I_n(u, v)$. Les fonctions E et I_n représentent respectivement la distribution d'intensité dans le volume et dans les images. Les

images de chaque caméra sont formées par la projection des intensités du volume sur le plan du capteur. La projection peut donc être formalisée de la manière suivante :

$$I_n(u,v) = \int_{LOS} E(x,y,z)\, ds \tag{1.5}$$

La discrétisation de l'image et du volume permet d'écrire cette relation sous forme d'une somme discrète ou d'une opération matricielle (eq. 1.6) équivalente :

$$I_n(u_i,v_i) = \sum_{j \in N_{vox}} w_{n,i,j}\, E(x_j,y_j,z_j) \qquad \Leftrightarrow \qquad I_n = \mathbf{W_n}\, E \tag{1.6}$$

$w_{n,i,j}$ représente la fonction d'interaction entre le pixel de la caméra n d'indice i et le voxel d'indice j du volume

N_{vox} représente le nombre total de voxels du volume

$\mathbf{W_n}$ représente la matrice d'interaction entre les pixels de la caméra n et les voxels du volume

Dans ce formalisme, la fonction de poids $w_{n,i,j}$ correspond au volume d'intersection entre le voxel j et le volume formé par la rétro-projection de la surface du pixel i de la caméra n. En modèle sténopé, le volume formé par la rétro-projection de la surface du pixel correspond à une pyramide à base rectangulaire de sommet le point focal du système et dont les arêtes passent par le point focal et les coins du pixel.

En pratique une telle intersection est coûteuse à calculer et la fonction de poids est approximée par des fonction plus simples. De plus, cette fonction d'interaction purement géométrique ne permet pas de modéliser précisément les interactions pixel-voxel en présence de défauts optiques notamment de défaut de mise au point ou d'astigmatisme prononcé.

Le problème de reconstruction revient donc à estimer $E(x,y,z)$ à partir des N projections I_n disponibles. Le nombre de projections N étant faible ($N \simeq 4$), la reconstruction tomographique est un problème inverse mal posé, souvent résolu par des méthodes algébriques itératives telle que MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique). Une présentation plus détaillée du problème de reconstruction est proposée aux sections 1.3 et 1.4.

1.1.6 Calcul du déplacement des particules

En Tomo-PIV, le déplacement des particules est évalué par inter-corrélation tridimensionnelle locale. Le concept de base repose sur le découpage du volume de voxels en sous-volume d'interrogation de taille $(2L+1)\times(2M+1)\times(2N+1)$ voxel sur lesquels sont réalisés une inter-corrélation tridimensionnelle (eq. 1.7) entre deux pas de temps consécutifs (E_1 et E_2), afin de déterminer statistiquement le déplacement d'un groupe de particules contenues dans ces volumes d'interrogation.

$$R(l,m,n) = \frac{\sum_{i=-L}^{L}\sum_{j=-M}^{M}\sum_{k=-N}^{N}(E_1(i,j,k)-\overline{E_1})\cdot(E_2(i+l,j+m,k+n)-\overline{E_2})}{\sqrt{\sum_{i=-L}^{L}\sum_{j=-M}^{M}\sum_{k=-N}^{N}(E_1(i,j,k)-\overline{E_1})^2 \cdot \sum_{i=-L}^{L}\sum_{j=-M}^{M}\sum_{k=-N}^{N}(E_2(i+l,j+m,k+n)-\overline{E_2})^2}} \tag{1.7}$$

Les algorithmes classiquement utilisés en PIV planaire ainsi que les méthodes avancées d'interpolation sub-pixel, multi-grille et de déformation de fenêtres, décrites par Riethmuller et al. [2012] ont été étendus à la PIV tomographique. La déformation des volumes d'interrogation permet de prendre en compte, dans une certaine mesure, le mouvement relatif des particules au sein du volume d'interrogation entre les deux pas de temps et donc d'améliorer le signal de la corrélation. L'interpolation du pic de corrélation, souvent réalisé à l'aide d'une fonction gaussienne ou parabolique ($3D$ ou $3 \times 1D$) permet de déterminer sa position avec une précision sub-pixel et apporte donc une précision accrue pour la mesure de vitesse.

Les algorithmes développés spécifiquement pour les données résolue en temps : intercorrélation avec intervalle (Hain and Kähler [2007]), moyenne de cartes de corrélation (Meinhart et al. [2000]), corrélation pyramidale (Sciacchitano et al. [2012]), FTC (Fluid Trajectory Correlation - Lynch and Scarano [2013]) et FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ensemble-averaged cross-correlation - Jeon et al. [2014]) ont également été étendus au calcul tridimensionnel. Ces algorithmes tirent parti de la résolution temporelle des données pour réduire les erreurs associées à la corrélation. Les techniques FTC et FTEE sont des méthodes pseudo-Lagrangiennes. En effet, elles déterminent la trajectoire d'un groupe de particules au cours du temps et permettent ainsi d'accéder non seulement à la vitesse mais également à l'accélération matérielle du fluide, utile pour la résolution des équations de Navier-Stokes.

Les techniques de corrélation pour la Tomo-PIV sont donc majoritairement des extensions des algorithmes développés pour la PIV planaire. Cependant, le coût de calcul élevé associé à l'ajout de la troisième dimension spatiale (et éventuellement une dimension temporelle supplémentaire) a motivé le développement de nouvelles techniques de corrélation adaptées à la donnée tridimensionnelle telle que F2DPR (Fast 2D Projection – Re-projection, Earl et al. [2016]).

1.2 Modèles de Caméra

Après avoir décrit les principes de fonctionnement de la Tomo-PIV dans la section précédente, nous nous intéressons de manière plus approfondie dans cette section aux modèles de caméra utilisés en Tomo-PIV. Le modèle de caméra est un opérateur de projection modélisant l'interaction entre le volume et le capteur de la caméra (généralement CCD ou CMOS). Il est essentiel pour la réalisation de calcul de Tomo-PIV puisqu'il est le lien entre les images enregistrées et le volume à reconstruire. Il doit à la fois être précis et rapide puisque c'est une opération répétée un très grand nombre de fois lors de la reconstruction du volume de particules. Dans cette section, les modèles de caméra les plus courants sont présentés.

1.2.1 Modèle sténopé

Le modèle sténopé, *pinhole* en anglais, est un modèle de caméra simple reposant sur la géométrie de l'expérience et de la caméra. Sa modélisation DLT (Direct Linear Transformation), permet de décrire la fonction de projection avec une simple opération matricielle (eq. 1.8) où la matrice $\mathbf{M}$ est composée de termes dépendant de la géométrie du système. La matrice est construite en composant quatre opérations successives : un changement de repère entre le repère du volume et le repère de la caméra, puis la projection à travers la lentille, ensuite le changement de repère de la caméra au plan CCD est réalisé et

enfin, le changement de base vers le coordonnées images est intégré. Le calcul de cette transformation globale est détaillé au chapitre suivante (section 2.1.1).

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

Le modèle DLT présente l'avantage de décrire l'opération de projection avec des relations linéaires issues de la physique de l'expérience. Du fait de cette formulation, il est robuste à l'extrapolation en dehors des zones étalonnée mais s'adapte mal à la présence de distorsions optiques (Calluaud and David [2004b]).

1.2.2 Condition de Scheimpflug

Pour la réalisation de mesure de PIV planaire, la caméra est toujours placée de manière orthogonale à la zone de mesure. Le réglage de l'objectif permet de faire coïncider le plan de mise au point et le plan de mesure pour obtenir une image nette sur tout le champ. Cependant, dans des configurations stéréoscopiques angulaires, et à plus forte raison en Tomo-PIV, les caméras observent la scène avec un angle. Il n'est alors plus possible de faire la mise au point sur l'ensemble du plan (ou volume) de mesure en conservant une ouverture du diaphragme élevée. Afin de faire correspondre le plan de mise au point et le plan de mesure, il devient nécessaire d'incliner le capteur de la caméra par rapport à l'objectif pour respecter la condition de Scheimpflug qui peut s'énoncer de la manière suivante : "Lorsque les plans image et objectif ne sont pas parallèles, le plan de netteté passe par l'intersection de ces deux plans".

Le développement du modèle sténopé avec la prise en compte de la condition de Scheimpflug est détaillé par Calluaud [2003] en Stéréo-PIV et Cornic et al. [2016] en Tomo-PIV. La prise en compte de l'orientation du plan capteur modifie l'opération de projection et le changement de repère entre la caméra et le plan capteur. Ces modifications dans les transformations n'impactent cependant pas la forme globale du modèle qui peut toujours se mettre sous la forme $U = \mathbf{M}X$. Les coefficients de la matrice $\mathbf{M}$ portent alors l'information d'orientation du plan capteur par rapport au plan de la lentille.

1.2.3 Modèle sténopé avec distorsions

La formation d'images à travers un objectif photographique produit souvent des distorsions optiques non négligeables, fortement dépendantes de la qualité des appareils et des conditions d'observation (grandissement, ouverture...). Ces aberrations sont généralement liés à des défauts de géométrie des lentilles utilisées pour fabriquer l'objectif et à leur alignement approximatif. Afin de pallier ce problème, de nombreux modèles de distorsions ont été développés pour corriger ces déformations. Les publications sont nombreuses sur le sujet et les modèles de correction variés. Weng et al. [1992] propose la prise en compte de trois types de distorsions : radiale (défaut de courbure des lentilles), de décentrage (défaut d'alignement des centres optiques des lentilles) et prismatique (défaut de parallélisme des lentilles). Ces distorsions peuvent être corrigées par un modèle non-linéaire Calluaud [2003], issu du développement à des ordres limités des expressions des

distorsions :

$$\begin{cases} \delta u = u_r(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) + 2d_1u_rv_r + d_2(3u_r^2 + v_r^2) + p_1\rho^2 \\ \delta v = v_r(r_1\rho^2 + r_2\rho^4 + r_3\rho^6) + 2d_2u_rv_r + d_1(u_r^2 + 3v_r^2) + p_2\rho^2 \\ u_r = u - u_c \\ v_r = v - v_c \\ \rho = \sqrt{u_r^2 + v_r^2} \end{cases} \tag{1.9}$$

Les coordonnées (u_c, v_c) correspondent au centre des déformations, (r_1, r_2, r_3) aux coefficients de distorsion radiale, (d_1, d_2) aux coefficients de décentrage, (p_1, p_2) aux coefficients de prismatique. Les corrections $(\delta u, \delta v)$ sont sommées aux coordonnées du pixel (u, v).

Bien que l'ajout de corrections au modèle DLT ait été conçu pour corriger les aberrations optiques liées aux objectifs, la correction non-linéaire a largement favorisé l'utilisation de ce modèle pour la mesure à travers des interfaces optiques (tunnel hydrodynamique). En effet, l'ajout de cette correction permet de corriger, au moins partiellement les distorsions liées à la réfraction. De plus, cette correction est appliquée dans le plan image. Il est donc possible de l'appliquer sur les images et d'utiliser ensuite un modèle sténopé liant ces images corrigées au volume. La perte d'efficacité en terme de temps de calcul par rapport à un modèle sténopé seul est donc minime.

1.2.4 Modèle polynomial

Suite à des observations issues de PIV stéréoscopique, Soloff et al. [1997] ont proposé un modèle de calibration de type polynomial pouvant s'appliquer à la mesure à travers des interface optiques. Les auteurs ont observé que l'utilisation d'un polynôme de degré 3 dans les directions x et y et de degré 2 dans la direction z permet une modélisation acceptable de la fonction de projection. La fonction de projection peut alors se mettre sous la forme suivante (eq. 1.10) :

$$\begin{cases} u = a_{x_0} + a_{x_1}x + a_{x_2}y + a_{x_3}z + a_{x_4}x^2 + a_{x_5}xy + a_{x_6}y^2 + \\ \quad a_{x_7}xz + a_{x_8}yz + a_{x_9}z^2 + a_{x_10}x^3 + a_{x_11}x^2y + a_{x_12}xy^2 + \\ \quad a_{x_13}y^3 + a_{x_14}x^2z + a_{x_15}xyz + a_{x_16}y^2z + a_{x_17}xz^2 + a_{x_18}yz^2 \\ v = a_{y_0} + a_{y_1}x + a_{y_2}y + a_{y_3}z + a_{y_4}x^2 + a_{y_5}xy + a_{y_6}y^2 + \\ \quad a_{y_7}xz + a_{y_8}yz + a_{y_9}z^2 + a_{y_10}x^3 + a_{y_11}x^2y + a_{y_12}xy^2 + \\ \quad a_{y_13}y^3 + a_{y_14}x^2z + a_{y_15}xyz + a_{y_16}y^2z + a_{y_17}xz^2 + a_{y_18}yz^2 \end{cases} \tag{1.10}$$

Le modèle polynomial ainsi décrit, souvent appelé modèle Soloff, présente l'avantage de modéliser fidèlement la fonction de projection dans un grand nombre de configurations expérimentales. De plus, l'évaluation de la fonction de projection polynomiale, bien que plus lente que pour le modèle linéaire, reste rapide. Bien que les coefficients du modèle n'aient plus de réelle signification physique, ses performances en terme de précision et rapidité en ont fait un modèle très largement utilisé dans les applications de stéréo-PIV et de Tomo-PIV. On notera cependant qu'il est nécessaire de prendre quelques précautions lors de l'étalonnage du modèle polynomial car il diverge très vite en dehors des zones étalonnées. Il est donc impératif d'étalonner le modèle dans l'ensemble des zones utiles à la mesure.

1.2.5 Modèle à lancer de rayons

Des solutions plus spécifiques, basées sur l'optique géométrique ont également été proposées pour établir un modèle de caméra en présence d'interfaces optiques. Belden [2013] propose ainsi d'associer un modèle sténopé et le calcul de la réfraction à chaque interface. Le modèle présenté repose sur la génération de rayons partant de la caméra sténopé et le calcul de leur chemin optique jusqu'au volume d'intérêt pour la rétro-projection. Il nécessite une connaissance partielle ou totale de la géométrie des interfaces. En effet, les parois sont modélisées par leur équation de surface et leurs caractéristiques (épaisseur, position, indice de réfraction) qui peuvent être soit supposées connues, soit déterminées dans un processus d'étalonnage. L'orientation du rayon de départ n'étant pas connu pour la projection, son calcul n'est pas direct et nécessite une résolution itérative.

La position et l'orientation des interfaces est calculée au cours de l'étape d'étalonnage du système (présentée en section 1.1.1). L'étude montre que l'estimation des paramètres de position peut se faire avec une précision acceptable à l'exception de l'épaisseur du hublot. En effet, la résolution étant peu sensible à ce paramètre, il est difficile de le déterminer précisément. Son estimation *a priori* est donc conseillée. Elle sera de plus grande fiabilité et l'erreur sur sa valeur n'engendrera que peu d'influence sur le système global.

Ce modèle de caméra a été évalué par la calibration d'un volume de mesure immergé dans l'eau à travers une paroi plane et une paroi cylindrique. Il présente l'avantage de décrire le système d'acquisition en tenant compte de la physique du système optique. Cependant, la connaissance fine de l'interface est nécessaire pour initialiser le modèle qui ne peut par conséquent pas corriger de défaut de géométrie (défaut de parallélisme par exemple). De plus, la projection, réalisée de manière itérative, engendre un surcoût conséquent par rapport aux modèles précédemment présentés.

1.3 Techniques de reconstruction discrètes

Après s'être attaché à la présentation des modèles de caméra couramment utilisés en Tomo-PIV, nous nous intéressons de manière plus approfondie dans cette section aux différents algorithmes de reconstruction pour la Tomo-PIV. Ceux-ci sont nombreux et proviennent à la fois de développements réalisés par la communauté mécanique des fluides et de vision par ordinateur. Ces méthodes peuvent être séparées en deux approches distinctes : les approches discrètes (ou reconstruction voxel), présentées dans cette section et les approches particulaires (orientées objet), qui font l'objet de la section suivante (section 1.4).

Le principe de base des techniques de reconstruction discrètes a été brièvement décrit dans la section précédente. Il repose sur la discrétisation du volume en voxels dont l'intensité code la présence et la position de particules dans l'espace. Dans ce procédé, les particules ne sont pas réellement identifiées et localisées. En effet, les mailles du volumes étant généralement plus grandes que la tailles réelle des particules, un blob de type gaussien, centré sur la position de la particule, occupant plusieurs voxels est reconstruit favorisant la précision sub-voxel de la corrélation. Ce blob est dans l'ensemble du manuscrit appelé particule même s'il n'est en réalité qu'une modélisation de la présence d'une particule. Les paragraphes suivants décrivent de manière plus approfondie les différentes techniques voxel les plus utilisées à ce jour pour la reconstruction tomographique.

1.3.1 Méthodes d'interaction pixel-voxel

Dans l'approche discrète, résoudre le problème de reconstruction revient à estimer $E(X_j, Y_j, Z_j)$ à partir des images $I_n(u_i, v_i)$ enregistrées en résolvant l'équation 1.6. Pour cela, il est nécessaire de définir une fonction d'interaction pixel-voxel $w_{n,i,j}$, caractérisant la projection de chaque élément voxel j sur chaque pixel i pour chaque caméra n. En général, cette fonction est définie comme le volume d'intersection entre l'élément voxel et l'ensemble du volume se projetant sur le pixel (ligne de vue du pixel). Dans la modélisation sténopé, cela revient à calculer le volume d'intersection entre le pavé droit voxel et la pyramide infinie dont le sommet est le point focal de la caméra et la base est le pixel. Dans la pratique, un tel calcul est très coûteux et il souvent approximé par l'une des fonctions d'interaction suivantes (Thomas et al. [2014]) :

Direct — Fonction la plus simple (et rapide). Si le centre du voxel j se projette dans le pixel i, alors $w_{n,i,j} = 1$, sinon $w_{n,i,j} = 0$

Bilinear pixel — Le poids $w_{n,i,j}$ correspond au coefficient porté par le pixel i lors de l'interpolation bilinéaire de la projection du centre du voxel j :

$$\begin{cases} w_{n,i,j} &= (1-a)(1-b) & \text{si } (a<1 \text{ et } b<1) \\ w_{n,i,j} &= 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.11}$$

avec

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left| \Psi(x_j, y_j, z_j) - \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \right|$$

LOS Length — Le voxel j est modélisé par une sphère de volume équivalent au pavé droit et $w_{n,i,j}$ est égal à la longueur d'intersection entre la sphère et la ligne de vue du pixel i.

Gaussian — La projection du voxel est modélisée par une gaussienne isotrope dont l'énergie est contenue à 95% dans disque de rayon r_0 de surface équivalente au pixel.

$$\begin{cases} w_{i,j} = e^{-\ln(20)\frac{r^2}{r_0^2}} \\ r = \left|\left| \Psi(x_j, y_j, z_j) - \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \right|\right| \end{cases} \tag{1.12}$$

Disc intersect — Le pixel i est approximé par un disque de rayon $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et la projection du voxel j par un disque de même rayon centré sur la projection du centre du voxel. Le coefficient de poids $w_{n,i,j}$ correspond alors à la surface d'intersection entre ces deux disques.

$$\begin{cases} w_{n,i,j} &= \frac{2}{\pi}\left(2R^2 acos\left(\frac{r}{2R}\right) - \frac{r}{2}\sqrt{4R^2 - r^2}\right) & \text{si } r < 2R \\ w_{n,i,j} &= 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.13}$$

avec

$$r = \left|\left| \Psi(x_j, y_j, z_j) - \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \right|\right|$$

Subpixel — Le pixel i est divisé en N subpixels et $w_{n,i,j}$ est proportionnel au nombre de centres de subpixels qui se rétro-projettent dans le voxel j.

Subvoxel — Le voxel j est divisé en N subvoxels et $w_{n,i,j}$ est proportionnel au nombre de centres de subvoxels qui se projettent dans le pixel i.

1.3.2 Techniques algébriques ART - MART - SMART

ART (Algebraic Recontruction Technique), MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) et SMART (Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) sont des méthodes de reconstruction itératives couramment utilisées pour la Tomo-PIV. Elles reposent toutes sur la correction itérative des valeurs des voxels par un terme d'écart entre la donnée enregistrée et la valeur calculée à l'itération précédente. Du fait de ses résultats supérieurs à ART, de sa qualité équivalente et de son antériorité à SMART, la méthode MART s'est imposée comme la référence pour la reconstruction volumique. Elle est très largement utilisée pour le calcul des volumes et sert généralement d'étalon pour le développement de nouvelles techniques.

ART

La méthode ART (Algebraic Recontruction Technique) a été proposée pour la Tomo-PIV par Elsinga et al. [2006] et se présente sous la forme pseudo-code suivant (Algorithme 1) :

Algorithm 1 ART (Algebraic Reconstruction Technique)

1: **for all** N_{ART} Itérations **do**
2: **for all** Camera n **do**
3: **for all** Pixel i **do**
4: **for all** Voxel j **do**
5: $$E(X_j, Y_j, Z_j) \mathrel{+}= \mu\, w_{n,i,j}\, \frac{I_n(u_i, v_i) - \sum\limits_{k \in N_j} w_{n,i,k}\, E(X_k, Y_k, Z_k)}{\sum\limits_{k \in N_j} w_{n,i,k}}$$
6: **end for**
7: **end for**
8: **end for**
9: **end for**

Dans cette méthode le voxel j est mis à jour par l'ajout d'un terme de correction $I_n(u_i, v_i) - \sum\limits_{k \in N_j} w_{n,i,k}\, E(X_k, Y_k, Z_k)$ pondéré par le facteur de relaxation μ et le coefficient de poids $w_{n,i,j}$. N_j représente normalement l'ensemble des voxels du volume, cependant seuls les voxels interagissant avec le pixel i sont utiles dans l'opération du fait de la présence du coefficient de poids $w_{n,i,j}$. L'ensemble N_j est donc, dans la pratique, ramené à l'ensemble des voxels interagissant avec le pixel (voxels tels que $w_{n,i,j} \neq 0$).

MART

La méthode MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) également proposée pour la Tomo-PIV par Elsinga et al. [2006] se différencie de la méthode précédente par le fait que le terme de correction est calculé comme le ratio de la valeur mesurée et la valeur projetée $I_n(u_i,v_i) \big/ \sum\limits_{k \in N_j} w_{i,k}\, E(X_k,Y_k,Z_k)$ et il est appliqué de manière multiplicative au voxel. Contrairement à ART, où chaque voxel interagissant avec un pixel d'intensité non-nulle dans une image conserve une intensité élevée, le caractère multiplicatif de la correction de MART permet de d'atténuer très rapidement l'intensité des voxels qui ne

sont pas supportés par une grande intensité dans l'ensemble des images. De plus cette formulation permet de s'assurer que la solution obtenue est positive dans l'ensemble du volume.

Algorithm 2 MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique)

for all N_{MART} Itérations **do**
  for all Camera n **do**
    for all Pixel i **do**
      for all Voxel j **do**
        $$E(X_j, Y_j, Z_j) *= \left(\frac{I_n(u_i, v_i)}{\sum_{k \in N_j} w_{n,i,k}\ E(X_k, Y_k, Z_k)} \right)^{\mu\ w_{n,i,j}}$$
      end for
    end for
  end for
end for

SMART

La méthode SMART (Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) a été introduite pour la Tomo-PIV par Atkinson and Soria [2009] et se différencie des deux précédentes méthodes par le fait que l'information de toutes les caméras est utilisée simultanément pour mettre à jour le volume. L'algorithme corrige itérativement chaque voxel à l'aide de tous les pixels N_i (de toutes les images) interagissant avec celui-ci (Algorithme 3). SMART nécessite plus d'itérations que MART pour converger mais les itérations sont plus rapides et l'implémentation présente l'avantage d'être hautement parallélisable.

Algorithm 3 SMART (Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique)

for all N_{SMART} Itérations **do**
  for all Voxel j **do**
    $$E(X_j, Y_j, Z_j) *= \prod_{i \in N_i} \left[\left(\frac{I_n(u_i, v_i)}{\sum_{k \in N_j} w_{n,i,k}\ E(X_k, Y_k, Z_k)} \right)^{\mu\ w_{n,i,j}} \right]^{1/N_i}$$
  end for
end for

1.3.3 Techniques de reconstruction rapide - Initialisation de volume

L'initialisation du volume à reconstruire se fait traditionnellement avec une intensité constante en lien avec l'intensité des images. Cependant il a été montré qu'une initialisation judicieuse du volume avant la première reconstruction permet de réduire fortement le temps de calcul voire même d'améliorer la qualité du résultat.

Les méthodes présentées ci-dessous ont des temps d'exécution réduits et peuvent être considérées comme des techniques de reconstruction tomographique à part entière. Cependant, la qualité des résultat produits étant plus faible, elles sont généralement utilisées comme initialisation pour un algorithme plus performant. Elles présentent l'avantage d'être directes (pas d'itération) et de fournir un résultat approché, permettant de réduire la taille du système à résoudre par l'algorithme itératif Discetti and Astarita [2012]. En effet, une fois identifiées, les zones vides (voxels d'intensité nulle ou négligeable) peuvent être écartées de la reconstruction du volume. De plus l'identification de ces zones permet de réduire significativement la quantité d'interaction pixel-voxel à calculer car les voxels noirs n'apportent pas d'information au problème à résoudre. La réduction de la taille de cette matrice permet dans certains cas de la stocker en mémoire au lieu de calculer ses éléments à la volée (ce qui est souvent le cas). Le gain est donc double puisqu'il permet d'une part de réduire le temps des itérations de l'algorithme et d'autre part (dans certains cas) d'éviter le re-calcul des fonctions d'interaction très coûteuses.

MFG

La technique MFG (Multiplicative First Guess) a été introduite par Worth and Nickels [2008]. Le principe repose sur la rétroprojection des images de chaque caméra dans le volume. L'intensité du voxel est alors initialisée par le produit des rétroprojections de l'ensemble des caméras à cette position, normalisé par $1/N_{cams}$. Autrement dit, si le voxel, pour au moins une caméra, contribue uniquement à des pixels noirs, alors il est initialisé à 0. L'étude a montré un gain allant jusqu'à 2 en terme de temps d'exécution pour la méthode MFG-MART (5 itérations) comparée à MART (5 itérations). Ce gain est fortement dépendant de la concentration en particules puisqu'il repose sur l'initialisation des voxels noirs et que leur nombre diminue fortement quand la concentration en particules augmente.

MLOS

La technique MLOS (Multiplicative Line-Of-Sight), présentée par Atkinson and Soria [2009], repose sur le même principe que la méthode MFG avec une fonction d'interaction particulièrement simple. En effet, la contribution de chaque image est calculée par la méthode d'interaction directe (ou plus proche voisin). Ainsi un voxel n'interagit qu'avec un seul pixel par image et la valeur du voxel est initialisée comme précédemment par le produit normalisé des pixels correspondants.

MinLOS

La technique MinLOS (Minimum Line-Of-Sight) est identique à la technique MLOS à ceci près que le voxel est initialisé avec la valeur du pixel minimum.

1.3.4 IntE-MART

La technique IntE-MART (Intensity Enhanced MART), présentée par Wang et al. [2016], est l'association de la méthode MART et d'un processus de filtrage du volume entre chaque itération. La technique s'appuie sur deux observations : d'une part, les particules reconstruites présentent une élongation parasite selon z due aux faibles angles de

vue entre les caméras et, d'autre part, les particules fantômes sont généralement d'intensité inférieure (voire faible) aux vraies particules. Le fonctionnement de l'algorithme est présenté par le pseudo-code 4. Du premier constat, les auteurs dérivent un filtre basé sur une diffusion inverse afin de réduire l'élongation de la particule. Comme cette élongation apparaît uniquement sur la composante de profondeur z, le filtre est choisi unidimensionnel (étapes 5 et 6). Du second constat, ils dérivent un second filtre qui permet d'atténuer l'intensité des particules d'intensité déjà faible, souvent associées à des particules fantômes (étape 8). Cette atténuation rapide des particules de faible intensité permet d'une part de réduire la contribution des particules fantômes par la réduction directe de leur intensité voire même leur suppression si l'intensité passe sous le seuil du filtre « threshold ». D'autre part, l'intensité libérée par ces particules est redistribuée sur les particules plus intenses, généralement les vraies particules. L'association de ces deux filtres correspond à ce que les auteurs appellent « intensity enhancement ».

L'algorithme permet, dans certains cas, de faire une distinction assez nette dans la distribution d'intensité entre les particules fantômes et les vraies favorisant ainsi le filtrage *a posteriori* des particules fantôme. Cependant, l'algorithme renforce également l'intensité des particules fantômes d'énergie élevée. Finalement, la reconstruction présente une qualité accrue jusqu'à 15 % pour les images simulées et une amélioration modérée sur le cas expérimental présenté.

Algorithm 4 IntE-MART (Intensity Enhancement MART)

1: Initialisation du volume (valeur constante ou reconstruction rapide (MLOS, MinLOS, MFG))
2: **for all** N_{MART} Itérations **do**
3: Itération MART
4: Filtre spatial classique (gaussien, seuillage)
5: Estimation du ratio d'élongation ($r_d = \frac{\sigma_{\tau_z}}{\sigma_{\tau_{x,y}}}$)
6: Diffusion inverse $E -= \delta \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$ ▷ avec $\delta = -1.40\, r_d^{-1.97} + 1.41$
7: **for all** N_E itérations **do**
8: $E = \left[1 - A_g \exp\left(\frac{E_r}{B_g}\right)\right] E'$ ▷ avec $E_r = \frac{E}{max(E)}$, avec $A_g = 4{,}17 \times 10^{-5}\, ppp^{-3} + 6{,}42 \times 10^{-2}$, avec $B_g = 1{,}82 \times 10^{-1}\, ppp + 2{,}65 \times 10^{-3}$
9: **end for**
10: **end for**

1.3.5 PVR

L'algorithme de reconstruction PVR (Particle Volume Reconstruction), proposé par Champagnat et al. [2014], a pour but de reconstruire un volume de particules très épars. Reposant sur l'utilisation de la PSF (point spread function) d'une particule, l'algorithme produit un volume de voxels où la position d'une particule est encodée par l'intensité d'un seul ou d'un nombre très réduit de voxels. Contrairement aux algorithmes précédemment présentés, où la fonction d'interaction voxel-pixel est de nature à créer un blob de taille de l'ordre de $3 \times 3 \times 3$ voxel^3 centré sur la particule physique, l'algorithme PVR tend à reconstruire la particule à l'aide d'un seul voxel, lui conférant un diamètre plus proche

de sa taille réelle. D'après les auteurs, une telle modélisation procure des reconstructions de meilleure qualité, principalement lié au fait que le nombre de particules fantômes est réduit, dû au caractère plus éparse du volume, à densité de particule constante. Une telle représentation ne permet pas de calculer directement le déplacement par corrélation et la précision de localisation obtenue avec un rapport de taille voxel/pixel à 1 ou 0.5 (présenté dans la publication) n'est pas non-plus suffisante pour réaliser une opération de tracking de particule de type PTV (Particle Tracking Velocimetry). Cependant les auteurs soulignent que la reconstruction, à l'issu d'une opération de filtrage peut indépendamment servir aux deux techniques. En effet, il suffit d'étaler la particule avec un filtre gaussien pour permettre le calcul du déplacement par corrélation et un raffinement local de la position de la particule est également possible pour l'utilisation en PTV. L'algorithme PVR est en réalité une fonction d'interaction voxel-pixel et doit être associé à un algorithme de reconstruction (SMART dans la publication, appellation PVR-SMART). Nous avons cependant choisi de le présenter ici comme une technique de reconstruction à part entière puisqu'il repose sur un principe singulier de modélisation de la particule et qu'il génère des volumes de particules au caractère unique.

1.3.6 MTE-SMTE

Les méthodes présentées jusqu'à maintenant se focalisent sur la reconstruction du volume de particule uniquement à partir des informations contenues dans les images à l'instant t. Les méthodes MTE (Motion Tracking Enhancement) présentée par Novara et al. [2010] et SMTE (Sequential Motion Tracking Enhancement), évolution de la précédente pour des données résolues en temps Lynch and Scarano [2015] utilisent à la fois les informations contenues dans les images à l'instant t mais également celles contenues dans des images corrélées. Le pseudo-code de l'algorithme MTE est présenté ci-dessous.

Algorithm 5 MTE-MART (Motion Tracking Enhancement - MART)

1: E^t et $E^{t+\Delta t}$ initialisé avec une valeur constante ou une méthode rapide
2: **repeat**
3: Reconstruction MART de E^t et $E^{t+\Delta t}$
4: Calcul de $V^{t+\Delta t/2}(E^t, E^{t+\Delta t})$ par inter-corrélation
5: Détermination de $E_c^t(V^{t+\Delta t/2}, E^{t+\Delta t})$ et $E_c^{t+\Delta t}(V^{t+\Delta t/2}, E^t)$
6: Calcul de

$$\begin{cases} E^t = 1/2 \ (E^t + E_c^t) \\ E^{t+\Delta t} = 1/2 \ \left(E^{t+\Delta t} + E_c^{t+\Delta t}\right) \end{cases}$$

7: **until** Convergence

L'initialisation de l'algorithme MTE-MART correspond à un calcul Tomo-PIV classique. En effet, la reconstruction des deux volumes à t et $t + \Delta t$ est réalisée avec MART puis le champ de déplacement est calculé par inter-corrélation. Afin de tenir compte de la forte corrélation entre les deux instants t et $t+\Delta t$, une procédure itérative est ensuite mise en place. Le volume $E_c^{t+\Delta t}(V^{t+\Delta t/2}, E^t)$, correspondant à la convection à l'instant $t+\Delta t$ du volume E^t par le champ de vitesse $V^{t+\Delta t/2}$, est calculé. Ainsi deux volumes sont obtenus pour l'instant $t + \Delta t$: l'un reconstruit à partir des images $(E^{t+\Delta t})$ et l'autre convecté depuis l'instant t $(E_c^{t+\Delta t}(V^{t+\Delta t/2}, E^t))$. Ces deux volumes sont sensés être identiques à l'ex-

ception près des particules entrant ou sortant du volume. Il est alors possible de calculer un nouveau volume $E^{t+\Delta t}$ égal à la demi-somme des deux volumes précédents, servant d'initialisation pour une nouvelle reconstruction MART. De même l'opération peut être réalisée pour calculer le volume E^t en considérant la convection vers les temps négatifs de $E^{t+\Delta t}$. Le champ de vitesse est de nouveau calculé, et le processus est répété jusqu'à convergence de la solution.

La méthode MTE-MART permet donc de prendre en compte l'information contenue aux deux pas de temps consécutifs pour la reconstruction de chaque volume. La quantité d'information disponible pour la reconstruction étant doublée (ou presque), la méthode présente une précision supérieure à l'algorithme MART seul et favorise la reconstruction dans des configurations expérimentales à forte densité de particules (jusqu'à 0,2 ppp, Novara and Scarano [2012]). La méthode peut être appliquée pour une séquence de pas de temps et il a été montré que la reconstruction est fortement améliorée pour 3 expositions et que cette amélioration s'observe de manière significative jusqu'à la prise en compte de 5 pas de temps corrélés.

La méthode MTE-MART présente donc une qualité de reconstruction accrue en particuliers lorsque 3 à 5 pas de temps consécutifs peuvent être utilisés. Cependant, comme elle implique plusieurs itérations avec chacune une corrélation pour déterminer la vitesse et une reconstruction MART (bien qu'elle converge plus vite), le temps de calcul pour de longues séries de données devient rapidement prohibitif. Afin de pallier ce problème de coût de calcul, une approche dérivée pour les données résolues en temps SMTE-MART (Sequential Motion Tracking Enhancement - MART) a été proposée par Lynch and Scarano [2015]. La méthode tire profit du caractère temporellement résolu de la séquence en initialisant la reconstruction MART avec une extrapolation à l'instant de reconstruction du volume calculé à l'instant précédent. Le pseudo-code est présenté ci-dessous :

Algorithm 6 SMTE-MART (Sequential Motion Tracking Enhancement - MART)

1: **if** $t \leq 1$ **then**
2: Reconstruction MART de E^t
3: **else**
4: Calcul de $V_c^{t-\Delta t/2}(V^{t-3\Delta t/2})$
5: Calcul de $E_c^t(V_c^{t-\Delta t/2}, E^{t-\Delta t})$
6: Reconstruction MART de E^t initialisée avec E_c^t
7: **end if**
8: Calcul de $V(t - \Delta t/2)$

L'algorithme ici présenté devient alors séquentiel (par rapport au groupe estimation-reconstruction) et l'initialisation plus performante permet de réduire le nombre d'itérations nécessaires à la convergence de l'algorithme MART. Ces deux avantages permettent ainsi une implémentation transparente par rapport à MART en terme de coût de calcul. Dans cette version, après les deux premières expositions (reconstruites de manière classique), le volume d'initialisation pour la reconstruction MART est calculé à partir de l'extrapolation à l'instant t du volume de particule précédemment déterminé $E^{t-\Delta t}$. Pour ce faire, le volume $E^{t-\Delta t}$ est convecté à une vitesse $V_c^{t-\Delta t/2}$, elle-même produit de la convection du champ de vitesse $V^{t-3\Delta t/2}$ à l'instant $t - \Delta t/2$. Cette technique permet donc d'initialiser la reconstruction avec un volume portant l'information des reconstructions précédentes. L'algorithme, implémenté de cette manière, n'apporte que peu d'amélio-

ration sur les premiers volumes qui ne bénéficient que de peu d'histoire. Cependant le rapport signal sur bruit de la reconstruction rapporté pour le cas d'étude numérique est de l'ordre de 50 fois supérieur à la reconstruction MART seule dès que la séquence dépasse 15 trames et de l'ordre de 2 fois supérieur dans le cas expérimental.

1.4 Techniques de reconstruction particulaires

Les méthodes de reconstruction particulaires ou orientées objet décrites dans cette section ont une approche du problème de reconstruction qui converge vers la vision PTV du problème de mesure de vitesse par image de particule. Elles exploitent au maximum l'aspect dispersé de la solution puisqu'elles décrivent le volume comme une liste de particules avec des propriétés associées (intensité, taille, forme...). Elles ont été très longtemps limitées à de faibles densités de particules mais de récents développements montrent que cette approche peut être utilisée avec succès pour des volumes densément peuplés. Ces reconstructions sont souvent incluses dans la famille du calcul Tomo-PIV si l'analyse du déplacement est réalisée avec une approche eulérienne, et associées à un calcul PTV (Particle Tracking Velocimetry) ou plus récemment labellisé LPT (Lagrangian Particle Tracking) si le calcul du déplacement est réalisé avec une approche lagrangienne. Ces méthodes présentent l'avantage de ne pas nécessiter de discrétisation du volume pour la reconstruction, ce qui résout le problème de mémoire rencontré par les algorithmes orientés voxel.

1.4.1 IOD-PVRMPP

L'algorithme IOD-PVRMPP (Iterative Object Detection - Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process), dont le développement a fait l'objet d'une thèse Ben-Salah [2015] et d'un article Ben-Salah et al. [2018], aborde le problème de manière parcimonieuse en utilisant le formalisme des processus ponctuels marqués. L'approche proposée décrit les particules et leurs projections comme des objets localisés respectivement dans le volume de reconstruction et dans le plan image. Ces objets, tridimensionnels et bidimensionnels, sont caractérisés par une position, une intensité et un rayon. La répartition d'énergie des particules et de leurs images est assimilée à une gaussienne isotrope, dont l'écart-type est relié au rayon par la formule $R = k\sigma$, avec k le coefficient permettant de contrôler l'énergie présente dans le disque (ou la sphère) de rayon R.

Afin d'obtenir une convergence plus rapide, une initialisation de l'ensemble des objets particules est réalisée à l'aide d'une procédure de triangulation reposant sur trois étapes. Dans un premier temps, les particules des images sont localisées par détection des maxima locaux et leur position est raffinée par un algorithme reposant sur les processus ponctuels marqués. Ensuite, les objets épipolaires (particules image) sont identifiés et enfin un objet 3D est reconstruit à partir des caractéristiques des objets épipolaires.

La reconstruction est initialisée avec l'ensemble de particules précédemment calculé et optimisée en minimisant l'énergie associée au système par la méthode du recuit simulé, en faisant intervenir trois modifications élémentaires : la naissance d'une particule, la mort d'une particule et la translation dans un voisinage proche d'une particule existante. L'énergie du système est composée d'un terme d'énergie externe (ou d'attache au données) $\mathscr{E}_{ext}$, correspondant à l'écart quadratique entre la projection de toutes les particules du volume sur les images et les images enregistrées (eq. 1.14), et d'un terme d'énergie interne

$\mathscr{E}_{int}$, modélisant l'interaction inter-particules et l'écart à la densité volumique moyenne des particules recherchées (eq. 1.15).

$$\mathscr{E}_{ext} = \sum_n \sum_i \left[\left(I_n(u_i, v_i) - \sum_p I_{n,part}(u_i, v_i, p) \right)^2 \right] \tag{1.14}$$

Où $I_{n,part}(u_i, v_i, p)$ représente la contribution de la particule p au pixel de l'image $I_n(u_i, v_i)$.

$$\mathscr{E}_{int} = -\ln(\beta)\ N_p - \ln(\gamma)\ N_s \tag{1.15}$$

β et γ sont deux paramètres positifs, N_p le nombre de particules reconstruites et N_s le nombre de couples de particules de voisinage proche, défini par un critère de distance. β contrôle ici l'objectif sur la densité de particules dans le volume (densité estimée au préalable) et γ pilote l'agrégation des objets.

Algorithm 7 IOD-PVRMPP (Iterative Object Detection - Particle Volume Reconstruction based on Marked Point Process)

procedure INITIALISATION DU VOLUME IOD
    Détection des objets 2D (particules image)
    Identification des particules image épipolaires
    Reconstruction du volume de particules à partir des objets épipolaires
end procedure
procedure RECONSTRUCTION TOMOGRAPHIQUE PVRMPP
    for all N_{it} itérations **do**
        Un mouvement élémentaire (Naissance, Mort, Translation) est tiré selon des probabilités fixées
        if Naissance **then**
            Une particule est ajoutée au set de particules existantes
        else if Mort **then**
            Une particule existante est ôtée du set de particule
        else
            Une particule du set subit un faible déplacement ou dilatation
        end if
        Un taux d'acceptation τ du mouvement est déterminé en fonction de l'évolution de l'énergie du système $\mathscr{E} = \mathscr{E}_{ext} + \mathscr{E}_{int}$
        Le mouvement est accepté ou rejeté avec une probabilité $min(1, \tau)$
    end for
end procedure

L'application de la méthode sur un set de données simulées produit des résultats de qualité supérieure à la méthode MinLOS-MART. L'auteur rapporte que, pour une densité de particule de 0,05 ppp, l'erreur de positionnement des particules est réduite de 0,25 à 0,043 voxel et que le nombre de particules fantôme est de 0,1 % contre 47,7 % avec MinLOS-MART.

1.4.2 IPR

Wieneke [2013] propose une méthode nommée IPR (Iterative Particle Reconstruction)

qui repose de manière similaire sur la modélisation objet du volume de particules. Les particules sont caractérisées par leur position et leur intensité. La forme dans ce modèle est gérée par une fonction de transfert optique (OTF) dépendante des coordonnées de l'espace et de la caméra considérée. L'hypothèse sous-jacente est que la forme de la particule image (mais pas son intensité) est contrôlée par les systèmes optiques mis en jeu. Le principe, comme pour les méthodes classiquement utilisées en PTV, repose sur la triangulation des particules détectées dans les images. Ensuite, ces objets particule sont itérativement optimisés, en position et en intensité, en minimisant l'écart quadratique entre les images enregistrées et les images formées par la projection de l'ensemble des particules.

Algorithm 8 IPR (Iterative Particle Reconstruction)

1: **for all** $N_{detections}$ itérations de détection **do**
2: Détection des particules dans les images résiduelles ($I_{n,res}(u_i, v_i) = I_n(u_i, v_i)$ à la première itération)
3: Triangulation des particules (ajout à la liste de particules 3D)
4: **for all** $N_{optimisation}$ itérations d'optimisation **do**
5: **for all** Particule 3D p **do**
6: Calcul de l'image résiduelle $I_{n,res}(u_i, v_i) = I_n(u_i, v_i) - \sum_p I_{n,part}(u_i, v_i, p)$
7: La position et l'intensité de la particule sont optimisées en minimisant $R = \sum_{i,n} \left(I_{n,res}(u_i, v_i) + I_{n,part}(u_i, v_i, p) - I_{n,part}(u_i, v_i, p')\right)^2$
8: **if** $K(p) < seuil \;||\; \exists p_{voisine} / d(p, p_{voisine}) < 1 voxel$ **then**
9: La particule p est retirée de la liste
10: **end if**
11: **end for**
12: **end for**
13: **end for**

A la première itération, les particules sont reconstruites par triangulation des particules 2D détectées dans les images. Ensuite, leur position et leur intensité sont itérativement optimisées en minimisant le résidu $R = \sum_{i,n} \left(I_{n,res}(u_i, v_i) + I_{n,part}(u_i, v_i, p) - I_{n,part}(u_i, v_i, p')\right)^2$. Dans le calcul du résidu, la contribution de la particule p à la projection ($I_{n,part}(u_i, v_i, p)$) est soustraite à l'image résiduelle et remplacée par la contribution d'une particule p' proche en caractéristiques (faible variation de position et d'intensité). Lors de ce processus, toutes les particules dont l'intensité $K(p)$ tombe sous un seuil fixé, ou qui ont une particule voisine trop proche (distance inférieure à 1 voxel) sont supprimées. Aux itérations suivantes, de nouvelles particules sont triangulées à partir des images résiduelles et leurs caractéristiques optimisées de manière similaire. Les contraintes sur la triangulation peuvent être réduites au fur et à mesures des itérations.

A l'application sur des données simulées, la méthode produit des résultats similaires à MART pour des concentrations de particules inférieures à 0,05 ppp avec toutefois des erreurs de localisation légèrement inférieures. Son utilisation sur des données expérimentales montrent une qualité de reconstruction similaire à MART, avec cette fois-ci une tendance à produire des résultats légèrement plus bruités.

Finalement, la reconstruction par la méthode IPR produit des résultat relativement

semblables à MART mais propose une approche particulaire, favorisant son utilisation pour l'analyse de données lagrangiennes. De plus, l'auteur souligne que son association avec des techniques prenant en compte la cohérence temporelle, de manière similaire à MTE, est plus favorable du fait de sa nature particulaire.

1.4.3 Shake-The-Box

L'algorithme STB (Shake-The-Box) est une méthode couplée de reconstruction de particules et d'évaluation de trajectoires pour des données résolues en temps. Il tire parti à la fois de la résolution temporelle des données et du calcul simultané des trajectoires pour initialiser une reconstruction de type IPR à partir de l'extrapolation des données du pas de temps précédent au pas de temps courant. Il s'apparente très fortement à l'algorithme SMTE (développé simultanément) appliqué à des données de type particulaires. Cependant, l'identification de particules et de trajectoires associées permet de tirer meilleur parti de la cohérence temporelle puisqu'il est alors possible non seulement de dériver une initialisation pour le pas de temps suivant, mais aussi de filtrer le résultat sur la cohérence du mouvement au cours du temps. En effet, les particules reconstruites peuvent être prises en compte si elle contribuent à une trajectoire suffisamment longue et ayant des caractéristiques adéquates avec la physique de l'écoulement observé (accélération bornée, cohérence avec les trajectoires voisines...) ou écartées dans le cas contraire.

Algorithm 9 STB (Shake-The-Box)

procedure INITIALISATION ($t \leq n_{init}\Delta t$)
    Calcul des n_{init} (4) premiers volumes de particules (extended IPR)
    Estimation d'un prédicteur (calcul Tomo-PIV)
    Evaluation des trajectoires
    Toutes les trajectoire de taille n_{init} vérifiant des conditions de validité sont ajoutées à la liste de trajectoires
end procedure
for all $t > n_{init}\Delta t$ **do**
    Extrapolation au pas de temps t de la position des N_t particules validées (tracked) à t^{-1} à l'aide du filtre de Wiener
    Optimisation de la position des particules et de leur intensité (shaking, extended IPR)
    Suppression des particules dont l'intensité est faible (inférieure à un seuil), mettant fin à la trajectoire
    repeat
        Détection des particules candidates entrant dans le domaine (ou perdues au pas de temps précédent) par triangulation des particules détectées dans les images résiduelles
        Optimisation de la position des particules et de leur intensité (shaking, extended IPR)
        Suppression des particules dont l'intensité est faible (inférieure à un seuil)
    until Le processus converge vers un nombre de particules candidates stable
    Ajout d'une nouvelle trajectoire si la particule candidate est identifiée à 4 pas de temps consécutifs
end for

Les avantages de Shake-The-Box sont multiples. Tout d'abord, l'algorithme, dont le pseudo-code est présenté ci dessus, s'exécute 5 à 8 fois plus rapidement qu'un algorithme de Tomo-PIV classique et il fournit à la fois la trajectoire, la vitesse et l'accélération lagrangienne des particules avec une précision supérieure. Comparé à des algorithmes de PTV-3D, il opère à des densité de particules plus de dix fois supérieures. Les reconstructions apportent des solution entachées d'un très faible taux de particules fantômes. Pour des données simulées (sans bruit), à une densité de 0,05 ppp, celui-ci est de l'ordre de 0,008 % contre 95 % pour SMART. L'erreur de positionnement est également très faible : 0,08 pixel pour STB et 0,2 pixel pour SMART. Malgré des difficultés pour converger à fort bruit (loi normale, $\sigma = 0.2 \times \overline{I_p}$) et fort ppp (supérieur à 0,075), l'algorithme STB apporte des résultats de meilleure qualité que SMART dans ces conditions. Toujours pour un ppp de 0.05, le ratio de l'intensité des particules fantôme, est évalué à 8 % contre 100 % pour une reconstruction MLOS-SMART. De plus, l'erreur de localisation est réduite de 0,39 pixel pour SMART à 0,12 pixel pour STB après filtrage des trajectoires (0,24 pixel pour les positions brutes).

1.4.4 Estimation conjointe de la vitesse et du volume de particules

Une nouvelle approche du problème de Tomo-PIV a été proposée par Lasinger et al. [2018], où la reconstruction du volume de particules par une approche objet et l'estimation de la vitesse du fluide est réalisée simultanément dans un même processus de minimisation d'énergie. La méthode présentée repose sur un modèle hybride Lagrangien/Eulérien puisque les auteurs proposent de reconstruire individuellement les particules et d'estimer le champ de vitesse sur une grille. Cette approche peut être vue comme l'association d'une reconstruction de type IPR avec la philosophie MTE, dans le sens où les particules sont ajoutées au volume de manière itérative par la triangulation des particules détectées dans les images résiduelles et qu'une contrainte liée à la convection de ces particules du pas de temps t à $t + \Delta t$ est implémentée. La description eulérienne de la vitesse et la concomitance de la reconstruction et du calcul de vitesse, permet la prise en compte de contraintes physiques, telles que l'incompressibilité du fluide, sur la reconstruction des particules. Le principe de fonctionnement de la méthode est décrit dans le pseudo-code suivant (Algorithme 10) et explicité dans les paragraphes suivants.

Algorithm 10 Estimation conjointe de la vitesse et du volume de particules

1: **for all** $N_{detections}$ itérations de détection **do**
2: Détection des particules dans les images résiduelles ($I_{n,res}(u_i, v_i) = I_n(u_i, v_i)$ à la première itération)
3: Triangulation des particules (ajout à la liste de particules 3D)
4: **for all** N_{opt} itérations d'optimisation **do**
5: Minimisation de l'énergie $\mathscr{E}(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{U}) = \frac{1}{2}\mathscr{E}_D(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{U}) + \frac{\lambda}{2}\mathscr{E}_{S,\alpha}(\mathcal{U}) + \mu\mathscr{E}_{Sp}(\mathcal{C})$
6: **end for**
7: **end for**

Le volume est modélisé par un ensemble de particules $\mathcal{Q}$, composé d'un ensemble de position $\mathcal{P}$ et d'un ensemble d'intensité $\mathcal{C}$. Les particules sont localisées dans un domaine parallélépipédique Ω et sont modélisées par une loi normale $\mathcal{N}$ de variance σ^2. La vitesse

du fluide au point $x \in \Omega$ est donnée par $u(x,\mathcal{U})$, avec $\mathcal{U}$ l'ensemble des vecteurs du champ de vitesse.

De manière similaire à IPR (Wieneke [2013]), les particules sont triangulées itérativement à partir des images résiduelles. L'énergie $\mathscr{E}(\mathcal{P},\mathcal{C},\mathcal{U})$ est alors minimisée au cours de N_{opt} itérations à l'aide de l'algorithme iPALM (inertial Proximal Alternating Linearized Minimization). L'énergie à minimiser est découpée en trois termes $\mathscr{E}_D, \mathscr{E}_S, \mathscr{E}_{Sp}$ qui correspondent respectivement à un terme d'attache aux données (Data term), un terme de régularité (Smoothness term) appliqué sur le champ de vitesse, et un terme renforçant le caractère épars du volume de particules (Sparsity term).

Le terme d'attache aux données (eq. 1.16) pénalise l'écart entre les images enregistrées aux deux instants t et $t+\Delta t$ et la projection du volume de particules à ces mêmes instants. Le terme correspond à la somme sur les deux instants (première somme) et sur les N images (seconde somme) de l'écart quadratique entre l'image et la projection de la distribution de particules (intégrale sur le plan image Γ_n) ; la position des particules étant donnée par p_i à l'instant t et $p_i + u(p_i,\mathcal{U})$ à l'instant $t+\Delta t$ avec une distribution normale de variance σ^2.

$$\mathscr{E}_D(\mathcal{P},\mathcal{C},\mathcal{U}) = \sum_{\tau\in\{t,t+\Delta t\}} \sum_{n=1}^{N} \int_{\Gamma_n} \left| I_n^\tau(x) - \sum_{i=1}^{Q} \Psi(c_i, \mathcal{N}(p_i + [\tau = t+\Delta t]\cdot u(p_i,\mathcal{U}), \sigma)) \right|_2^2 dx \tag{1.16}$$

Le terme de régularité (eq. 1.17) est composé d'une régularisation du gradient de vitesse et d'une pénalisation de la divergence (pour les écoulements incompressibles).

$$\mathscr{E}_{S,\alpha}(\mathcal{U}) = \int_\Omega \sum_{l=1}^{3} |\nabla u_l(x,\mathcal{U})|_2^2 + \alpha\, |\nabla \cdot u(x,\mathcal{U})|_2^2\, dx \tag{1.17}$$

Enfin, le dernier terme (eq. 1.18) tend à pénaliser les solutions à grand nombre de particules de faible intensité (probablement des particules fantôme) et favoriser un volume avec un nombre de particules réduit de forte intensité.

$$\mathscr{E}_{Sp}(\mathcal{U}) = \sum_{i=1}^{Q} |c_i|_0 + \delta_{\{\geq 0\}}(c_i) \tag{1.18}$$

L'algorithme est appliqué à un jeu de données simulé à partir d'un calcul DNS (Direct Numerical Simulation) d'un écoulement turbulent. Afin de mesurer l'apport de la minimisation jointe, l'algorithme est séparé en deux minimisations séquentielles : une reconstruction de volume et une estimation de la vitesse. Il également comparé à une reconstruction MART suivi de l'estimation de la vitesse (même algorithme) et d'un calcul de vitesse à partir des données exactes, servant d'étalon. La minimisation jointe se révèle être très précise et produit des résultats plus précis que les deux autres méthodes pour des densités de particules allant de 0,075 ppp à 0,175 ppp. Pour une densité de 0,15 ppp, la minimisation jointe produit un AEE (Average Endpoint Error (voxel)) de 0.126, contre 0.310 pour la minimisation séquentielle et 0.323 pour MART, avec une référence de 0.120 pour la reconstruction sur particules exactes. Les taux de rappel et précision (recall and precision) sont également très bons : respectivement 98 % et 94 % pour la minimisation jointe, 85 % et 33 % pour le séquentiel et 70 % et 45 % pour MART.

1.5 Conclusion

La Tomo-PIV a fait l'objet de nombreux développements depuis sont apparition en 2006. Les techniques de reconstruction algébriques ont fait leurs preuves et leur développement a significativement ralenti ces dernières années. Les techniques lagrangiennes ont fait l'objet de développements plus récents et semblent prometteuses tant sur le plan des résultats que sur leur efficacité de calcul en particulier pour les données résolues en temps. Il subsiste toutefois des obstacles pour la réalisation d'expériences dans des configurations difficiles. En effet, de nombreuses expériences ont été réalisées dans l'air en l'absence d'obstacle ou dans leur sillage. La reconstruction tomographique peut s'avérer difficile au voisinage de ces obstacles quand les points de vues sont limités du fait de l'occultation de la zone de mesure par la maquette. De plus, les modèles de caméra utilisés en Tomo-PIV sont issus du développement de la Stéréo-PIV et ils peinent parfois à modéliser fidèlement les opérations de projection et rétro-projection dans le volume de mesure Tomo-PIV. Ces lacunes se ressentent tout particulièrement lorsque des changements d'indice de réfraction ont lieu entre la caméra et le volume de mesure. Les expériences en hydrodynamique sont donc particulièrement impactées puisqu'il y a au moins deux changements d'indice optique (air-hublot et hublot-eau). Afin de palier ces difficultés et préparer une mesure à l'intérieur (et potentiellement au travers) d'un solide transparent un nouveau modèle de caméra est présenté au chapitre suivant.

Chapitre 2

Généralisation du modèle de caméra

Sommaire

2.1 Simulateur d'images PIV 30
2.1.1 Modélisation des caméras 30
2.1.2 Interfaces optiques 36
2.1.3 Modélisation des particules et projection 38
2.1.4 Illumination du volume et modélisation du laser 43
2.1.5 Synthèse des images et bruit 43
2.1.6 Génération des particules et déplacement 44
2.1.7 Générateur de calibration 45
2.1.8 Conclusion et perspectives 45
2.2 Modèle de caméra à correction discrète 46
2.2.1 Principe de fonctionnement 47
2.2.2 Grille adaptative 48
2.2.3 Triangulation 48
2.2.4 Etalonnage du modèle à correction discrète 51
2.3 Caractérisation du modèle 53
2.3.1 Configuration expérimentale et numérique 53
2.3.2 Définition des scalaires d'erreur 54
2.3.3 Etude numérique 55
2.3.4 Etude expérimentale 67
2.4 Conclusion et perspectives sur le modèle hybride 72

Ce chapitre présente les développements réalisés sur le modèle de caméra au cours de la thèse. Il comporte deux parties distinctes : la première porte sur l'implémentation d'un simulateur d'images de particules reproduisant les caractéristiques principales d'une expérience de Tomo-PIV et la seconde sur le développement d'un modèle de caméra à correction discrète. Dans chacune des parties, les solutions implémentées sont détaillées et l'efficacité du modèle de caméra à correction discrète est évaluée sur un ensemble de cas tests numériques et expérimentaux.

2.1 Simulateur d'images PIV

Afin d'évaluer précisément la qualité des algorithmes développés, un simulateur d'images de Tomo-PIV a été implémenté. Il permet de reproduire l'acquisition d'images de particules dans de nombreuses configurations expérimentales et autorise ainsi la réalisation d'études paramétriques abondantes où les paramètres « expérimentaux » sont finement contrôlés. De plus, l'utilisation d'un tel outil de simulation est nécessaire à la qualification de nouvelles méthodes algorithmiques puisqu'il est la seule manière de connaître la « vérité » sur l'expérience et donc d'estimer précisément les erreurs de l'algorithme.

Cette section présente les différents éléments du simulateur et les modèles utilisés. Après la description du modèle de caméra, le modèle de particule utilisé est présenté, ainsi que la modélisation de la source lumineuse et la formation des images. Enfin, un dernier paragraphe est consacré à la gestion des particules dans le volume : création et déplacement.

2.1.1 Modélisation des caméras

Le terme caméra est généralement utilisé pour désigner l'ensemble du système optique comprenant caméra et objectif photographique. Différents modèles de caméra peuvent être utilisés pour la génération des images synthétiques (sténopé, sténopé avec distorsion, sténopé avec correction discrète, polynomial d'ordre quelconque...). Cependant, dans le but de reproduire au mieux le processus d'acquisition d'images, une stratégie de projection « à lancer de rayons », permettant de tenir compte des interfaces optiques présentes dans l'expérience, a été mise en place dans le contexte de cette thèse.

Ce modèle est construit en deux parties. Il repose, d'une part, sur la géométrie du système d'acquisition (focale de la lentille, taille du capteur, taille des pixels...) et sa position dans l'espace (orientation et distance par rapport au volume de mesure), caractéristiques qui permettent de définir un modèle sténopé de la caméra. Sur la base de ce modèle, les lignes de vues issues du capteur image, appelées rayons lumineux dans ce contexte, sont déviés (par réfraction ou réflexion) à chaque interface optique présente entre la caméra et le volume de mesure.

Nous présentons tout d'abord les notations des différents repères et systèmes de coordonnées mis en jeu dans le processus afin de clarifier les opérations. Comme introduit à la section 1.1.1, le repère du volume de mesure est notés (O, e_x, e_y, e_z). De manière similaire, définissons le repère de la caméra (associé à l'objectif) (C, e'_x, e'_y, e'_z), le repère associé au plan image (I, e''_x, e''_y, e''_z) et (J, e_u, e_v) un second repère associé au plan image mais cette fois associé aux coordonnées pixel. Les indices c et i font référence aux coordonnées physiques exprimées respectivement dans le repère caméra et dans le repère image précédemment définis. Les vecteurs seront dénotés par une lettre majuscule et les

matrices par une lettre majuscule gras. Nous définissons également quatre plans utiles pour la description du problème : $(O, e_x, e_y) = \mathscr{P}$, $(C, e'_x, e'_y) = \mathscr{C}$, $(I, e''_x, e''_y) = \mathscr{I}$ et $(J, e_u, e_v) = \mathscr{J}$. Deux notations : $\mathscr{I}$ et $\mathscr{J}$ définissant le même plan sont introduites afin de rester cohérent avec le repère de travail. Les coordonnées (x, y, z) font référence aux coordonnées spatiales exprimées en mm et (u, v) sont les coordonnées pixel exprimées dans le repère (J, e_u, e_v). La formation des images par la caméra peut être modélisée par une succession de transformations élémentaires (rotations, translations et projections) présentées ci-après. Les notations sont introduites sur le schéma de la Figure 2.1.

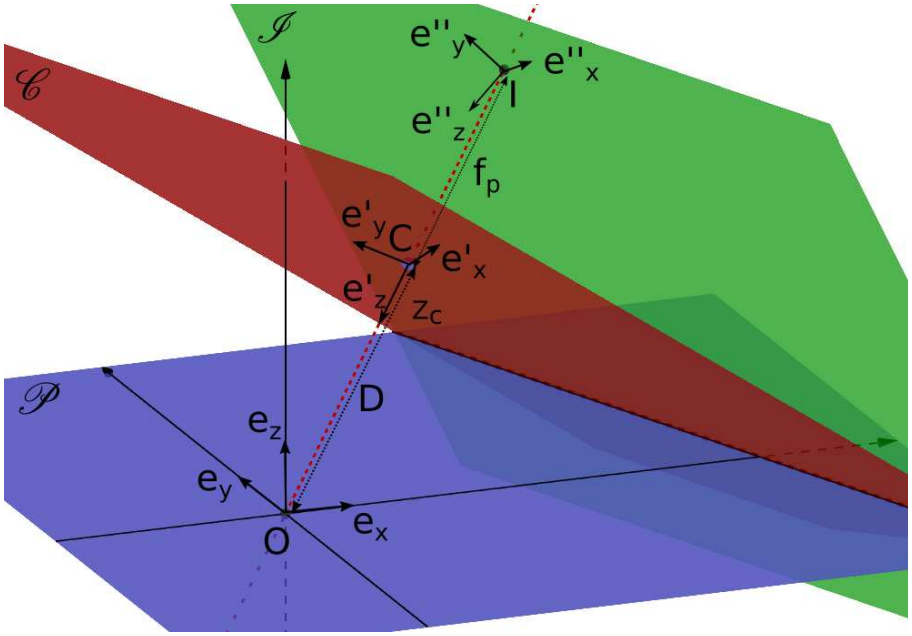


FIGURE 2.1 – Schéma de la géométrie de la caméra sténopé

Repère Camera

Tout d'abord, la caméra est positionnée dans l'espace par rapport au volume de mesure à l'aide d'une translation $T = \overrightarrow{O_0 C_0}$ correspondant aux coordonnées du centre de la lentille, noté C_0 dans le repère (O, e_x, e_y, e_z). Elle est ensuite orientée par la composition de trois rotations élémentaires autour des axes (e_x, e_y, e_z).

Notons la première matrice de rotation $\mathbf{R_y}$, correspondant au repère $(O, e_{x_1}, e_{y_1}, e_{z_1})$, issu de la rotation d'angle θ autour de l'axe e_y, tel que :

$$\mathbf{R_y} = \begin{pmatrix} e_{x_1} & e_{y_1} & e_{z_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

Un point $P(x, y, z)$ dans le repère physique (O, e_x, e_y, e_z) peut alors être exprimé dans le nouveau repère $(O, e_{x_1}, e_{y_1}, e_{z_1})$ par :

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = {}^{t}\mathbf{R_y} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

Dans ce nouveau repère, $(O, e_{x_1}, e_{y_1}, e_{z_1})$, une seconde rotation d'angle α est réalisée autour de e_{x_1} telle que $\mathbf{R_x}$ représente les coordonnées du nouveau repère $(O, e_{x_2}, e_{y_2}, e_{z_2})$:

$$\mathbf{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \quad (2.3) \qquad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = {}^{\mathrm{t}}\mathbf{R_x} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

De manière similaire, une troisième rotation $\mathbf{R_z}$, d'angle ϕ est appliqué autour de e_{z_2} :

$$\mathbf{R_z} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5) \qquad \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = {}^{\mathrm{t}}\mathbf{R_z} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

La composition de ces trois rotations définit l'orientation du repère de la caméra, et nous noterons la rotation globale de centre O : $\mathbf{R} = {}^{\mathrm{t}}(\mathbf{R_y}\mathbf{R_x}\mathbf{R_z})$. Le passage du repère de mesure (O, e_x, e_y, e_z) au repère de la caméra (C, e'_x, e'_y, e'_z) est donc définit par l'équation suivante (2.7), où le point $P(x, y, z)$ dans le repère physique (O, e_x, e_y, e_z) est donné par les coordonnées (x_c, y_c, z_c) dans le repère caméra :

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \mathbf{R} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - T \right) \quad (2.7)$$

L'opération précédente peut se ramener à une opération matricielle unique, en définissant la matrice $\mathbf{A}$:

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & -\mathbf{R}T \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

On notera que le repère caméra est défini par rapport au centre de la lentille (objectif photographique) et à son orientation. Le changement de repère est réalisé à l'aide de la transformation $\mathbf{A}$. La seconde étape dans l'écriture du modèle consiste à positionner le plan du capteur CCD par rapport à la lentille.

Repère capteur

Connaissant la focale de l'objectif f_{obj} (fixée par l'utilisateur/expérience), il existe une unique position du capteur qui permet de confondre le plan de mise au point et le plan médian de mesure. Cette position est déterminée grâce au grandissement sur l'axe optique $M = \dfrac{f_{obj}}{D - f_{obj}}$ (où D correspond à la distance entre la lentille et le plan moyen de mesure le long de l'axe optique). La distance sur l'axe optique entre la lentille et le capteur f_p est donc fixée par la relation $f_p = M\ D = \dfrac{f_{obj}\ D}{D - f_{obj}}$.

Ensuite l'orientation du capteur est calculée de manière à respecter les conditions de Scheimpflug. On cherche ainsi à ce que le plan du capteur $\mathscr{I}$, le plan de la lentille $\mathscr{C}$ et le plan moyen du volume $\mathscr{P}$ s'intersectent en une droite unique.

Dans le repère du volume de mesure, le plan moyen du volume est défini par l'équation $z = 0$. Définissons le plan de la lentille par l'équation $ax + by + cz + d = 0$ dans ce même repère, où ${}^{\mathrm{t}}(a, b, c)$ est un vecteur normé. Les coefficients (a, b, c) peuvent être déterminés

à partir de la rotation $\mathbf{R}$ définie précédemment (eq. 2.7). Ainsi la normale au plan de la lentille e'_{z_0} dans le repère de mesure est donnée par les coefficients du plan $\mathscr{C}$ dans ce même repère.

$$e'_{z_0} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \mathbf{R}^{-1}\, e_{z_0} = {}^{t}\mathbf{R}\, e_{z_0} = \begin{pmatrix} r_{00} & r_{10} & r_{20} \\ r_{01} & r_{11} & r_{21} \\ r_{02} & r_{12} & r_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{20} \\ r_{21} \\ r_{22} \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

La constante d est déterminée à partir de la position du centre de la lentille C qui vérifie l'équation :

$$d = -({}^{t}\mathbf{R}\, e_z) \cdot T = -(r_{20}\, T_x + r_{21}\, T_y + r_{22}\, T_z) \tag{2.10}$$

Le cas $a = b = 0$ est isolé puisqu'il correspond à la configuration où la caméra est positionnée perpendiculairement au plan moyen du volume. Dans cette configuration, il n'y a pas d'inclinaison du plan capteur et les trois plans sont parallèles.

Pour tous les autres cas, nous cherchons la normale au plan du capteur $\overrightarrow{n_{CCD}}$. Pour cela il suffit de définir la droite d'intersection $\mathscr{D}$ entre le plan $z = 0$ et le plan de la lentille :

$$ax + by + cz + d = 0 \cap z = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} ax + by + d = 0 \\ z = 0 \end{cases} \tag{2.11}$$

On peut alors en déduire une équation pour cette droite (eq. 2.12) :

$$\begin{cases} x = -bt - \dfrac{ad}{a^2 + b^2} \\ y = at - \dfrac{bd}{a^2 + b^2} \\ z = 0 \end{cases} \tag{2.12}$$

A partir de cette équation de droite, il est possible de déterminer un vecteur directeur $\overrightarrow{u_0}$ de la droite et une point lui appartenant P_0 :

$$\overrightarrow{u_0} = \begin{pmatrix} -b \\ a \\ 0 \end{pmatrix} \; ; \; P_0 = \begin{pmatrix} -\dfrac{ad}{a^2 + b^2} \\ -\dfrac{bd}{a^2 + b^2} \\ 0 \end{pmatrix}, \text{à t=0}$$

Le centre du capteur F est donné par le point à une distance f_p du centre de la lentille C, sur l'axe optique :

$$F_0 = \begin{pmatrix} x_{F_0} \\ y_{F_0} \\ z_{F_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{C_0} \\ y_{C_0} \\ z_{C_0} \end{pmatrix} - f_p \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Il est alors possible de définir l'orientation du capteur par le produit vectoriel entre deux vecteurs non colinéaires du plan ($\overrightarrow{n_{CCD_0}} = \overrightarrow{u_0} \wedge \overrightarrow{v_0}$). On peut par exemple utiliser le

vecteur directeur de la droite définie précédemment $\overrightarrow{u_0}$ et le vecteur formé par un point de cette droite (P_0) et F_0 :

$$\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{P_0F_0} = \begin{pmatrix} x_{F_0} + \dfrac{ad}{a^2+b^2} \\ y_{F_0} + \dfrac{bd}{a^2+b^2} \\ z_{F_0} \end{pmatrix}$$

Finalement, nous obtenons :

$$\overrightarrow{n_{CCD_0}} = \begin{pmatrix} a\ z_{F_0} \\ b\ z_{F_0} \\ -a\ x_{F_0} - b\ y_{F_0} - d \end{pmatrix}$$

Le troisième vecteur du repère capteur e''_{z_0}, exprimé dans le repère du volume de mesure, est donné par l'équation suivante où le signe est déterminé afin d'avoir la même orientation que le troisième vecteur du repère caméra e'_{z_0}.

$$e''_{z_0} = \pm \frac{\overrightarrow{n_{CCD_0}}}{||\overrightarrow{n_{CCD_0}}||} \tag{2.14}$$

Nous pouvons alors calculer e''_{z_c} dans le repère caméra puisque $\mathbf{R}$ et e''_{z_0} sont connus :

$$e''_{z_c} = \mathbf{R} e''_{z_0} \tag{2.15}$$

De manière analogue au changement de repère du volume de mesure vers le repère caméra, définissons la matrice de rotation Scheimpflug $\mathbf{R_s}$ de centre C et d'angle α_s autour e'_x et θ_s autour e'_y :

$$\mathbf{Rs} = \begin{pmatrix} \cos\theta_s & 0 & -\sin\theta_s \\ \sin\alpha_s \sin\theta_s & \cos\alpha_s & \sin\alpha_s \cos\theta_s \\ \cos\alpha_s \sin\theta_s & -\sin\alpha_s & \cos\alpha_s \cos\theta_s \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

Elle est définie telle que, dans le repère capteur, les coordonnées d'un point $P(x'_i, y'_i, z'_i)$ soient données par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix} = \mathbf{R_s} \left(\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_p \end{pmatrix} \right) \tag{2.17}$$

Le passage dans le repère caméra de la normale au plan CCD donne alors :

$$e''_{z_c} = {}^{t}\mathbf{R_s} e''_{z_i} = {}^{t}\mathbf{R_s} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_s \sin\theta_s \\ -sin\alpha_s \\ \cos\alpha_s \cos\theta_s \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

Les angles de Scheimpflug, fixés dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, peuvent alors être déterminés par les équations suivantes (eq. 2.19) et tous les changements de repère sont alors parfaitement déterminés.

$$\begin{cases} \alpha_s = \arcsin(-e''_{z_c}[1]) \\ \theta_s = \arcsin\left(\dfrac{e''_{z_c}[0]}{\cos\alpha_s}\right) \end{cases} \tag{2.19}$$

Où les scalaires $e''_{z_c}[0]$ et $e''_{z_c}[1]$ sont les premières et secondes composantes du troisième vecteur du repère CCD exprimé dans le repère caméra. Enfin, comme pour le premier changement de repère, la transformation du repère lentille au repère capteur peut se mettre sous la forme matricielle suivante, définissant la matrice $\mathbf{B}$:

$$s\begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{R_s} & \mathbf{R_s}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_p \end{pmatrix} \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right) \tag{2.20}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta_s & 0 & -\sin\theta_s & -f_p\sin\theta_s \\ \sin\alpha_s\sin\theta_s & \cos\alpha_s & \sin\alpha_s\cos\theta_s & f_p\sin\alpha_s\cos\theta_s \\ \cos\alpha_s\sin\theta_s & -\sin\alpha_s & \cos\alpha_s\cos\theta_s & f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

$$= \mathbf{B}\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

Projection

Maintenant que tous les changements de repères sont explicités, il reste à définir l'opération de projection qui transforme une point de l'espace $P(x,y,z)$ en un point image $Q(x',y',z')$ appartenant au plan $\mathscr{I}$. Cette opération est ici réalisée dans le repère lié à la caméra (lentille). Dans une modélisation physique de type sténopé, tous les rayons issus de P formant une image Q passent par l'origine du repère camera C. La projection est donc définie par l'appartenance du point Q à la droite (PC) et au plan $\mathscr{I}$:

$$Q_c = \lambda P_c\ ,\ Q_c \in \mathscr{I} \Leftrightarrow Q_c = \lambda P_c\ ,\ \overrightarrow{FQ_c}\cdot e''_{z_c} = 0 \tag{2.23}$$

$$\Leftrightarrow \left(\lambda\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -f_p \end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix} \cos\alpha_s\sin\theta_s \\ -\sin\alpha_s \\ \cos\alpha_s\cos\theta_s \end{pmatrix} = 0 \tag{2.24}$$

Nous en déduisons : $\lambda = \dfrac{-f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s}{\cos\alpha_s\sin\theta_s x_c - \sin\alpha_s y_c + \cos\alpha_s\cos\theta_s z_c}$

La projection peut donc être mise sous la forme suivante :

$$Q_c = \lambda P_c\ ,\ Q_c \in \mathscr{I} \Leftrightarrow \begin{cases} x'_c = \dfrac{-f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s\ x_c}{\cos\alpha_s\sin\theta_s\ x_c - \sin\alpha_s\ y_c + \cos\alpha_s\cos\theta_s\ z_c} \\ y'_c = \dfrac{-f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s\ y_c}{\cos\alpha_s\sin\theta_s\ x_c - \sin\alpha_s\ y_c + \cos\alpha_s\cos\theta_s\ z_c} \\ z'_c = \dfrac{-f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s\ z_c}{\cos\alpha_s\sin\theta_s\ x_c - \sin\alpha_s\ y_c + \cos\alpha_s\cos\theta_s\ z_c} \end{cases} \tag{2.25}$$

Ce qui donne sous forme matricielle :

$$s\begin{pmatrix} x'_c \\ y'_c \\ z'_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -f_p\cos\alpha_s\cos\theta_s & 0 \\ \cos\alpha_s\sin\theta_s & -\sin\alpha_s & \cos\alpha_s\cos\theta_s & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{P}\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

Repère Image

Enfin, il reste à déterminer la transformation qui permet de passer des coordonnées du capteur CCD aux coordonnées image (pixel). Elle peut être mise sous la forme suivante (eq. 2.27), avec k_u et k_v les coefficients de conversion d'unité pixel/mm (liés à la taille physique du capteur) et (u_0, v_0) la position de F (centre optique) dans le repère image :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = k_u x'_i + u_0 \\ v = k_v y'_i + v_0 \end{array} \right. \Leftrightarrow s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

Finalement, la projection d'un point $P(x, y, z)$ du repère physique (O, e_x, e_y, e_z) sur le plan du capteur s'exprime par le produit matriciel suivant :

$$s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{KBPA} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

$\mathbf{M}$ définit la matrice de projection du modèle de caméra. En calculant le produit $\mathbf{BP}$ et en réduisant les dimensions des matrices au maximum, on peut écrire la projection sous la forme développée suivante :

$$\begin{aligned} s \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_u & 0 & u_0 \\ 0 & k_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -f_p \cos\alpha_s & -f_p \sin\alpha_s \sin\theta_s & 0 \\ 0 & -f_p \cos\cos\theta_s & 0 \\ \cos\alpha_s \sin\theta_s & -\sin\alpha_s & \cos\alpha_s \cos\theta_s \end{pmatrix} \\ & \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & -\mathbf{R}T \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Le modèle sténopé, ainsi établi, présente l'avantage de reposer strictement sur la géométrie du capteur optique et de son positionnement dans l'espace. De plus, dans ce formalisme, tous les rayons lumineux qui viennent impacter le capteur passent par un centre optique C unique. Ainsi, pour chaque position (u, v) du capteur, on peut définir une ligne de vue (un rayon) qui correspond à l'ensemble du volume « vu » par ce pixel. Cette ligne de vue sort rectiligne du capteur (modèle sténopé linéaire) et peut être propagée dans le volume en tenant compte des propriétés optiques (indice de réfraction...) des milieux traversés.

2.1.2 Interfaces optiques

Les expériences de Tomo-PIV, menées au cours de la thèse, sont réalisées au sein d'une veine d'essais hydrodynamique. Les configurations expérimentales imposent donc la présence de hublots épais et des changements de milieux (air - PMMA [1] - eau) entre les

1. Polyméthacrylate de méthyle

caméras et le volume de mesure. Le modèle sténopé défini précédemment ne permet pas de prendre en compte directement l'influence des différentes interfaces optiques présentes dans le champ de vue des caméras. Cependant il peut servir de support pour l'implémentation d'un modèle de caméra à lancer de rayons. Ce modèle à lancer de rayons, développé pour la génération d'image, permet de prendre en compte la présence d'interfaces optiques (hublots, maquette...) séparant des milieux homogènes en indice de réfraction .

Le principe de fonctionnement repose sur le fait que tous les rayons lumineux intersectant le plan du capteur passent par l'origine du repère caméra C (correspondant au centre de la lentille). Ainsi il est possible de définir pour toutes les positions (u, v) du capteur une origine et une orientation pour la ligne de vue partant de la caméra. Cette ligne de vue, issue de (u, v), appelée rayon dans ce contexte, est alors propagée dans le volume en tenant compte des interfaces optiques sur son chemin. La fonction de rétro-projection associe aux coordonnées image (u, v), l'intersection (x, y, z) entre cette ligne de vue et un plan d'intérêt du volume (généralement un plan $z = cste$).

La propagation du rayon est assuré de la manière suivante : tout d'abord, un ensemble d'interfaces optiques (potentiellement) présentes entre la caméra et le volume de mesure est défini. Ces interfaces optiques peuvent correspondre aux surfaces d'un hublot (air - PMMA + PMMA - eau) ou encore à la surface d'une maquette. Elles sont positionnées dans l'espace et les indices optiques des milieux gauche et droite sont renseignés.

Pour effectuer le calcul de la rétro-projection d'un point $Q(u, v)$ sur le plan $z = c_0$, l'origine et l'orientation du rayon issu de Q sont calculées à l'aide du modèle sténopé défini à l'étape précédente. Ensuite les intersections entre le rayon et l'ensemble des interfaces sont calculées à l'aide des équations de surface des interfaces, afin de déterminer la première interface présente sur la ligne de vue. Les calculs d'intersection sont décrits en Annexe B pour une interface plane et une aile de profil NACA. Une fois l'intersection la plus proche déterminée, le calcul de la normale locale de l'interface est réalisé puis le rayon est réfracté ou réfléchi suivant les équations (2.30) :

$$\begin{cases} \mathbf{s_2} = \mathbf{r} = \mathbf{i} - 2\,(\mathbf{n}\cdot\mathbf{i})\,\mathbf{n} & \text{si } ||\mathbf{n}\wedge\mathbf{i}||^2 \geq \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2 \\ \mathbf{s_2} = \mathbf{t} = \dfrac{n_1}{n_2}(\mathbf{n}\wedge\mathbf{i})\wedge\mathbf{n} - \sqrt{1-\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^2 ||\mathbf{n}\wedge\mathbf{i}||^2}\;\mathbf{n} & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.30}$$

Où $\mathbf{s_2}$, l'orientation du rayon de sortie correspond soit à un rayon transmis $\mathbf{t}$, soit à un rayon réfléchi $\mathbf{r}$ exprimé en fonction de la normale à l'interface $\mathbf{n}$, des indices de réfraction des milieux n_1 et n_2 et de l'orientation du rayon incident $\mathbf{i}$. Le développement de ces équations vectorielles pour la réflexion et la réfraction est présenté en Annexe A. Une nouvelle origine locale et une orientation sont alors définies et la recherche de la plus proche interface sur le chemin du rayon recommence. Le rayon est propagé de cette manière jusqu'à atteindre le plan $z = c_0$ voulu. La ligne de vue est donc composée d'un enchaînement de segments de droites tous séparés par une interface.

De cette façon, il est possible de rétro-projeter l'ensemble des points de l'image dans le volume et ainsi de lier l'ensemble du volume observable à l'image par cette opération de rétro-projection. La difficulté de cette méthode repose dans le calcul de la projection d'un point du volume $P(x, y, z)$ sur le capteur, puisque l'orientation initiale du rayon qui part du point P et qui passe par le centre de la lentille n'est pas connu. Le rayon de départ ne pouvant pas être déterminé, la projection ne peut être calculée directement.

La stratégie adoptée pour projeter les particules dans le simulateur d'image passe par la minimisation de l'opération de rétro-projection. Pour projeter un point $P(x, y, z)$, on cherche un point image $Q(u, v)$ dont la rétro-projection $P_r(x', y', z)$ sur le plan z minimise la distance entre P et P_r à une précision satisfaisante, fixée au préalable.

La prise en compte des interfaces optiques dans la construction du modèle de caméra représente un coût de calcul important ; d'une part la propagation des rayons d'interface en interface nécessite nécessairement plus de temps que l'évaluation d'une fonction analytique (polynomiale par exemple) mais surtout l'évaluation de la projection, par minimisation, requiert le calcul d'un grand nombre de rétro-projection. Ce coût est (quasi)-prohibitif pour l'utilisation de ce modèle pour le calcul de Tomo-PIV mais très largement accessible pour la génération d'images de synthèse. Mais surtout, cette approche s'attache à reproduire fidèlement une situation expérimentale avec une modélisation physique (et pas uniquement mathématique comme une modélisation polynomiale).

Le propos peut cependant être un peu nuancé pour l'utilisation de ce modèle en association avec une reconstruction MART puisque seule la fonction de rétro-projection intervient. De plus, une correction planaire (dans les images) ne peut être envisagée puisque le distorsion présente un caractère tri-dimensionnel non négligeable (forte dépendance en z).

2.1.3 Modélisation des particules et projection

La correspondance géométrique entre l'espace physique (volume de mesure) et l'espace image a été décrite au cours des sections précédentes. Nous somme donc maintenant capables de projeter un point du volume sur l'image. Afin d'éviter de discrétiser les particules et de les projeter par petits éléments, on souhaite leur associer un modèle d'intensité volumique qui peut être projeté analytiquement.

De plus, les appareils optiques utilisés pour enregistrer les images de particules possèdent une fonction d'étalement du point (Point Spread Function, PSF). Cette PSF dépend des paramètres géométriques du système d'acquisition. Pour une ouverture circulaire, qui correspond assez fidèlement au diaphragme d'un objectif photographique, la PSF correspond à une fonction d'Airy dont le diamètre est donné par la relation (2.31), où d_{diff} correspond au diamètre de la première tâche de diffraction selon la théorie de Fraunhofer, M est le grandissement du système optique, $F_\#$ le nombre d'ouverture du diaphragme et λ la longueur d'onde du laser. La répartition d'énergie de la fonction d'Airy peut être approximée, sans beaucoup d'erreur, par une fonction gaussienne (Adrian [1991]) dont la taille est donnée par la relation (2.32) (Boutier and Elena [2012]).

$$d_{diff} = 2.44(M + 1)F_\#\lambda \tag{2.31}$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{\pi}(M + 1)F_\#\lambda = \frac{\sqrt{2}d_{diff}}{2.44\pi} \tag{2.32}$$

L'image formée sur le capteur optique correspond alors à l'image géométrique de la particule convoluée avec cette PSF. Généralement en PIV, les faibles grandissements et la faible taille des traceurs font que les particules sont visualisées (et enregistrées) en régime limite de diffraction. Dans cette situation, la taille de la PSF est prépondérante devant la taille géométrique de la particule donc l'image du traceur peut être approximé par la PSF gaussienne dont les dimensions sont données par la relation (2.32).

Bien que les particules ne soient généralement pas intrinsèquement émettrice d'énergie lumineuse et qu'elles diffusent uniquement la lumière reçue, nous les représenterons dans le volume par une distribution spatiale d'énergie centrée sur un point. En fait, la particule est modélisée comme porteuse d'une énergie lumineuse qui est conservée lors de la projection sur l'image. Cette énergie, distribuée dans l'espace représente donc l'énergie qui est captée par la caméra durant le temps d'exposition de l'image.

De plus, on observe expérimentalement que, dans des configurations angulaires importantes ou en présence de hublots épais, les particules image peuvent être déformées à cause des forts gradients de la fonction de projection. Ces particules image sont le résultat de la convolution entre la PSF du système optique (quasi-gaussienne) et l'image géométrique (étirée) des particules. En régime limite de diffraction, elles peuvent être approximées par une gaussienne anisotrope. Enfin, comme la projection d'une gaussienne tridimensionnelle forme une gaussienne bidimensionnelle de forme liée aux gradients de la fonction de projection, nous avons choisi, pour le simulateur d'image, de modéliser les particules dans le volume par une répartition gaussienne tridimensionnelle d'énergie. Il s'agit en quelque sorte d'appliquer la PSF dans le volume pour s'affranchir de la convolution lors de la projection et uniquement projeter l'image géométrique de ce modèle de particule.

Afin d'alléger l'écriture, le terme de particule sera employé pour désigner le modèle gaussien de particule lorsque la clarté du propos n'en sera pas affectée. La particule volumique est modélisée dans la suite par une répartition gaussienne isotrope d'énergie. Son étalement est donné par l'écart-type σ_{vol} calculé de la manière suivante :

$$\begin{cases} d_e = \sqrt{d_{diff}^2 + M^2\ d_p^2} \\ \sigma_{vol} = \dfrac{\sqrt{2} d_e}{2.44\pi\ M} \end{cases} \tag{2.33}$$

Où d_p est le diamètre physique de la particule, d_{diff}, défini par (2.31) est le diamètre de la tache de diffraction (diffraction-limited spot diameter), d_e le diamètre de la particule image incluant la diffraction et σ_{vol} l'écart type de la gaussienne volumique.

Projection de Gaussiennes

Les particules étant modélisées par une distribution gaussienne d'énergie, les paragraphes suivants présentent le résultat de la projection de gaussiennes tridimensionnelles sur l'image. On considère une particule gaussienne isolée de matrice $\mathbf{A}$ centrée en (x_0, y_0, z_0) dans l'espace. L'intensité locale est alors donnée par la fonction $E(x, y, z)$ suivante :

$$E(x,y,z) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} \mathbf{A} \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} \right] \tag{2.34}$$

L'énergie de la gaussienne est conservée lors de la projection sur l'image n et sa distribution est notée $I_n(u, v)$. On peut donc écrire que l'énergie captée par la surface de dimension $\Delta u \times \Delta v$ centrée sur (u, v) est égale à l'ensemble de l'énergie de tous les points du volume se projetant sur cette surface élémentaire. Ce volume $\mathscr{D}$ correspond à un « volume de vue », défini par analogie à la ligne de vue. Cette conservation d'énergie

peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\int_{u-\frac{\Delta u}{2}}^{u+\frac{\Delta u}{2}} \int_{v-\frac{\Delta v}{2}}^{v+\frac{\Delta v}{2}} I_n(u',v')\ du'\ dv' = \iiint_{\mathscr{D}} E(x,y,z)\ dx\ dy\ dz \tag{2.35}$$

Afin d'exprimer de manière plus explicite la seconde intégrale, on peut réaliser un changement de variables qui associe aux coordonnées (x,y,z) les coordonnées (u,v,z). Cette transformation est donnée par la fonction de rétro-projection : Ψ_n^{-1}. Les bornes d'intégration sur la variable z, notées « $-\infty$ » et « $+\infty$ », symbolisent l'intégralité de la ligne de vue. Même si ces bornes ne sont pas rigoureusement infinies, puisque l'une au moins est placée derrière la caméra, la gaussienne est très petite devant la longueur de la ligne de vue. Elles peuvent donc assimilées à l'infini.

$$\begin{aligned}\int_{u-\frac{\Delta u}{2}}^{u+\frac{\Delta u}{2}} \int_{v-\frac{\Delta v}{2}}^{v+\frac{\Delta v}{2}} I_n(u',v')\ du'\ dv' = \\ \int_{u-\frac{\Delta u}{2}}^{u+\frac{\Delta u}{2}} \int_{v-\frac{\Delta v}{2}}^{v+\frac{\Delta v}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\Psi_n^{-1}(u',v',z)) \left|\det\ \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(u',v',z)\right|\ du'\ dv'\ dz\end{aligned} \tag{2.36}$$

Où $\left|\det\ \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(\mathbf{u'},\mathbf{v'},\mathbf{z})\right|$ est le jacobien de la fonction de rétro-projection Ψ_n^{-1} associée à la caméra n et évalué au point (u',v',z). En faisant tendre vers 0 la surface élémentaire $\Delta u \times \Delta v$ on peut écrire une forme locale de la conservation de l'énergie :

$$I_n(u,v) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\Psi_n^{-1}(u,v,z)) \left|\det \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(u,v,z)\right|\ dz \tag{2.37}$$

Afin de simplifier les expressions, on considère que la gaussienne est de petite dimension devant les variations de la fonction de projection Ψ_n, nous autorisant à la modéliser par un développement limité à l'ordre 1 autour du centre de la gaussienne (x_0,y_0,z_0) :

$$\Psi_n(x,y,z) \simeq \Psi_n(x_0,y_0,z_0) + \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n}}(x_0,y_0,z_0) \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} \tag{2.38}$$

Afin d'écrire une forme linéarisée de la fonction de rétro-projection, on considère la fonction de projection Ψ_n telle que $(u,v) = \Psi_n(x,y,z)$. D'où :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ z \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial z}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} \\ \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial z}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

En posant :

$$\mathbf{G}_n = \begin{pmatrix} \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_u}{\partial z}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} \\ \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} & \left.\frac{\partial \Psi_v}{\partial z}\right|_{(x_0,y_0,z_0)} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.40}$$

on en déduit :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ z \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{G}_n \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \tag{2.41}$$

On peut alors exprimer la rétro-projection linéarisée en écrivant la relation (2.42). On remarquera également que $\mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(u_0, v_0, z_0) = \mathbf{G_n^{-1}} = \mathbf{J}^{\mathbf{-1}}_{\mathbf{\Psi_n}}(x_0, y_0, z_0)$. D'où :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \Psi_n^{-1}(u, v, z) \simeq \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{G}_n^{-1} \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \tag{2.42}$$

On peut alors faire le changement de variable dans l'expression de la distribution d'énergie E :

$$E(\Psi_n^{-1}(u, v, z)) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} {}^{\mathrm{t}} \left(\mathbf{G}_n^{-1} \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \right) \mathbf{A} \left(\mathbf{G}_n^{-1} \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \right) \right] \tag{2.43}$$

$$E(\Psi_n^{-1}(u, v, z)) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} {}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} {}^{\mathrm{t}}\mathbf{G}_n^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_n^{-1} \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \right] \tag{2.44}$$

On pose comme notation : $\mathbf{B} = {}^{\mathrm{t}}\mathbf{G}_n^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_n^{-1}$ et $\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u - u_0 \\ v - v_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix}$. Puis on développe l'expression par bloc afin d'isoler la variable z sur laquelle on doit encore effectuer une intégration.

$$E(\Psi_n^{-1}(u, v, z)) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} {}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ z' \end{pmatrix} \mathbf{B} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ z' \end{pmatrix} \right] \tag{2.45}$$

$$= E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} {}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ z' \end{pmatrix} \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{B_1} & B_2 \\ \hline {}^{\mathrm{t}}B_2 & b_3 \end{array} \right) \begin{pmatrix} u' \\ v' \\ z' \end{pmatrix} \right] \tag{2.46}$$

$$= E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} \left({}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} \mathbf{B_1} \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} + 2z' B_2 \cdot \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} + b_3 z'^2 \right) \right] \tag{2.47}$$

$$= E_0 \exp\left[-\frac{1}{2} \left({}^{\mathrm{t}} \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} \mathbf{B_1} \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} - \frac{\left(B_2 \cdot \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} \right)^2}{b_3} \right) \right] \exp\left[-\frac{b_3}{2} \left(\frac{B_2 \cdot \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}}{b_3} + z' \right)^2 \right] \tag{2.48}$$

En posant : $\mathbf{C} = \mathbf{B_1} - \dfrac{B_2 \otimes B_2}{b_3}$, où $\otimes$ est le produit tensoriel, on obtient :

$$E(\Psi_n^{-1}(u,v,z)) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\mathbf{C}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\right] \exp\left[-\frac{b_3}{2}\left(\frac{B_2\cdot\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}}{b_3}+z'\right)^2\right] \quad (2.49)$$

En reprenant l'intégration, et avec la séparation des variables, on peut sortir la première exponentielle de l'intégrale. De plus, en poursuivant avec l'hypothèse de petite particule, le Jacobien $|\det\ \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(u,v,z)|$ peut être assimilé à $|\det\ \mathbf{J}_{\mathbf{\Psi_n^{-1}}}(u_0,v_0,z_0)| = |\det\ \mathbf{G_n^{-1}}|$ et également sortir de l'intégrale.

$$\begin{aligned} I_n(u,v) &= \int_{"-\infty"}^{"+\infty"} E(\Psi_n^{-1}(u,v,z))\left|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}\right| dz \quad (2.50)\\ &= \int_{"-\infty"}^{"+\infty"} E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\mathbf{C}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\right] \exp\left[-\frac{b_3}{2}\left(\frac{B_2\cdot\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}}{b_3}+z'\right)^2\right]\left|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}\right| dz\\ &= E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\mathbf{C}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\right]\left|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}\right| \int_{"-\infty"}^{"+\infty"} \exp\left[-\frac{b_3}{2}\left(\frac{B_2\cdot\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}}{b_3}+z'\right)^2\right] dz \end{aligned}$$

On pose alors le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \alpha &= \sqrt{\dfrac{b_3}{2}}\left(\dfrac{B_2\cdot\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}}{b_3}+(z-z_0)\right)\\ d\alpha &= \sqrt{\dfrac{b_3}{2}}dz \end{cases} \quad (2.51)$$

d'où :

$$I_n(u,v) = E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\mathbf{C}\begin{pmatrix}u'\\v'\end{pmatrix}\right]\left|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}\right| \int_{"-\infty"}^{"+\infty"} \exp\left[-\alpha^2\right]\sqrt{\frac{2}{b_3}}\,d\alpha \quad (2.52)$$

Finalement, on obtient :

$$I_n(u,v) = \sqrt{\frac{2\pi}{b_3}}\left|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}\right| E_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}\begin{pmatrix}u-u_0\\v-v_0\end{pmatrix}\mathbf{C}\begin{pmatrix}u-u_0\\v-v_0\end{pmatrix}\right] \quad (2.53)$$

Donc la projection d'une gaussienne tridimensionnelle est une gaussienne bidimensionnelle d'intensité I_0, de matrice $\mathbf{C}$ et de centre ${}^{\mathrm{t}}(u_0,v_0)$ avec :

$$\begin{cases} I_0 = E_0\sqrt{\dfrac{2\pi}{b_3}}\,|\det\ \mathbf{G_n^{-1}}|\\ \mathbf{C} = \mathbf{B_1} - \dfrac{B_2\otimes B_2}{b_3}\\ \begin{pmatrix}u_0\\v_0\end{pmatrix} = \Psi_n(x_0,y_0,z_0) \end{cases} \quad (2.54)$$

Cette modélisation de la particule nous permet donc de projeter la particule en deux étapes : d'abord le centre de la particule puis sa forme. Le résultat est une distribution d'énergie analytique (gaussienne) pour chaque particule. Il est possible, grâce à cette méthode, de simuler le problème de Tomo-PIV avec une approche particulaire car les positions et formes des particules dans le volume et les particules image sont disponibles sous forme de listes (éventuellement appariées). De plus, pour une approche discrète il suffit de réaliser la synthèse des images (et du volume discret) en discrétisant chaque élément sur le support correspondant. Cette opération de discrétisation des images est décrite à la section 2.1.5.

2.1.4 Illumination du volume et modélisation du laser

Afin de reproduire au mieux les conditions expérimentales, l'illumination du volume est réalisée à l'aide de sources laser qui permettent d'une part de simuler les variations d'éclairage liées au profil du faisceau laser et à la divergence de la nappe et d'autre part de tenir compte des ombres liées à la présence de maquettes ou d'obstacles dans le faisceau. Les sources peuvent être multiples dans le but de couvrir l'utilisation de plusieurs sources laser lors d'une même expérience ou d'un miroir.

Les sources lumineuses sont positionnées dans l'espace et orientées par la définition d'une origine et d'un vecteur directeur. Le profil de faisceau peut être choisi rectangulaire (top-hat) ou gaussien dans les deux directions orthogonales à la propagation. La source laser est définie comme une surface rectangulaire (ou gaussienne 2D), plane, de taille et de densité d'énergie fixée et divergente (ou non) dans le sens de propagation. La densité d'énergie est donc calculée pour chaque position de l'espace en fonction de l'accroissement de la taille de la nappe dans les deux directions. Enfin, la source laser étendue peut être coupée dans la largeur et la hauteur pour éliminer les zones de faible éclairement, usuellement les pieds de la gaussienne (pratique courante en expérience de Tomo-PIV).

La source lumineuse implémentée permet donc de simuler des conditions expérimentales classiques avec le positionnement de sources laser dans l'espace, le réglage de l'intensité du faisceau, ses divergences... Cette intensité peut être calculée en tout point de l'espace afin d'estimer l'énergie lumineuse captée et retransmise par les traceurs PIV. « L'énergie » des particules est estimée en sommant les différentes intensités laser en leur centre multiplié par la surface projetée des particules. Les particules étant petites, il est cohérent d'observer une augmentation de l'intensité captée et réémise proportionnelle au carré de leur diamètre. Il n'est pris en compte ici aucune perte d'intensité entre la lumière captée et réémise quelles que soient les directions d'éclairement et d'observation. La diffusion de Mie n'est pas prise en compte. Toute l'énergie captée par la particule se retrouve dans les images.

2.1.5 Synthèse des images et bruit

L'élément de base pour le calcul PIV (ou Tomo-PIV) est l'image de particules. Pour l'instant, nous avons créé une liste de particules positionnées dans le repère image avec une distribution d'énergie associée (gaussienne). Ce paragraphe détaille la synthèse des images à partir de ces listes de particules. Tout d'abord, on suppose que lorsqu'il y a superposition d'informations issues de multiples particules, les intensités se cumulent. Au départ, l'image est noire. Lors du parcours de la liste, chaque particule est discrétisée sur les pixels et sa contribution est ajoutée à l'image existante (formée par les précédentes

particules déjà prises en compte).

La question délicate qui se pose lors du calcul de la contribution d'une particule à l'image est la modélisation de l'interaction entre la particule et le pixel. L'interaction la plus simple consiste à déterminer la valeur de la gaussienne au centre du pixel. Cependant, cette modélisation n'est pas pleinement satisfaisante puisque la valeur du pixel résulte de l'intégration de l'énergie reçue sur sa partie sensible. Ce problème de modélisation se pose de manière très nette lorsque les particules sont petites. En effet, dans le cas défavorable d'une particule dont la projection est centrée au coin de quatre pixels, la particule n'apparaît sur l'image que si son diamètre est supérieur à $\sqrt{2}$ pixel.

Afin de remédier à ce problème, nous avons pris en compte une intégration locale sur le pixel. Une intégration directe sur un rectangle sensible, comme celle réalisée par Lecordier and Westerweel [2004], n'est pas réalisable puisque nous avons ici des gaussiennes quelconques (dont les axes principaux ne sont pas forcément orientés comme le repère de l'image). Cependant, en conservant cet esprit, nous avons mis en place une modélisation du capteur où la sensibilité du capteur est modélisée par une distribution gaussienne. Cette modélisation, à défaut d'avoir des fondements physiques très forts, présente l'avantage de tenir compte de la géométrie du capteur par réglage d'un écart type relié au facteur de remplissage du pixel dans les deux directions. De plus, cette modélisation avantageuse permet de calculer la contribution de la particule au pixel grâce au calcul de la corrélation entre les deux gaussiennes (opération relativement simple présentée en Annexe C).

Enfin, une fois la synthèse de l'image de particules réalisée, il peut être utile de rendre l'image plus proche des conditions d'imagerie expérimentale en ajoutant du bruit. En effet, la présence d'intensité parasite due à l'électronique du capteur, aux réflexions lasers est expérimentalement inévitable. Le bruit est superposé aux images par ajout à chaque pixel d'une intensité tirée aléatoirement dans une distribution gaussienne de moyenne (souvent 0) et d'écart-type choisis.

2.1.6 Génération des particules et déplacement

Le processus de formation des images à partir d'une liste de particules ensemençant le volume a été établi au cours des paragraphes précédents. Le présent paragraphe a pour but de présenter de façon plus globale comment les éléments sont assemblés et articulés.

Nous nous plaçons dans l'hypothèse où le générateur d'image est utilisé pour simuler une expérience de Tomo-PIV, mais il peut servir de manière plus large à la simulation de PIV planaire et stéréo-PIV. Afin de réaliser cette simulation, il faut définir l'ensemble des paramètres des éléments de l'expérience. Tout d'abord, les caméras doivent êtres positionnées dans l'espace en translation et en rotation et leurs paramètres intrinsèques (taille du capteur, facteur de conversion, focale de l'objectif...) doivent êtres renseignés. Ensuite il faut définir les interfaces optiques présentes dans l'expérience (si le modèle à lancer de rayons est utilisé) avec leur position, orientation et les milieux intérieur et extérieur. Enfin, dernier élément de l'expérience, il convient de définir le (ou les) laser(s) afin de modéliser l'éclairage du volume de mesure.

Tous ces éléments permettent de définir les éléments optiques impliqués dans la mesure. Il reste à définir un volume de contrôle dans lequel les traceurs PIV sont insérés. Ce volume est généralement un volume englobant la zone de vue des caméras afin d'avoir des images pleinement ensemencées.

Il faut ensuite générer les particules dans le volume et les convecter par l'écoulement

si l'on veut générer des volumes corrélés (ce qui est très souvent le cas). Lors de la génération du premier volume, il suffit de tirer aléatoirement un certain nombre de particules réparties dans le volume de mesure avec une taille distribuée selon une gamme choisie. La taille des particules et la distribution de taille n'ont que peu d'impact sur la taille des particules dans l'image. En revanche, elles ont un impact très important sur l'intensité des particules dans l'image et la distribution de taille influe donc quasi-uniquement sur la distribution d'intensité des particules dans l'image. Le ppp (particule par pixel) étant le nombre caractéristique principal de l'imagerie PIV (et plus particulièrement en Tomo-PIV), la quantité de particules générée est généralement déterminée en fonction du ppp souhaité dans les images.

Si l'on souhaite générer des volumes indépendants les uns des autres, il suffit de renouveler le volume de particule à chaque itération après la projection sur les images. Cependant, dans la plupart des cas, il est nécessaire de créer des volumes corrélés au moins par paire afin de poursuivre le calcul de PIV jusqu'à l'estimation de vitesse. Il faut alors déplacer les particules d'un pas de temps au suivant. Pour cela, nous avons mis en place une intégration du déplacement à partir d'un champ de vitesse à l'aide de la méthode de Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45). Chaque particule du volume est déplacée de l'instant courant à l'instant suivant pour définir le nouveau volume, qui peut alors être projeté pour former les nouvelles images. L'algorithme de déplacement peut être utilisé avec une fonction analytique quelconque. Cependant afin de simuler une expérience précise, nous avons implémenté à l'aide des grilles adaptatives, présentées au paragraphe 2.2.2, une version qui utilise un champ volumique de vitesse. Cette fonctionnalité nous permet d'utiliser des données de vitesses issues d'une simulation numérique fluide de l'expérience pour déplacer les particules de manière fidèle au cas d'étude.

2.1.7 Générateur de calibration

Avant de conclure, sur l'utilisation, les qualités et défauts de ce simulateur d'image, il reste une fonctionnalité un peu à part mais de grande importance pour la simulation d'expériences de Tomo-PIV : la synthèse d'image d'étalonnage. En effet, l'étalonnage d'un système de Tomo-PIV représente une étape capitale pour la réalisation de la mesure de vitesse. Nous avons donc fait le choix de développer un outil permettant de générer des images de mires à points, classiquement utilisées pour cette opération. Cette synthèse nous permet d'étalonner les capteurs de manière similaire à l'étalonnage expérimental mais surtout de mesurer l'impact des erreurs d'étalonnage liées aux erreurs de positionnement angulaire de mire et à une translation mal contrôlée.

2.1.8 Conclusion et perspectives

Le simulateur d'images de Tomo-PIV développé nous permet donc une synthèse d'images tenant compte de nombreux paramètres physiques de l'expérience. Tout d'abord, les modèles de caméras utilisés sont fidèles au positionnement physique des caméras et à leurs caractéristiques géométriques. De plus, ils prennent en compte la présence d'interfaces optiques entre la caméra et le volume de mesure, très souvent présentes lors d'expériences. Ensuite, la forme des particules dans l'image est calculée à partir des gradients de la fonction de projection et l'intensité est déterminée en fonction de l'éclairement volumique, contrôlé par des sources lasers reprenant les principales caractéristiques des sources expérimentales. Le déplacement des particules est géré pour n'importe quelle fonc-

tion analytique du temps et de l'espace mais aussi pour une série temporelle de champs de vitesses discrets, permettant de simuler une gamme plus vaste d'écoulements et ainsi de simuler une expérience donnée. Enfin, le simulateur a une option de synthèse d'images de mire utiles pour l'étalonnage des caméras, ce qui nous permet de générer un cas test complet de Tomo-PIV et de contrôler, de l'étalonnage des caméras jusqu'à la corrélation des volumes, toutes les étapes du calcul PIV et donc d'en estimer les erreurs.

Les perspectives d'amélioration pour cet outil, résident dans trois points principaux. Le premier est la prise en compte des défauts de mise au point dans le calcul de la taille des particules images. Même si les profondeurs de champ sont généralement relativement importantes devant la profondeur du volume de mesure, il peut être intéressant de mesurer l'impact d'un défaut de mise au point pouvant être lié à un réglage de Scheimpflug difficile. Ensuite, l'implémentation d'une fonction basée sur la théorie de Mie, ou une forme simplifiée, permettrait de tenir compte de la variation d'intensité des particules image en fonction de l'orientation de la caméra par rapport au laser et ainsi de modéliser au moins les variations diffusion avant/diffusion arrière très nettement observées expérimentalement. Une fonction d'atténuation de l'intensité des particules peut également être implémentée afin de prendre en compte la perte d'intensité lumineuse à la traversée de matériaux opaques. Enfin, le bruit est modélisé de manière assez classique avec une distribution gaussienne ne dépendant d'aucun paramètre physique. Il pourrait être utile, pour générer des image plus fidèles à la réalité d'implémenter un modèle de bruit reposant sur la physique du système d'acquisition (bruit de Poisson par exemple). La seconde faiblesse de la modélisation du bruit utilisée est qu'elle ne permet pas de générer de bruit corrélé (réflexion par exemple), souvent présent dans les images expérimentales.

2.2 Modèle de caméra à correction discrète

Comme il a déjà été mentionné à la section 1.2, la précision des mesures de vitesse en vélocimétrie par images de particules tomographique (Tomo-PIV) dépend très fortement de la qualité des fonctions géométriques liant le plan image et le volume. Le choix et le calcul du modèle de caméra, ainsi que la mise en œuvre de l'ensemble de la procédure d'étalonnage (positionnement, déplacement de mire...) sont des opérations critiques lors de la réalisation de ces mesures. De nombreuses publications ont souligné l'importance de cette opération (Scarano [2012]), analysé l'impact de sa précision sur la mesure (Thomas et al. [2014]) et même proposé des solutions pour améliorer la calibration des caméras (Wieneke [2008]).

Malgré le soin apporté à cette opération, dans certaines configurations expérimentales, les erreurs de projection restent trop importantes pour réaliser le calcul de champs de vitesse avec une précision satisfaisante. L'étude d'un jet chaud en écoulement transverse (Earl et al. [2016]) par exemple, révèle que l'emploi de techniques de correction de calibration ne suffit pas à atteindre une précision satisfaisante dans l'ensemble du volume de mesure, en particulier dans les zones de forts gradients thermiques. Afin de surmonter cette difficulté, Earl et al. [2016] a découpé la zone de mesure en deux sous-volumes calibrés de manière indépendante et corrigé sa calibration à chaque instant.

Ces difficultés de mesures sont causées par la présence de variations locales d'indice de réfraction dans le volume de mesure ou sur le chemin optique entre le volume et la caméra. Elles peuvent être observées dans diverses configurations expérimentales, telles que la mesure de vitesse en écoulement compressible, en milieu réactif (Lecordier et al.

[2012]), où même dans en milieu de densité constante à travers des hublots à géométrie complexe.

Lorsque ces variations sont suffisamment petites en intensité et associées à de faibles gradients, le problème peut être résolu par l'utilisation de modèles de caméra polynomiaux d'ordre élevé (Soloff et al. [1997]). Cependant, lorsque les gradients deviennent trop importants, un modèle de caméra continu ne peut s'adapter à de telles variations locales et intenses.

Pour palier ces difficultés, nous avons développé un nouveau modèle de caméra reposant sur l'association d'un modèle analytique et d'une correction locale discrète. Le modèle analytique porte l'information globale de correspondance entre le plan image et le volume tandis que la correction discrète apporte la précision locale. Ce modèle permet de prendre en compte des variations locales d'indice de réfraction avec de forts gradients et même des discontinuités si la grille de correction est localement suffisamment raffinée. Il s'adapte à des configurations dans lesquelles des déviations lumineuses sévères apparaissent et s'avère utile lorsque des interfaces transparentes sont présentes sur la ligne de vue des caméras ou encore lorsque des changements d'indice de réfraction apparaissent dans le champ de mesure.

L'implémentation de ce modèle, au delà de la solution qu'elle peut apporter aux problèmes observés dans les situation présentées précédemment, a été motivée par la réalisation de mesures couplées fluide-structure autour d'un profil d'aile transparent, ensemencé en particules. L'objectif est de réaliser une mesure simultanée du déplacement du fluide autour de l'aile et du déplacement du profil en observant les traceurs du fluide et des traceurs incorporés au solide. Cependant, le profil d'aile ayant un indice de réfraction très éloigné de celui de l'eau, la réfraction ne peut être négligée ou accommodée par un modèle analytique d'ordre élevé. De plus, les indices optiques dans notre configuration expérimentale peuvent être difficilement adaptés. En effet, le choix du matériau pour le moulage de l'aile a été réalisé sur ses caractéristiques mécaniques et optiques (transparence). Il aurait été difficile (voire impossible) de trouver un matériau d'indice optique proche de celui de l'eau. L'adaptation de l'indice du fluide (l'eau) est également difficilement envisageable du fait du volume important du tunnel hydrodynamique (environ $3\,\mathrm{m}^3$) et de l'utilisation de la veine pour d'autres essais.

2.2.1 Principe de fonctionnement

Le modèle de caméra présenté repose sur l'association d'un modèle analytique classique (sténopé, polynomial ou autre) et d'une correction locale discrète. Les corrections sur la projection et la rétroprojection sont stockées dans deux structures adaptatives dédiées. Ces corrections dépendent des trois dimensions de l'espace physique et sont calculées lors d'une procédure d'étalonnage décrite dans la section suivante. La projection d'un point est calculée comme la somme de la projection analytique et d'une correction en coordonnées pixel (du, dv) dépendant de la localisation du point à projeter (eq. 2.55). La correction étant stockée comme une fonction de l'espace physique, la rétroprojection est calculée en deux étapes : dans un premier temps, la rétroprojection analytique est calculée, donnant un point (X', Y', Z'), ensuite la correction (dX, dY), déterminée en fonction de la position (X', Y', Z'), est ajoutée (eq. 2.56).

$$\begin{cases} (u, v) = \Psi(X, Y, Z) + (du(X, Y, Z), dv(X, Y, Z)) & (2.55) \\ (X, Y, Z) = \Psi^{-1}(u, v, Z) + (dX(\Psi^{-1}(u, v, Z)), dY(\Psi^{-1}(u, v, Z)), 0) & (2.56) \end{cases}$$

2.2.2 Grille adaptative

Afin d'apporter une correction procurant au modèle de caméra une précision satisfaisante, tout en minimisant la quantité de données stockées (donc l'espace mémoire alloué) et le coût de calcul de la discrétisation, la correction est calculée sur une grille adaptative. Cette structure de donnée permet d'adapter la densité d'information aux variations locales du gradient de la fonction. Elle est, dans ce contexte, utilisée pour stocker une fonction de l'espace tridimensionnel retournant une paire de scalaires ((du, dv) pour la projection et (dX, dY) pour la rétro-projection) ; mais elle est définie de manière générale pour des fonctions quelconques et dépasse très largement le cadre du calcul de corrections de modèle de caméra. Son fonctionnement est néanmoins décrit dans ce contexte où l'on cherche à décrire la fonction de correction $(du, dv) = f(X, Y, Z)$.

Notons f la fonction de l'espace (eq. 2.57) et $\tilde{f}$ son approximation sur la grille adaptative (eq. 2.58). La valeur de la fonction $\tilde{f}(X, Y, Z)$ est donnée, en tout point de l'espace, par interpolation trilinéaire sur la maille parallélépipédique locale. Définissons ensuite une fonction d'erreur ε caractérisant l'écart entre la fonction f et la fonction $\tilde{f}$ dont l'expression est donnée par l'équation 2.59.

$$\begin{cases} (du, dv) = f(X, Y, Z) & (2.57) \\ (\widetilde{du}, \widetilde{dv}) = \tilde{f}(X, Y, Z) & (2.58) \\ \varepsilon = \sqrt{(du - \widetilde{du})^2 + (dv - \widetilde{dv})^2} & (2.59) \end{cases}$$

La construction de la grille adaptative commence par la déclaration d'une grille régulière dite « mère », fixant le volume de définition de la fonction. Pour cette grille, tous les nœuds (sommets de chaque maille parallélépipédique) sont calculés en évaluant la fonction $f(X, Y, Z)$. Ensuite, le découpage adaptatif débute. Pour chaque maille, la fonction d'erreur est calculée au centre. Si l'erreur commise ε est inférieure à un seuil de précision fixé au préalable, le découpage actuel de la maille assure une précision satisfaisante et aucune opération n'est réalisée. En revanche, si l'erreur est supérieure au seuil de précision souhaité, la maille est découpée en huit sous-mailles (division par deux de la taille de maille dans chaque direction de l'espace). Pour chaque nouvelle maille, la procédure recommence : les nœuds sont évalués à l'aide de la fonction f et la précision de l'interpolation est évaluée au centre de la maille (calcul de ε). Les mailles sont ainsi découpées jusqu'à ce que l'erreur d'interpolation soit inférieure à la précision fixée. Afin de limiter la taille de la grille, un niveau de découpage maximum peut être fixé. La discrétisation de la fonction sur la grille, ainsi réalisée, permet de contrôler l'erreur commise à l'interpolation.

2.2.3 Triangulation

Afin de calculer la correction discrète à ajouter au modèle de caméra analytique, il est nécessaire de connaître l'erreur commise par ce modèle. C'est à dire que, pour chaque particule positionnée en (X, Y, Z), il faut déterminer l'écart entre la position réelle de la particule image (u, v) et sa projection par le modèle analytique $\Psi(X, Y, Z)$. On peut alors déterminer la correction $(du(X, Y, Z), dv(X, Y, Z))$ à apporter selon l'équation 2.60.

$$(du(X, Y, Z), dv(X, Y, Z)) = (u, v) - \Psi(X, Y, Z) \quad (2.60)$$

Cette correction nécessite donc la connaissance de la position de la particule dans l'espace (X, Y, Z) et dans l'image (u, v). Dans le contexte expérimental, cette donnée

n'est pas directement disponible. Pour avoir accès à cette information, un processus de triangulation des particules est mis en place.

La triangulation des particules repose sur l'enregistrement du volume de mesure depuis de multiples points de vue. Bien que ce processus puisse se décliner pour un nombre de points de vue quelconque supérieur à 2, on considère par simplicité un set de quatre points de vue car il est de pratique courante d'utiliser quatre caméras pour les mesures expérimentales. Chaque particule physique peut alors être associée à quatre particules-image dont les lignes de vue réelles se croisent toutes parfaitement dans l'espace (à la position de cette particule physique). Cependant, dans la pratique, les modèle de projection (et rétro-projection) ne sont pas parfaits et les lignes de vues des particules ne s'intersectent pas réellement mais passent toutes à proximité de la position de la particule physique. La distance entre ces lignes de vue (censées s'intersecter) dépend principalement de la qualité des quatre modèles de caméra et de la qualité de localisation des particules-image. En effet, les particules dans l'image font l'objet d'une détection et d'une localisation imparfaite, réalisée par corrélation ou fit d'une fonction parabolique ou gaussienne. L'opération de triangulation consiste donc, dans le cas présent, d'une part à apparier les quatre particules épipolaires (images issues d'une même particule physiques) et d'autre part à déterminer la position de la particule physique.

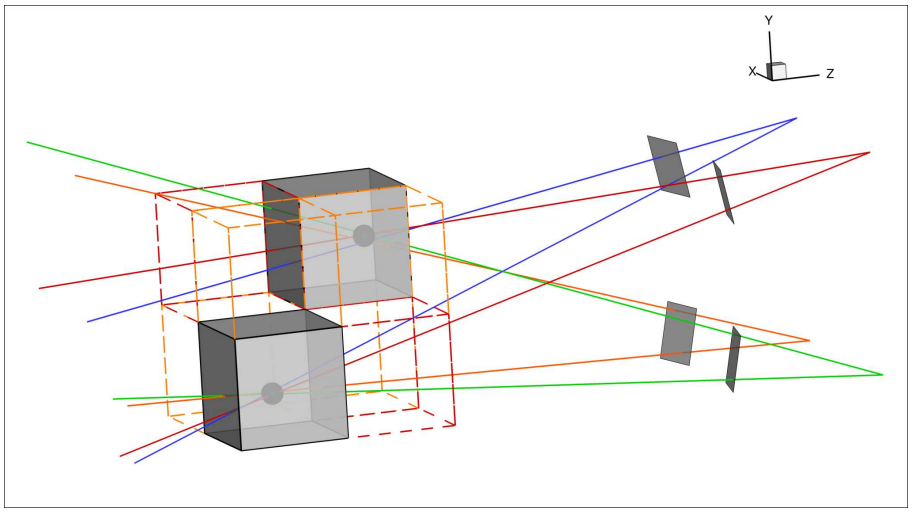


FIGURE 2.2 – Schéma de la méthode de triangulation

La procédure de triangulation commence par la localisation des particules-image dans chacune des quatre images acquises simultanément. Elle repose sur le principe qu'une particule physique est localisée de manière non ambiguë si une et une seule ligne de vue par caméra intersecte une petite boite tridimensionnelle et qu'elles se rapprochent suffisamment.

Partant de ce principe, la triangulation est implémentée de la manière suivante. Dans un premier temps, une liste de boites tridimensionnelles (pavés droits) adjacentes, dont l'union correspond au volume d'intérêt, est définie. Ces boites correspondent aux mailles d'une grille régulière décrivant le domaine. Ce découpage initial n'a pas d'intérêt méthodologique mais sert à accélérer le calcul et facilite la parallélisation. L'une de ces maille est représentée de manière schématique sur la Figure 2.2 et chaque ligne de vue (deux par caméra) est représentée en couleur.

Chaque boite est traitée indépendamment. Pour chacune d'elle, toutes les lignes de vues, issues des particules-image détectées (dans chaque image), l'intersectant sont iden-

tifiées. Trois cas de figure se présentent alors. Si la boite est intersectée par plus de quatre lignes de vue et qu'il existe au moins une ligne de vue issue de chaque caméra, alors il existe potentiellement une ou plusieurs particules dans la boite mais il existe aussi une ambiguïté sur le quadruplet de particules-images épipolaires issu de la particule physique (cas de la maille globale de départ sur le schéma). La boite est alors découpée en huit sous-boites, pour lesquelles, les lignes de vue les intersectant sont déterminées. Le processus de découpage est répété pour chaque nouvelle boite jusqu'à ce que l'une des deux situations suivantes se produise. Soit, pour au moins une image, il n'existe pas de ligne de vue qui intersecte la boite (boites en pointillé orange), alors il n'y a, de manière certaine, aucune particule localisée dans cette boite et elle est supprimée. Soit, une unique ligne de vue provenant de chaque image intersecte la boite, alors la boite contient potentiellement une particule appariée de manière non-ambiguë avec ses projections.

Dans ce cas, la particule physique est localisée en minimisant l'erreur définie comme la moyenne quadratique de sa distance aux quatre lignes de vue (eq. 2.63), ou la moyenne quadratique de la distance entre sa projection et la position de la particule détectée (eq. 2.64). Si la particule est positionnée dans la boite et que l'erreur est inférieure à un seuil fixé, alors la particule est validée et la boite est stockée dans une liste avec toutes ses caractéristiques (boites opaques aux bordures noire). Sinon la boite est supprimée puisque soit la particule se situe dans une autre boite (boites en pointillé rouge), soit les quatre lignes de vue ne se rapprochent pas suffisamment pour considérer qu'il existe une intersection.

A la fin du processus, il reste donc une liste de boites dans lesquelles se trouve une (probable) particule physique appariée avec son quadruplet de particules-image. Une liste de particules triangulées est représentée avec ses boites et lignes de vues sur la Figure 2.3. Les boites n'ont pas toutes la même forme car le point de découpe n'est pas le centre de la maille. Il est choisi comme l'intersection des lignes de vues issues du centre de gravité des particules associées à la boite.

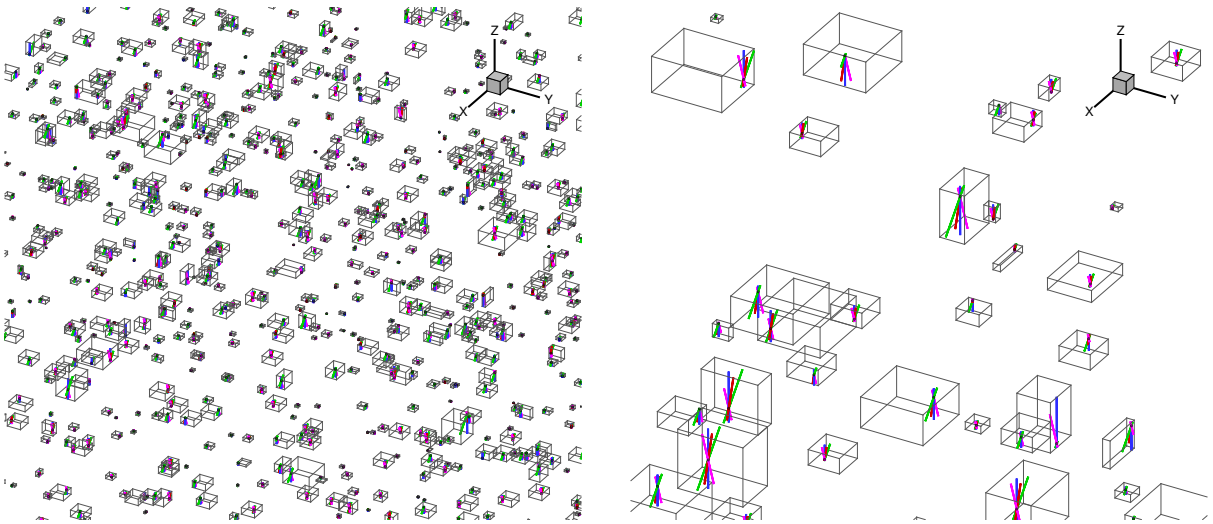


FIGURE 2.3 – Particules triangulées avec leur boite de détection et les lignes de vues associées

Afin d'obtenir une liste de particules triangulées fiable, il est fortement recommandé que la procédure de triangulation soit réalisée avec une faible densité de particules lorsque l'erreur sur les modèles de caméra est grande. L'idéal étant d'utiliser des images acquises

avec une densité de particules faible, il est néanmoins possible de réaliser la triangulation avec un pourcentage des particules les plus brillantes, si de telles images ne sont pas disponibles. La densité de particules (ou le pourcentage de particule à écarter) est à déterminer en accord avec l'erreur de projection prévue.

2.2.4 Etalonnage du modèle à correction discrète

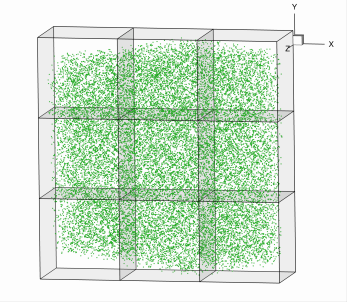
L'étalonnage du modèle se fait en deux étapes. La première correspond à l'étalonnage du modèle analytique. Elle peut être réalisée selon les différentes techniques décrites dans la littérature avec déplacement connu ou non de la mire de calibration (Zhang [1999]). Lors des expériences réalisées au cours de la thèse, une mire de calibration, composée d'une grille de point, est déplacée d'un pas connu, orthogonalement au plan de la mire, dans la profondeur du volume de mesure. La connaissance de la position des points et la détection de leur projection dans les images permet de déterminer un set de correspondance de position entre le volume et l'image, sur lequel les fonctions du modèle qui a été choisi (sténopé ou polynomial d'ordre quelconque) peuvent être évaluées par minimisation.

Une fois le modèle analytique étalonné, la correction discrète peut être évaluée. Ce calcul peut être initialisé avec le set de points d'étalonnage afin de corriger les erreurs les plus grandes, cependant la résolution spatiale est généralement trop faible pour assurer une correction d'une précision satisfaisante.

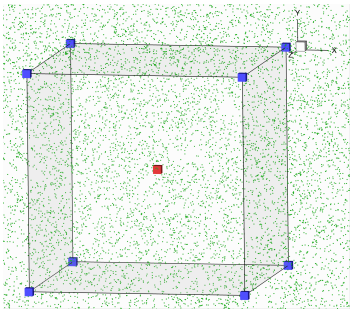
La correction est donc (ensuite) évaluée sur des particules issues de la triangulation des particules-image selon la procédure itérative suivante. Tout d'abord, les particules sont détectées dans les images, puis un pourcentage des plus brillantes est triangulé selon la méthode présentée à la section précédente. Cette opération est réalisée sur autant de quadruplet d'images que nécessaire pour obtenir un nombre suffisant de particules. Il est alors possible de calculer l'erreur de projection du modèle analytique pour chaque particule puisque l'on connaît sa position et la position de ses images. De même, l'erreur de rétro-projection du modèle peut être déterminée.

On obtient alors un ensemble de particules réparties dans le volume pour lesquelles la correction sur la projection et la rétro-projection peuvent être calculées pour chaque caméra. Cependant l'erreur sur le positionnement de la particule dans l'image peut s'avérer important (de quelques centièmes à quelque dixièmes de pixels) et la localisation tridimensionnelle de la particule n'est pas forcément exacte. Il est donc nécessaire de calculer une correction statistiquement représentative de la position dans le volume. Nous avons fait le choix de calculer la correction médiane sur la fonction (projection ou rétro-projection) au sein d'une boite de dimension fixée centrée sur le point d'intérêt. Le choix de la taille de cette boite résulte d'un compromis entre la convergence de la statistique favorisée par des grandes boites et la minimisation des effets de filtrage spatial.

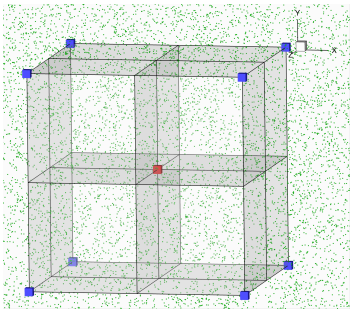
Le calcul de la grille de correction est alors réalisé avec cette valeur statistique selon la procédure présentée au paragraphe 2.2.2. Le niveau de découpage maximal de la grille, correspondant à la résolution spatiale maximale doit être déterminé de manière cohérente avec la taille du filtre spatial. Le calcul de la correction est réalisé de cette manière pour l'ensemble des caméras (projection et rétro-projection). La première itération est alors terminée et la procédure de triangulation peut alors recommencer avec une précision accrue puisque les modèles de caméras sont plus performants. Le processus est itéré jusqu'à atteindre la précision souhaitée. Un schéma de synthèse de la méthode est présenté en Figure 2.4.



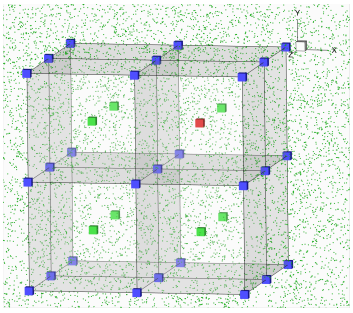
Tout d'abord, la boite mère est définie. Elle représente le volume sur lequel est définie la correction. En général, la boite mère est un volume englobant le volume d'étude puisqu'on voudra que les fonctions de projection soient définies partout où il y a des particules. La grille est initialisée avec un découpage de base (ici : 3 mailles en x et y et 1 maille en z)



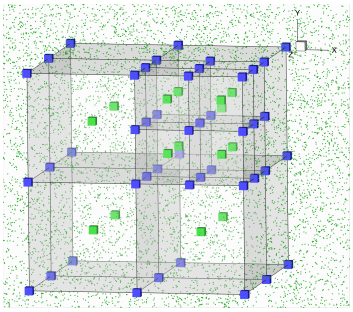
Pour le calcul de la maille centrale (représentée ci-contre), la correction est calculée à chaque sommet du parallélépipède, puis en son centre. La correction est évaluée en prenant la valeur médiane de la correction de l'ensemble des particules contenues dans une boite centrée sur le nœud (cube bleu). L'écart entre la valeur calculée au centre et la valeur interpolée tri-linéairement à partir des sommets est évalué.



Comme, ici, l'erreur d'interpolation est supérieure à l'objectif fixé (nœud central rouge), la maille est découpée en 8 sous-mailles (division en 2 dans chaque direction de l'espace).



Le processus recommence pour les 8 nouvelles mailles. La correction est évaluée sur chaque sommet et au centre, puis l'erreur d'interpolation est calculée. Elle inférieure au seuil de précision fixé pour 7 mailles (nœud central vert). Le découpage s'arrête alors pour ces mailles validées et se poursuit pour la huitième maille.



La huitième maille est de nouveau découpée, puis l'erreur est calculée et l'interpolation évaluée. Cette fois toutes les erreurs sont inférieures à l'objectif de précision, donc l'évaluation de la grille de correction est terminée.

FIGURE 2.4 – Schéma de la méthode d'étalonnage des corrections

2.3 Caractérisation du modèle

Les performances du modèle à correction discrète ont été analysées sur un cas test numérique, généré à l'aide du simulateur présenté à la section précédente. Le calcul du modèle dans un environnement contrôlé permet de découpler les erreurs introduites par les différentes étapes du processus d'étalonnage. Il a ensuite été qualifié sur un cas test expérimental afin de s'assurer de son efficacité dans ce contexte.

2.3.1 Configuration expérimentale et numérique

La configuration utilisée est celle d'une expérience de tomographie PIV à balayage dans un aquarium. Le système est présenté en Figure 2.5. Il est composé d'un volume d'eau ensemencé en particules de polyamide de 50 µm de diamètre et d'une source lumineuse qui balaye un volume de 115 mm de profondeur. Le système d'éclairage est composé d'une diode laser dont le faisceau est décalé dans la profondeur z à l'aide d'un miroir oscillant et étalé par le passage au travers d'une lentille cylindrique divergente pour former une nappe laser d'épaisseur d'environ 1 mm.

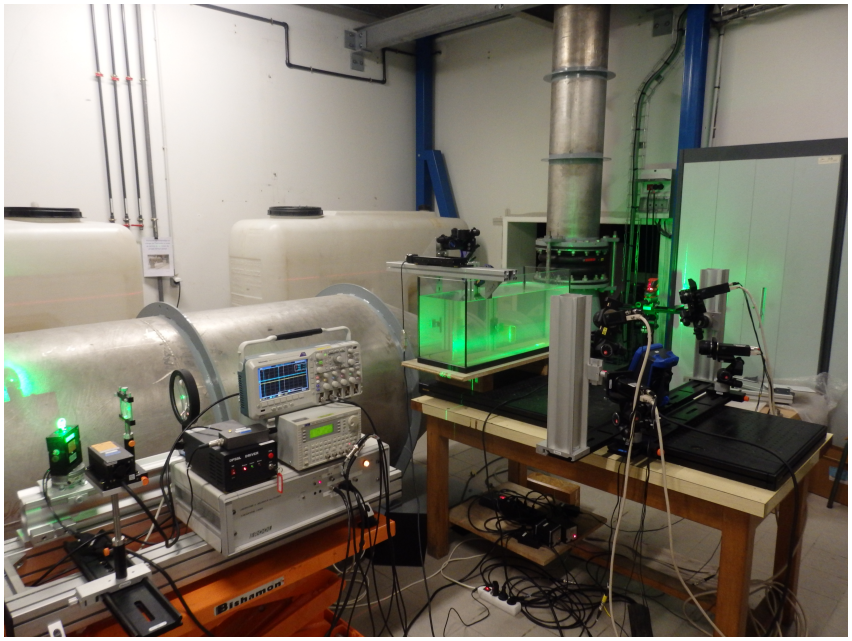


FIGURE 2.5 – Photographie de la configuration expérimentale de qualification du modèle de caméra

Quatre caméras 8 bits, JAI CV-M2, de résolution 2 MégaPixels, sont positionnées selon la base rectangulaire d'une pyramide. Les caméras sont montées avec des objectifs de longueur focale 50 mm positionnées sur des montures Scheimpflug. Les orientations sont présentées dans le tableau 2.6. 29 balayages, de 250 plans chacun, sont enregistrés, procurant un pas de déplacement entre chaque plan laser proche de 0,5 mm.

Sur les bases de cette expérience, une simulation numérique d'images de particules a été réalisée à l'aide de l'outil développé (section 2.1). L'expérience numérique reprend les caractéristiques exactes de la configuration expérimentale. En effet, la position des caméras a été déduite de cette dernière et utilisée comme paramètre d'entrée de la simulation. La paroi en verre de 6 mm de l'aquarium est prise en compte dans la synthèse des images à l'aide du modèle de caméra à lancer de rayons développé. La taille des particules sur les

	Caméra 0	Caméra 1	Caméra 2	Caméra 3
α_x	0	0	15	14
α_y	25	-29	27	-28
α_z	0	0	6	7

FIGURE 2.6 – Disposition angulaire des caméras

images est d'environ 3-4 pixel, correspondant aux images filtrées obtenues expérimentalement. Deux niveau de bruits, d'écart type $\sigma = 0{,}01$ et $\sigma = 0{,}05$ ont été appliqués sur les images de particules afin d'évaluer la robustesse au bruit de la méthode. Une série d'images de calibration a également été générée pour se replacer dans les conditions de l'expérience.

Les détails de la procédure d'étalonnage du modèle analytique et des corrections sont présentés dans chacune des sections dédiées à la configuration numérique et expérimentale.

2.3.2 Définition des scalaires d'erreur

Les modèles sont évalués selon deux critères principaux : la qualité de localisation des particules et la qualité de croisement des lignes de vues. Ces deux critères peuvent être quantifiés chacun par deux scalaires représentant la qualité dans le volume et la qualité dans l'image. Les scalaires associés à la qualité dans le plan 2D, de dimension « pixel », sont préférés par la suite puisqu'ils font l'objet d'un adimensionnement naturel, tandis que les erreurs dans le volume, exprimées en µm, sont par nature très dépendantes de l'expérience. Elles peuvent aisément être adimensionnées par une longueur caractéristique de l'expérience, mais le choix de cette longueur pose question et ne revêt pas autant d'universalité que l'expression en coordonnées image.

La procédure d'évaluation des erreurs, présentée dans ce paragraphe, est utilisée dans l'ensemble de la section dédiée à la qualification du modèle sur données numériques. Pour les données expérimentales, une procédure statistique est utilisée, pour quantifier les erreurs du modèle sans connaissance du modèle physique liant le volume aux images.

Les quatre scalaires d'erreur sont calculés selon la démarche suivante. Tout d'abord, une grille régulière correspondant au volume de mesure est définie avec un pas de 1 mm. Chaque nœud (assimilé à une particule) fait l'objet d'une projection sur les plans image des quatre caméras avec le modèle physique (le modèle à lancer de rayons utilisé pour la génération des images). Cette projection fournit la position réelle des particules dans les images. Ensuite, ces mêmes nœuds sont projetés à l'aide du modèle soumis à évaluation. La distance entre ces projections, calculée comme la norme du vecteur déplacement (eq. 2.61), définit l'erreur de projection du modèle.

$$err_{proj} = \sqrt{(u - u_{ref})^2 + (v - v_{ref})^2} \tag{2.61}$$

Où u, v, u_{ref} et v_{ref} sont respectivement les coordonnées horizontales et verticales de la particule projetée à l'aide du modèle de référence et du modèle évalué.

Ensuite, les particules image réelles (projetées avec le modèle de référence) sont triangulées dans le volume à l'aide du modèle à qualifier. La distance entre la particule triangulée, de coordonnées (x, y, z) et la position 3D réelle $(x_{ref}, y_{ref}, z_{ref})$ est calculée selon l'équation 2.62 et qualifiée d'erreur de localisation. Ces deux erreurs sont caractéristiques de la fidélité des modèles de caméra étalonnés à représenter la transformation

physique.

$$err_{loc} = \sqrt{(x - x_{ref})^2 + (y - y_{ref})^2 + (z - z_{ref})^2} \tag{2.62}$$

La qualité du croisement des lignes de vues, critique pour la reconstruction tomographique, est ensuite estimée. Le premier scalaire qui peut être calculé pour chaque caméra est qualifié d'erreur de triangulation. Il correspond à la distance minimale entre la ligne de vue (dénotée par l'indice LOS) issue de la particule image et la position de la particule triangulée. Localement, la ligne de vue est assimilée à un segment de droite $[AC]$, la particule triangulée est repérée par sa position P et sa projection orthogonale sur la ligne de vue est notée H. La distance à la ligne de vue est donnée par la norme euclidienne du segment $[PH]$ calculée selon l'équation 2.63.

$$err_{LOS} = \left|\left| \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AP} \right|\right|_2 = \left|\left| \frac{\left(\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC}\right) \overrightarrow{AC}}{||\overrightarrow{AC}||_2^2} - \overrightarrow{AP} \right|\right|_2 \tag{2.63}$$

Enfin, la qualité du croisement des lignes de vue des caméras peut être associée à l'erreur de re-projection. Elle est calculée, pour chaque caméra, comme la distance entre la particule image réelle (position utilisée pour le triangulation) et la projection (avec le modèle en évaluation) de la particule triangulée (eq. 2.64). Un aller-retour est en fait effectué entre l'image et le volume avec le modèle à qualifier. La particule est triangulée puis re-projetée sur les images. Contrairement aux autres, ce scalaire présente l'avantage de ne faire appel qu'au modèle étalonné et peut donc être calculé dans le cas expérimental (la position de référence étant supposée connue suite à la détection des particules dans les images).

$$err_{reproj} = \sqrt{(u_{reproj} - u_{ref})^2 + (v_{reproj} - v_{ref})^2} \tag{2.64}$$

Seul ce dernier scalaire est donc calculable dans la configuration expérimentale. Comme il existe une erreur non-négligeable sur la localisation des particules dans l'image, la valeur médiane de l'erreur de re-projection d'un ensemble de particules contenues dans un volume de contrôle centré sur le point à estimer, est retenue comme valeur d'erreur. La taille de ce volume de contrôle est fixé à 10 mm × 10 mm × 10 mm pour cette étude et le pas de la grille d'estimation est fixé à 2,5 mm dans les trois directions de l'espace.

2.3.3 Etude numérique

Pour l'étude numérique, 19 séries de 260 plans avec une nappe laser de 1 mm d'épaisseur ont été simulées, sur un volume de 130 mm de profondeur. Afin de se rapprocher au mieux de la configuration expérimentale, une série de 50 plans de calibration a été générée entre 0 mm et 100 mm. Sur la base de ces images, un modèle sténopé et un modèle polynomial, de degrés 3 en x et y et de degré 2 en z, ont été étalonnés. Tout d'abord, les erreurs sur ces modèles analytiques sont calculées afin d'évaluer la correction discrète nécessaire à apporter dans chacun des cas.

Ensuite, les corrections de modèles ont été calculées dans 4 configurations distinctes. Afin d'évaluer, dans un premier temps, la capacité du modèle à représenter la projection physique, la correction a été calculée en utilisant la liste de particules 3D simulées, appariées avec les projections correspondantes. Ce cas de figure, similaire à une irréaliste

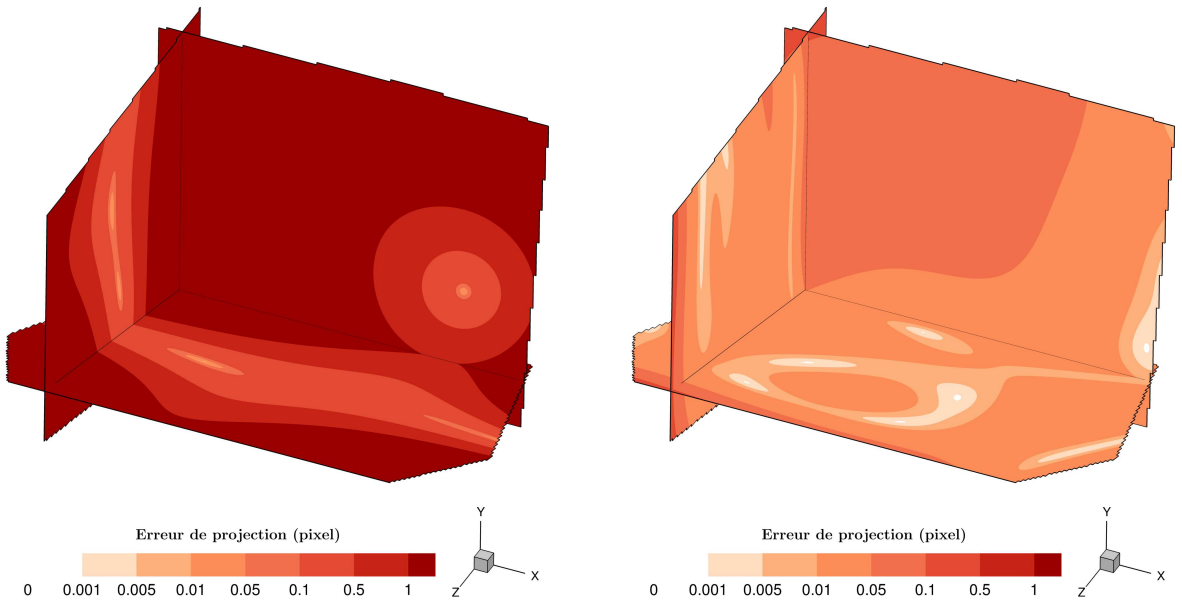
triangulation parfaite, permet de découpler les erreurs associées au calcul de la correction et celles associées à la triangulation.

Dans un second temps, les corrections ont été calculées à partir des listes de particules-image. L'analyse de ce cas revient à considérer l'ensemble du processus, triangulation et calcul de corrections, dans un cas idéal où les particules sont parfaitement localisées dans les images.

Enfin, les grilles de corrections ont été étalonnées dans deux configurations « de type expérimental », où l'intégralité de la chaîne d'étalonnage expérimentale est reproduite. Les deux cas correspondent à deux niveaux de bruit utilisés lors de la synthèse des images.

Modèle analytique

Tout d'abord, avant de qualifier le modèle à correction discrète, il s'agit de quantifier les erreurs associées aux modèles analytiques servant de support à la correction. Les erreurs de projection, caractéristiques de la qualité de localisation sont présentées sur la Figure 2.7 pour le modèle sténopé (à gauche) et le modèle polynomial (à droite). On remarque que les erreurs de projection sont supérieures au pixel dans la plus grande partie du volume pour le cas du modèle sténopé tandis que le modèle polynomial s'avère déjà assez précis avec une erreur globalement inférieure à 0,05 pixel. On notera que l'arrière du volume (et en moindre mesure l'avant), présente des erreurs un peu plus importantes du fait de la zone d'étalonnage utilisée. En effet, les modèles ont été étalonnés sur la plage $[0\ ;\ 100]$ mm, alors que le volume de mesure s'étale sur la gamme $[-20\ ;\ 110]$ mm. Comme attendu pour un modèle polynomial, la précision décroît rapidement en dehors des zones étalonnées.

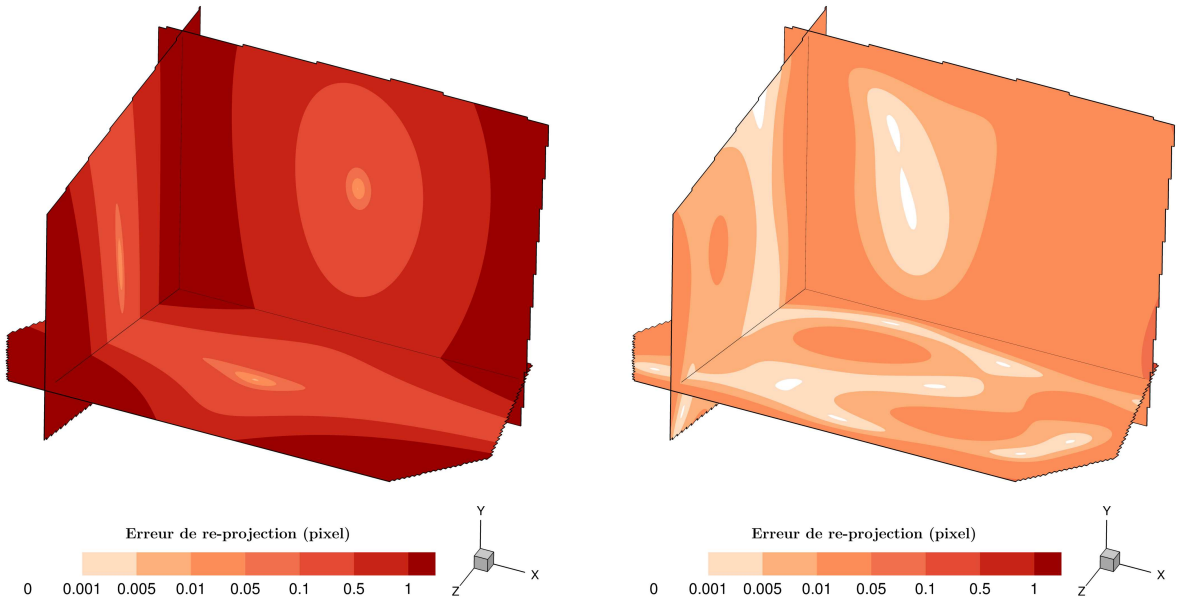


(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.7 – Cartes d'erreurs de projection des modèles analytiques (caméra 3)

Les cartes d'erreur de re-projection, caractéristiques du croisement des lignes de vues, sont représentées sur la Figure 2.8. Les erreurs sont légèrement inférieures pour ce scalaire mais les tendances sont strictement identiques aux précédentes. En effet, les erreurs du modèle sténopé sont globalement de l'ordre du pixel, voire supérieures, tandis que

l'erreur de re-projection du modèle polynomial est contenue en dessous de 0,05 pixel, à l'exception, encore une fois de l'arrière du volume ($z < 0\,\text{mm}$).



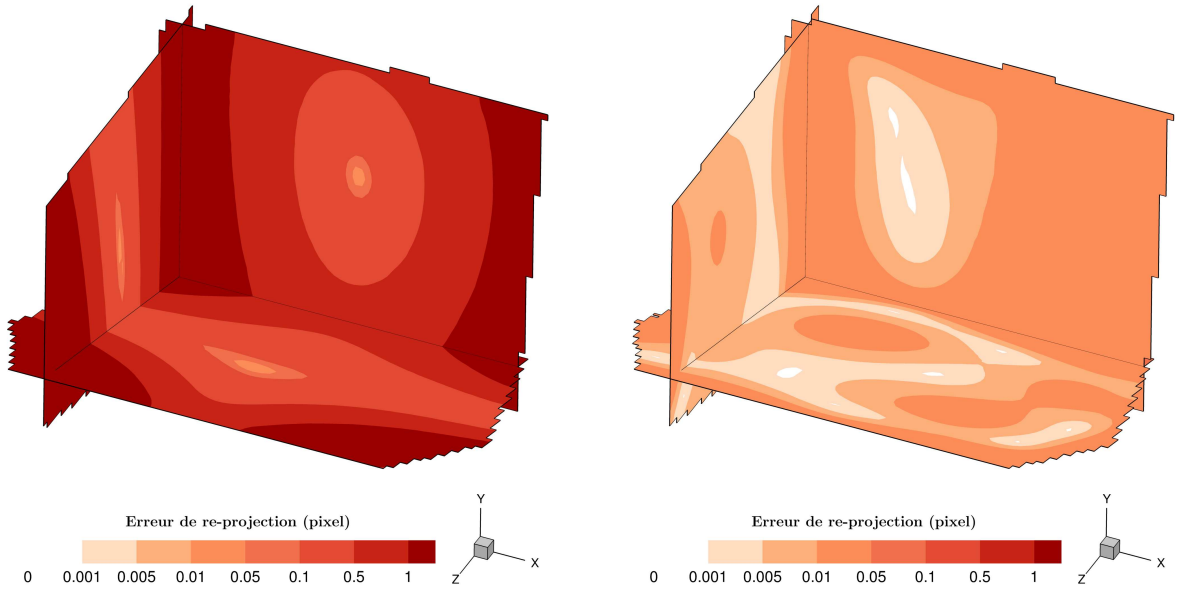
(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.8 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques (caméra 3)

Afin de vérifier que le calcul des erreurs expérimentales est valide, la procédure expérimentale a été appliquée sur ce cas. Les cartes d'erreurs de re-projection calculées à l'aide de cette méthode sont présentées en Figure 2.9. Malgré un moyennage spatial visible, la similarité quasi-parfaite entre les deux méthodes de calcul d'erreur valide l'utilisation de la procédure expérimentale.

Enfin, les particules images des listes 2D ont été triangulées à l'aide de ces modèles analytiques et les distributions d'erreurs de re-projection pour l'ensemble des particules triangulées sont tracées sur la Figure 2.10 et la Figure 2.11, respectivement pour le modèle sténopé et le modèle polynomial. La meilleure distribution normale correspondant aux données est tracée (en pointillé rouge) pour les deux composantes de l'erreur et les paramètres de cette distribution sont affichés sur le graphique. Cette représentation statistique permet d'évaluer rapidement la qualité du modèle puisque ici il n'y a pas d'erreur de détection de particule associée. Cette distribution vient étayer les constats réalisés précédemment, à savoir que l'erreur du modèle sténopé s'étend sur une très large gamme allant jusqu'à des valeurs supérieures au pixel. En revanche, l'erreur du modèle polynomial est contenue à des valeurs (très) inférieures à 0,1 pixel. Cette distribution d'erreurs représente un état de référence avant correction.

Aucune étape de correction d'alignement n'a été réalisée dans cette étude, pour les raisons suivantes : il s'agit d'une expérience numérique donc il n'existe aucun mouvement de caméra incontrôlé. De plus, l'objectif de ce travail est de qualifier la capacité de la correction discrète à améliorer les qualités du modèle analytique, il n'est donc pas nécessaire d'utiliser un modèle analytique parfait. Il est cependant important de souligner que le modèle polynomial (et dans une moindre mesure le modèle sténopé) aurait bénéficié d'une correction d'alignement puisque celle-ci aurait permis d'étalonner le modèle dans le volume complet et aurait donc fait chuter les erreurs importantes présentes sur l'arrière du volume.



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.9 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques calculées avec la méthode expérimentale (caméra 3)

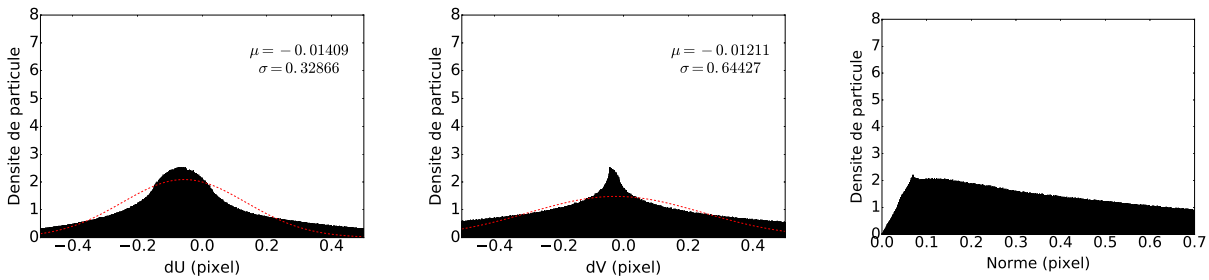


FIGURE 2.10 – Disribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3)

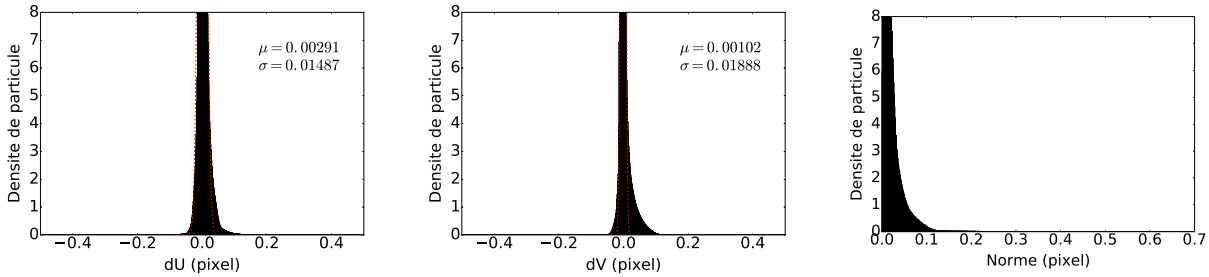
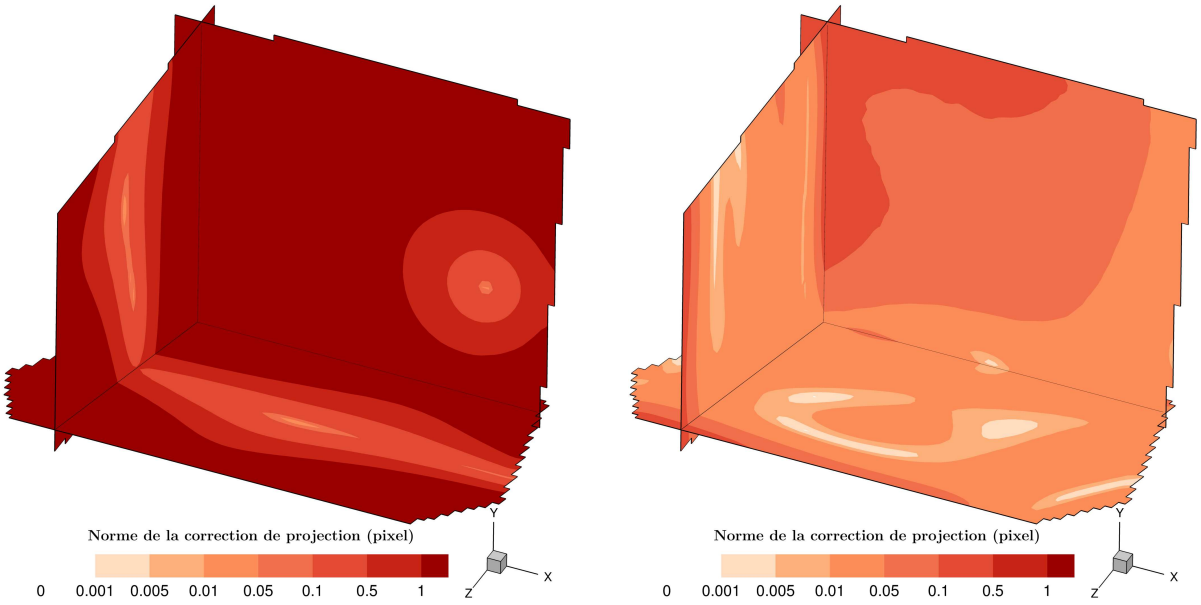


FIGURE 2.11 – Disribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3)

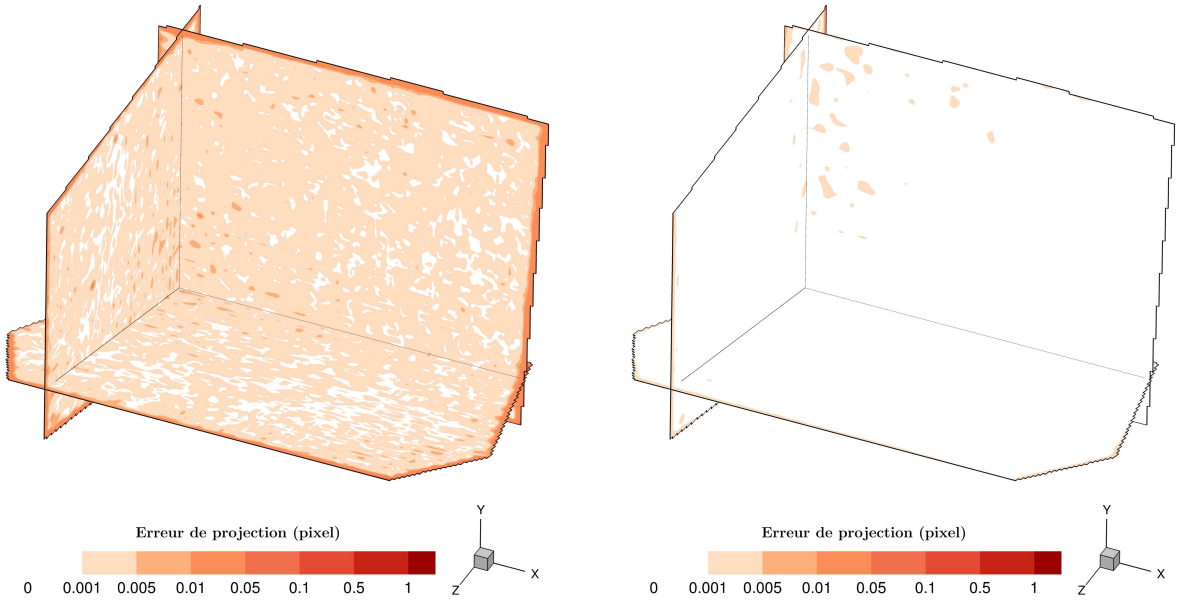
Correction sur les données 3D

Après avoir qualifié les modèles analytiques qui servent de support pour le modèle hybride, nous considérons dans cette section un cas où la triangulation des particules serait parfaite. C'est à dire qu'elle permettrait de localiser parfaitement les particules dans le volume et d'apparier le quadruplet de particules image correspondantes. Ce cas permet de découpler les erreurs intrinsèquement liées à la construction du modèle et celles associées à la triangulation, nécessaire à son étalonnage.



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

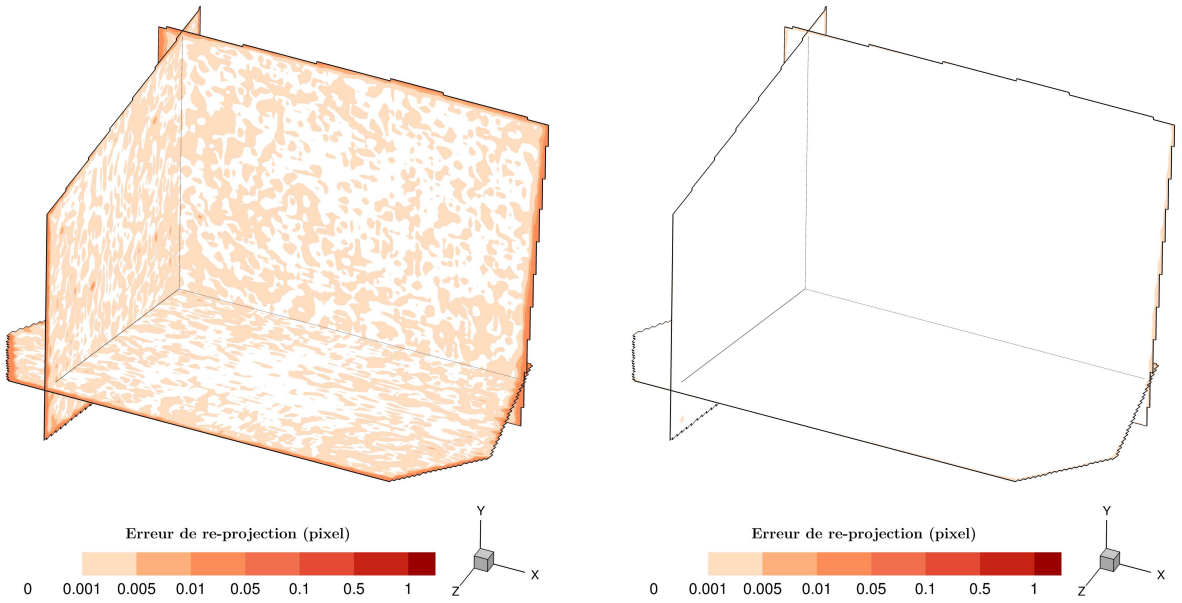
FIGURE 2.12 – Corrections discrètes sur la projection calculées sur les listes 3D (caméra 3)



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.13 – Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les listes 3D (caméra 3)

La correction est donc calculée selon la procédure décrite à la section 2.2.4 en alimentant le calcul d'erreur avec les listes 3D réelles (simulées) à la place des listes triangulées. Le calcul de la correction, pour ce cas d'étude, a été réalisé, pour les deux modèles, sur une grille permettant une discrétisation de l'espace jusqu'à un pas de 2,5 mm × 2,5 mm × 3 mm. Les statistiques pour la correction du modèle ont été calculées sur un volume de taille 5 mm × 5 mm × 5 mm.



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.14 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les listes 3D (caméra 3)

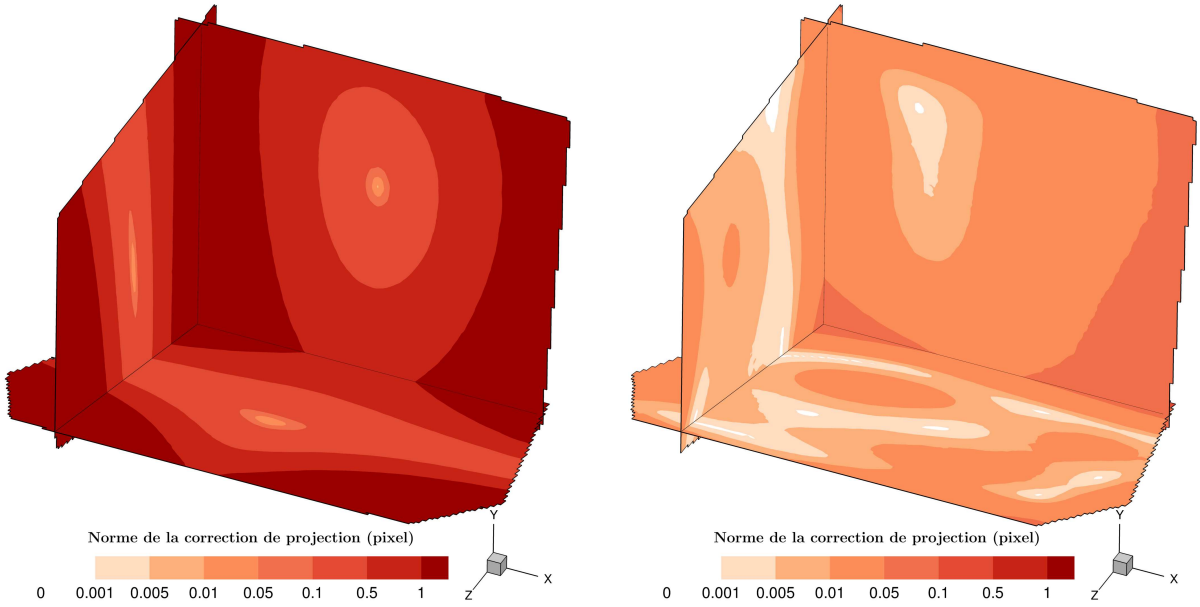
Cette correction est présentée en Figure 2.12. La norme de la correction correspond exactement à la norme de l'erreur du modèle analytique (Figure 2.7) à un résidu près, égal à l'erreur résiduelle du modèle. Il est à noter, dans ce cas, que les erreurs de projection (Figure 2.13) et de re-projection (Figure 2.14) tombent à des valeurs très inférieures au centième de pixel (inférieure à 5 millième pour le modèle sténopé et même globalement inférieure au millième pour le modèle polynomial). Dans ces circonstances, les objectifs du modèle hybride sont pleinement remplis.

Correction sur les données 2D

La calcul de la correction à l'aide des listes de particules image générées au cours de la simulation, permet, à présent, de tenir compte dans les erreurs du modèle, des erreurs liées au processus de triangulation tout en écartant les erreurs issues de la détection de particules dans les images.

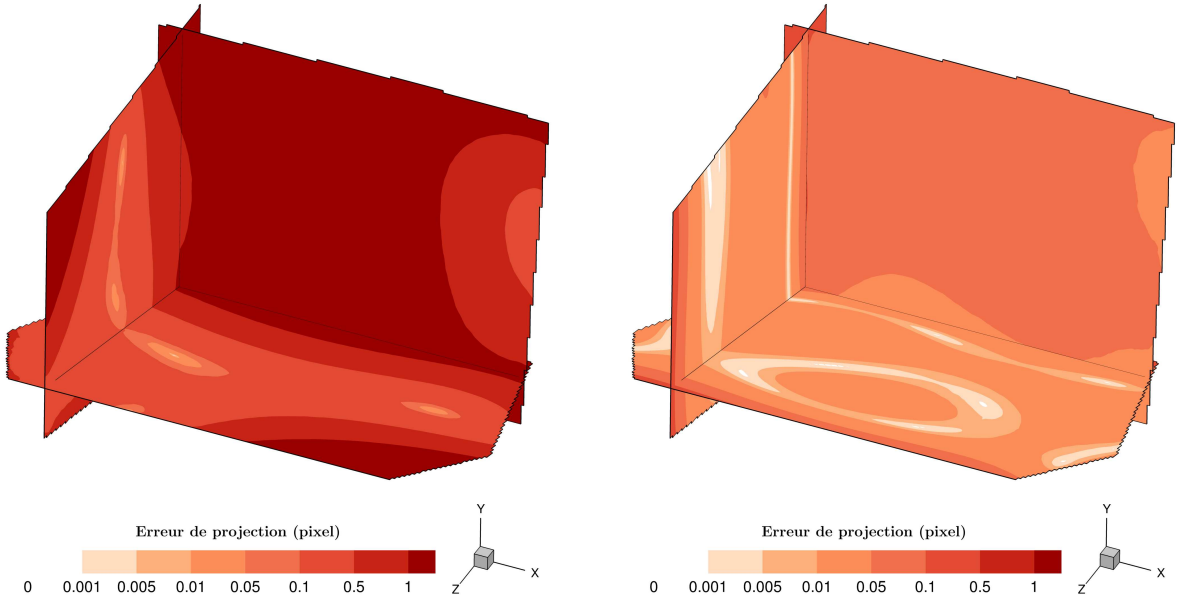
Cette fois-ci, les caractéristiques de la grille permettent le découpage à un niveau supplémentaire, soit un pas de 1,25 mm × 1,25 mm × 1,5 mm. Les statistiques sont encore une fois calculées sur un volume de taille 5 mm × 5 mm × 5 mm. La correction calculée est représentée sur la Figure 2.15. Contrairement au cas précédent, la correction présente des écarts significatifs à l'erreur du modèle analytique. Ces écarts se notent très nettement sur la représentation de l'erreur de projection du modèle (Figure 2.16). Ces erreurs, bien que légèrement atténuées par rapport au modèle analytique seul, restent du même ordre de grandeur. Le modèle ainsi étalonné, faillit à représenter l'opération physique de projection. Il reste tout de même de qualité supérieure au modèle analytique seul. Il n'y a en aucun cas une dégradation de la précision du modèle.

Cet échec découle directement des défauts de la triangulation. En effet, le processus de triangulation permet de déduire une position approximative de la particule physique puisqu'elle repose sur la minimisation de la distance de la particule aux lignes de vues



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.15 – Corrections discrètes sur la projection calculées sur les listes 2D (caméra 3)

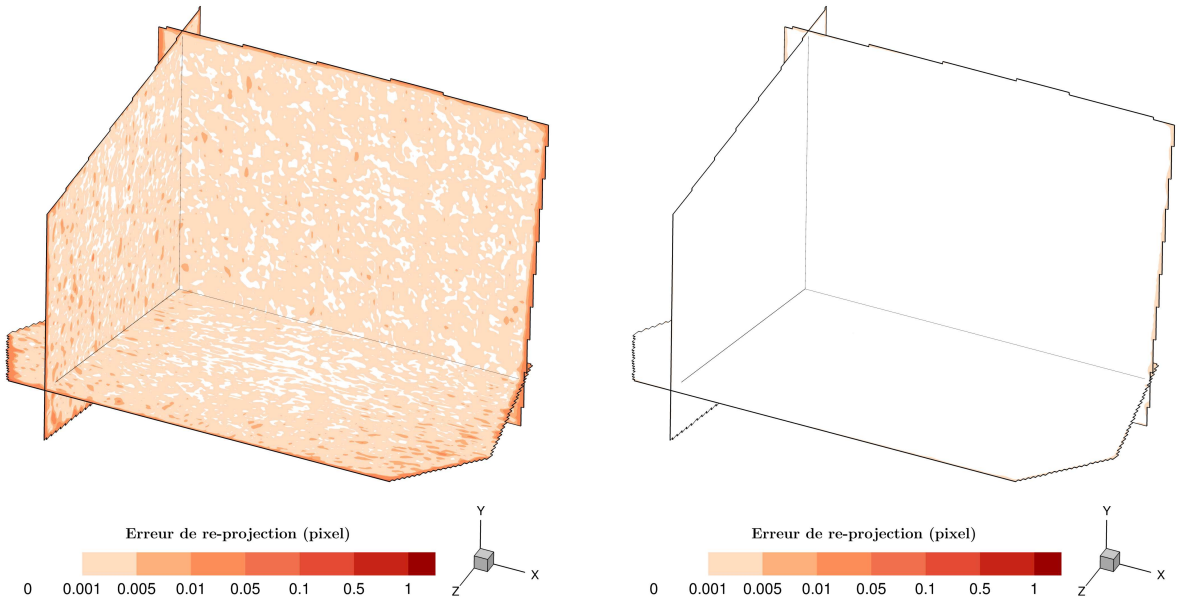


(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.16 – Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les listes 2D (caméra 3)

ou sur la minimisation de l'erreur de re-projection (critères relativement semblables). La minimisation de ce critère n'assure pas la localisation précise de la particule physique. Cette incapacité à localiser finement la particule dans le volume impacte nécessairement la capacité du modèle de caméra à représenter fidèlement l'opération physique de projection.

Cependant, l'analyse de l'erreur de re-projection (Figure 2.17) atteste que le modèle corrigé est en capacité de mettre en correspondance finement les différents points de vues.



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.17 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les listes 2D (caméra 3)

La distance entre les lignes de vues est considérablement réduite comme le témoigne l'erreur de re-projection inférieure à 5 millième de pixel pour le modèle sténopé et inférieur au millième de pixel pour le modèle polynomial. La correction discrète permet donc, dans ce cas, à défaut d'accroître sensiblement la qualité de la localisation, d'améliorer significativement la qualité de croisement des lignes de vues (donc la mise en correspondance des images).

Ce constat est étayé par la distribution d'erreur de re-projection, très resserrée, calculée sur l'ensemble des particules triangulées. Les composantes horizontale et verticale de l'erreur ainsi que la norme sont présentées à la Figure 2.18 et à la Figure 2.19, pour les deux modèles corrigés. Cette distribution d'erreur correspond, dans ce cas, à l'erreur résiduelle du modèle de caméra. On peut constater par l'analyse des distributions et en particulier l'écart-type de la distribution normale associée que l'erreur est maintenue en dessous de 0,01 pixel pour le modèle sténopé et en dessous de quelques millièmes de pixels pour le modèle polynomial.

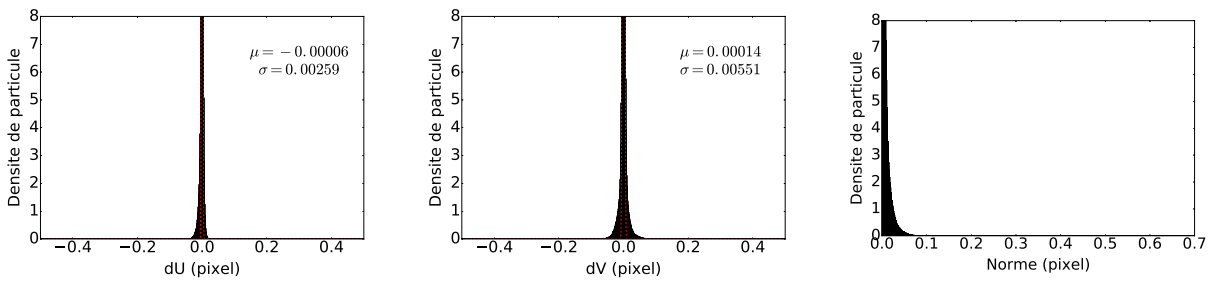


FIGURE 2.18 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé corrigé sur les listes 2D (caméra 3)

A ce point, il important de noter que l'amélioration du croisement des lignes de vues est

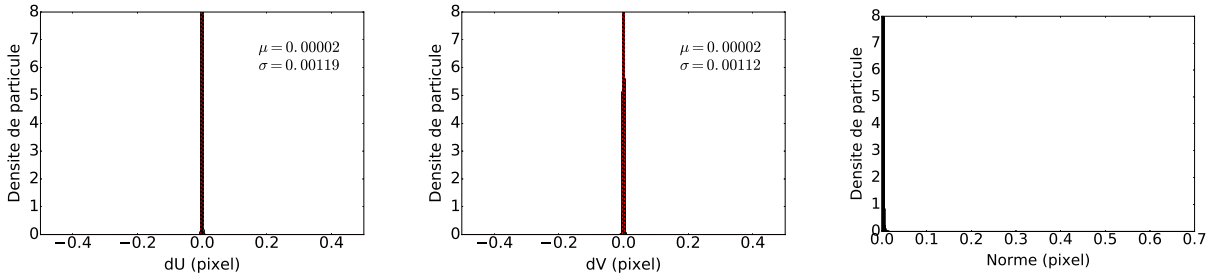


FIGURE 2.19 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial corrigé sur les listes 2D (caméra 3)

un facteur déterminant dans la qualité de la reconstruction tomographique, puisqu'il est directement relié à la baisse du nombre de particules fantômes et de leur intensité. Il faut également remarquer que ce biais de triangulation impacte non seulement l'étalonnage de la correction discrète mais aussi la correction d'alignement des modèles analytiques, étape indispensable en pratique et toujours effectuée lors de la réalisation de mesure de Tomo-PIV.

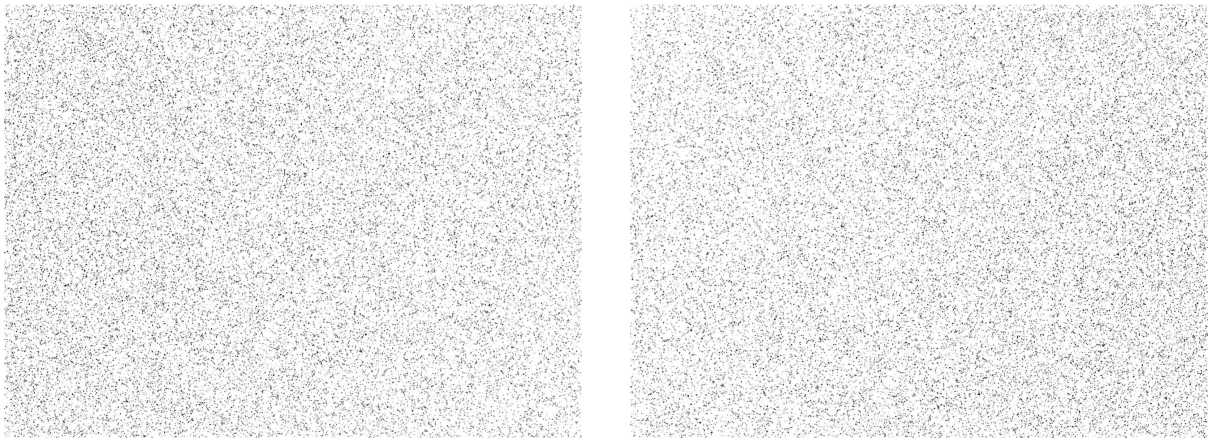
Correction sur les images

Enfin, la procédure de correction est appliquée sur l'ensemble de la chaîne expérimentale. Afin de simuler des images expérimentale réalistes, un bruit de distribution gaussienne a été superposé aux images de particules dont la dynamique est normalisée entre 0 et 1. Deux niveaux ont été retenus pour cette simulation : $\sigma = 0{,}01$ et $\sigma = 0{,}05$. Les résultats pour les deux cas étant relativement similaires, seul le cas le plus critique ($\sigma = 0{,}05$) est présenté. Les images correspondant à ce cas sont présentées sur la Figure 2.20 pour les caméras 0 et 3. Ces images représentent l'équivalent d'images de particules expérimentales filtrées et la détection des particules est directement appliquée à celles-ci. Comme dans le cas expérimental, lors de la détection, un seuil sur l'intensité du pixel central est utilisé pour limiter le nombre de fausses détections. La distribution des erreurs de détection pour le cas $\sigma = 0{,}05$ est tracée en Figure 2.21. On remarque que l'erreur est relativement étalée et qu'il est donc nécessaire de réaliser les statistiques de correction sur un ensemble de particules important pour s'affranchir de cette dispersion et atteindre une erreur de correction inférieure à l'erreur de détection.

Ensuite, la procédure de correction de modèle est appliquée avec le calcul des statistiques dans un volume de contrôle final de taille $10\,\text{mm} \times 10\,\text{mm} \times 10\,\text{mm}$ et sur une grille dont la discrétisation maximale est d'un pas de $2{,}5\,\text{mm} \times 2{,}5\,\text{mm} \times 3\,\text{mm}$.

La correction, présentée à la Figure 2.22, est très similaire à la correction calculée à l'étape précédente sur les listes de particules. L'erreur reste, encore une fois, contenue sous la valeur de cinq millième de pixel pour la majorité du volume. Cependant, à l'observation des erreurs de re-projection (Figure 2.24), on peut constater que l'erreur croît nettement sur les bord du volume et de manière encore plus importante dans les coins. Ces erreurs étaient déjà observables dans les autres configurations mais de façon beaucoup plus marginale. Le cas représenté (Caméra 3) est le plus critique, mais on remarquera tout de même que l'erreur ne dépasse pas cinq centièmes de pixel (à l'exception d'une frange très marginale sur l'extrême bord du volume).

Ces erreurs ont de multiples origines. Elles sont principalement liées au fait que, juste à l'extérieur du volume observable, il n'y a pas de particule triangulée permettant le



(a) Caméra 0 (b) Caméra 3

FIGURE 2.20 – Image bruitées ($\sigma = 0.05$) issues de la simulation (contraste inversé pour la représentation)

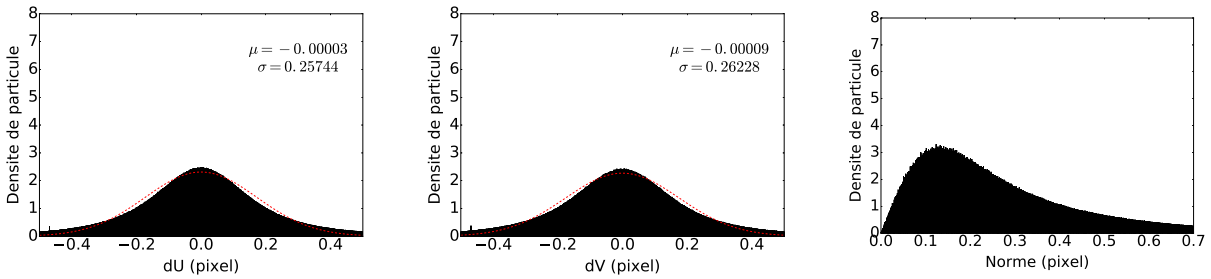
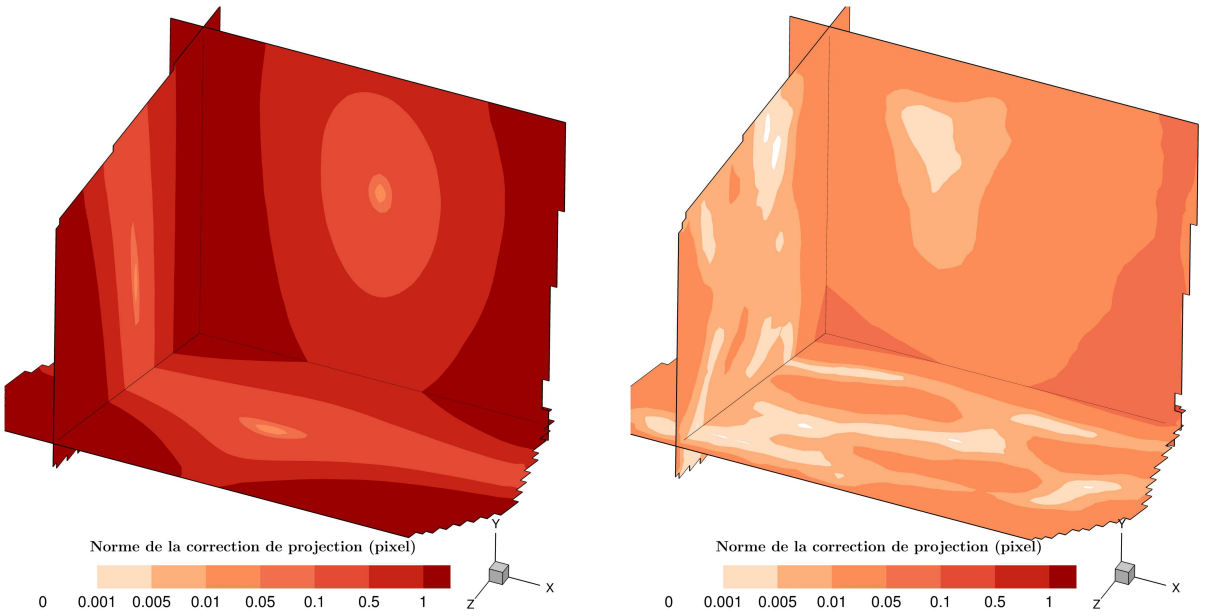
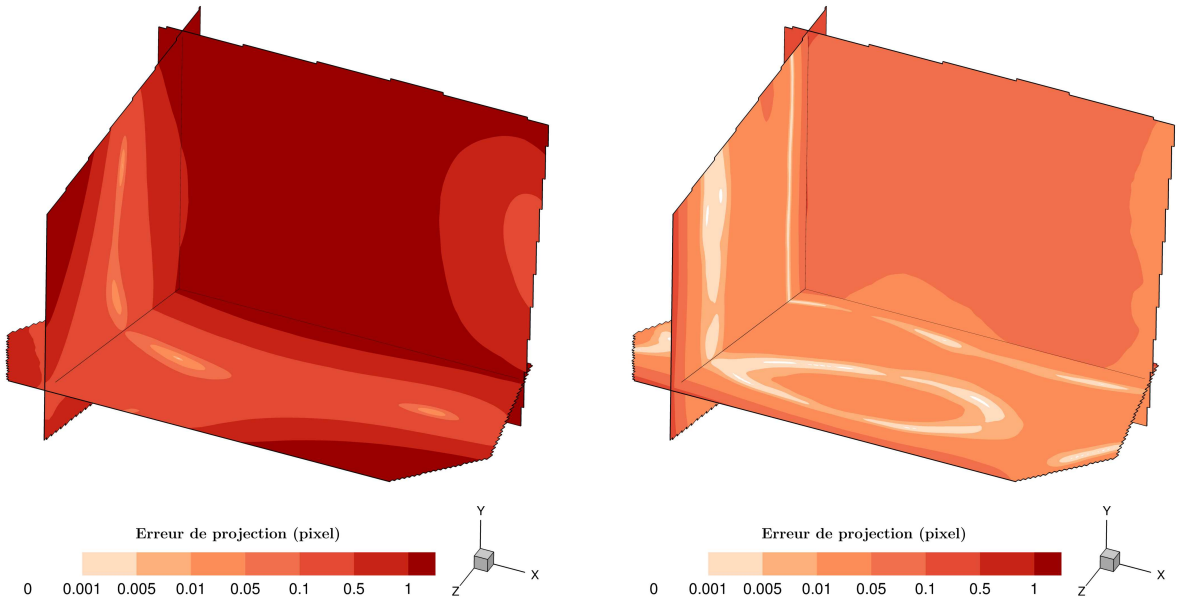


FIGURE 2.21 – Distribution des erreurs de détection dans les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)



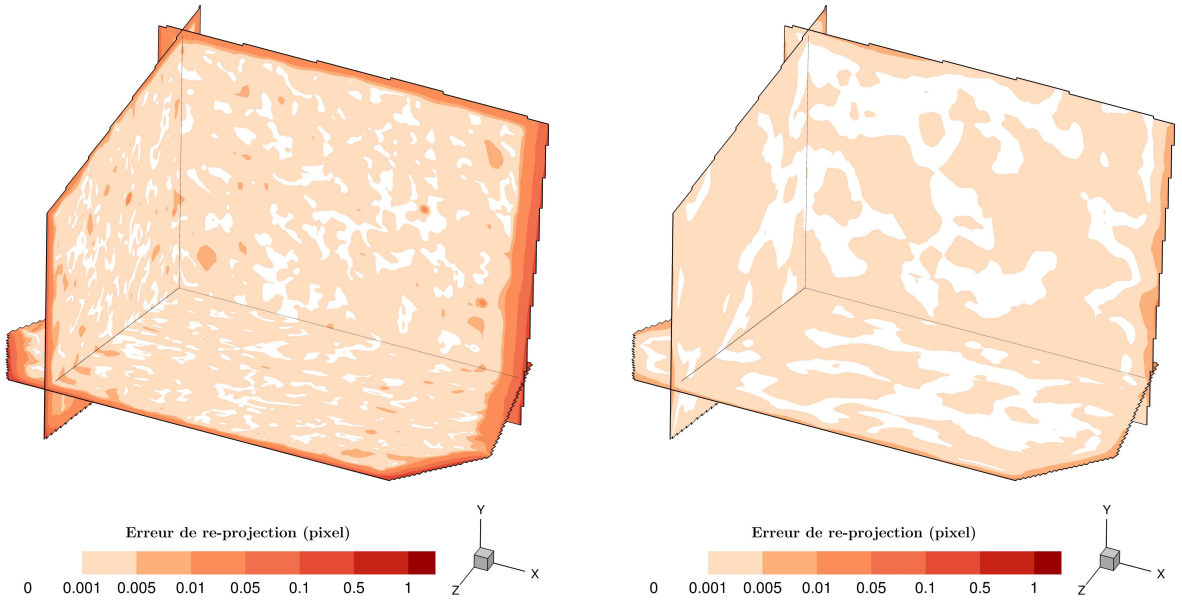
(a) Sténopé (b) Polynomial

FIGURE 2.22 – Corrections discrètes sur la projection calculées sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.23 – Cartes d'erreurs de projection des modèles corrigés sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.24 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés sur les images bruitée ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)

calcul de la correction. En présence de fortes erreurs, l'erreur calculée dans le volume de contrôle est donc d'une part biaisée par l'absence d'information à l'extérieur du domaine, en plus de souffrir d'une baisse de convergence statistique liée à la réduction du nombre de particules dans ce même volume. D'autre part, il peut apparaître dans ces zones de bord de volume, des particules fantômes en proportion plus importante que dans le reste du volume, ce qui dégrade encore la qualité de la correction. Ensuite, de manière à

harmoniser le volume de correction, un calcul de valeur médiane locale est appliqué sur les nœuds de la grille, biaisant fortement les corrections en bordure où la valeur médiane est calculée avec des données nulles ou erronées. Enfin, la procédure itérative de correction permet de réduire progressivement les erreurs du modèle et ainsi la tolérance sur l'erreur de triangulation peut être diminuée. Cependant, une réduction trop rapide de ce niveau peut exacerber le problème discuté, en rejetant, dans les zones où la correction est moins bien convergée, un nombre important de particules bien triangulées mais dont l'erreur est trop grande à cause des imprécisions du modèle restées importantes.

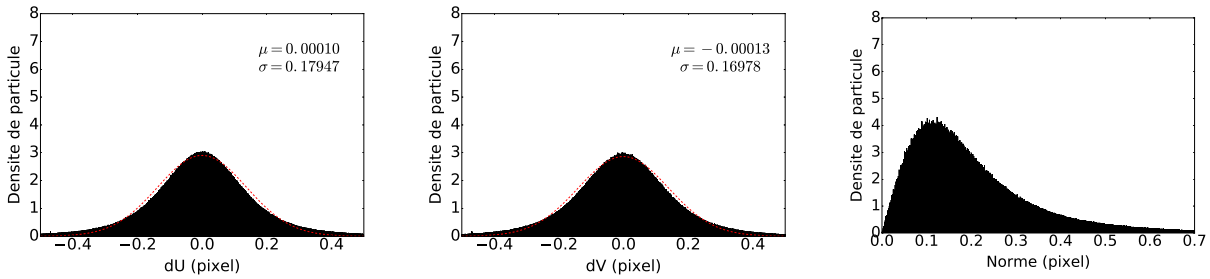


FIGURE 2.25 – Distribution des erreurs de détection sur les particules triangulées pour le modèle sténopé (caméra 3)

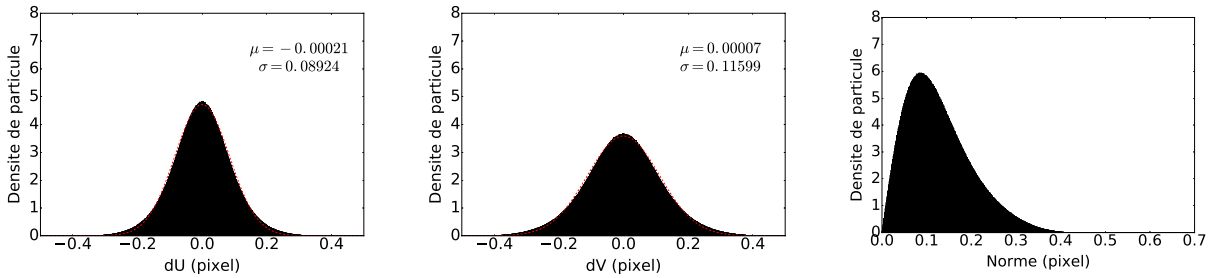


FIGURE 2.26 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé corrigé sur les images ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)

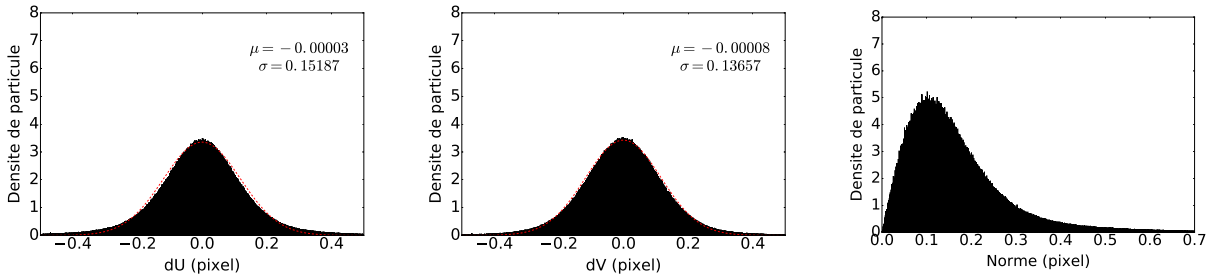


FIGURE 2.27 – Distribution des erreurs de détection sur les particules triangulées pour le modèle polynomial (caméra 3)

Ensuite la distribution des erreurs de re-projection sur les particules triangulées, représentée sur les Figures 2.26 et 2.28 respectivement pour le modèle sténopé corrigé et le modèle polynomial corrigé, peut être analysée. Ces distributions doivent être mises en perspective avec la distribution des erreurs de détection. Comme la triangulation filtre les re-projections de trop mauvaise qualité, la statistique de détection est re-calculée sur

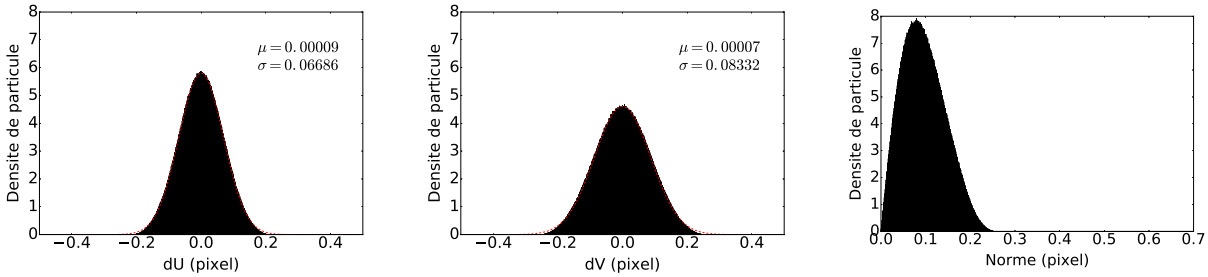


FIGURE 2.28 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial corrigé sur les images ($\sigma = 0.05$) (caméra 3)

les ensembles utilisés pour la correction (Figure 2.25, pour le modèle sténopé et Figure 2.27 pour le modèle polynomial). En comparant les Figures 2.26 et 2.25, on remarque que la distribution des erreurs de détection est plus étalée que la distribution des erreurs de re-projection. Ce constat est *a priori* un peu surprenant puisque les erreurs doivent se cumuler et donc on s'attend à obtenir pour l'erreur de re-projection un histogramme qui correspondrait à la convolution entre l'erreur de détection et l'erreur lié à la correction imparfaite du modèle. Ce resserrement de la distribution des erreurs de re-projection est très probablement lié au fait que les erreurs de détection peuvent se compenser en partie et celles qui se cumuleraient sont filtrées par la triangulation du fait d'une erreur de re-projection trop importante. La même tendance est observée pour le cas polynomial sur les Figures 2.28 et 2.27.

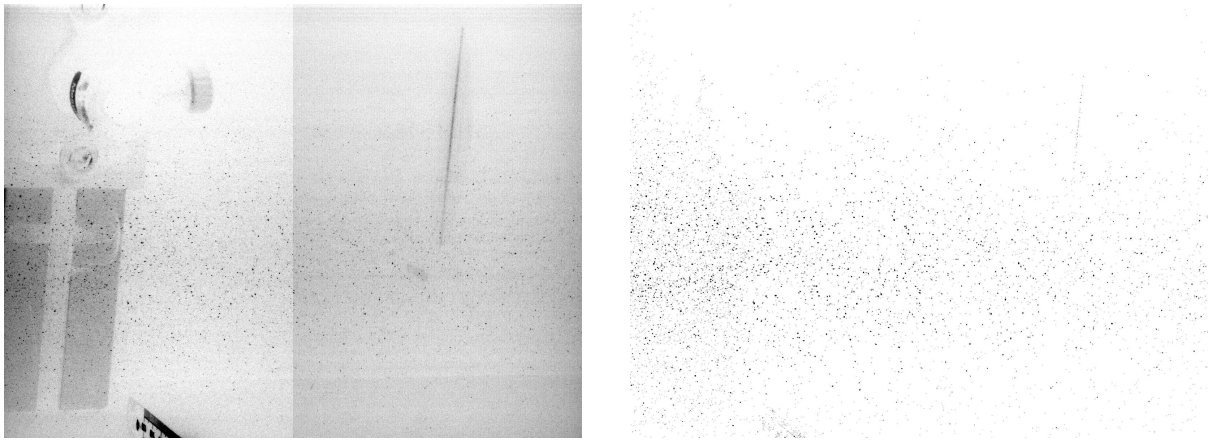
Enfin, il est intéressant de noter que, malgré la distribution très étalée des erreurs de détection (écart-type de l'ordre de 0,25 pixel), l'erreur sur la re-projection peut être maintenue sous des valeurs bien plus faibles (globalement inférieure à 0,005 pixel), comme le prouve la représentation volumique de la Figure 2.24.

2.3.4 Etude expérimentale

Afin de valider l'utilisation en conditions expérimentales du modèle hybride, le modèle a été qualifié sur un cas test réel. Dans ces conditions, la méthode d'évaluation des erreurs est légèrement modifiée (cf. section 2.3.2) et seule l'erreur de re-projection est disponible pour l'analyse.

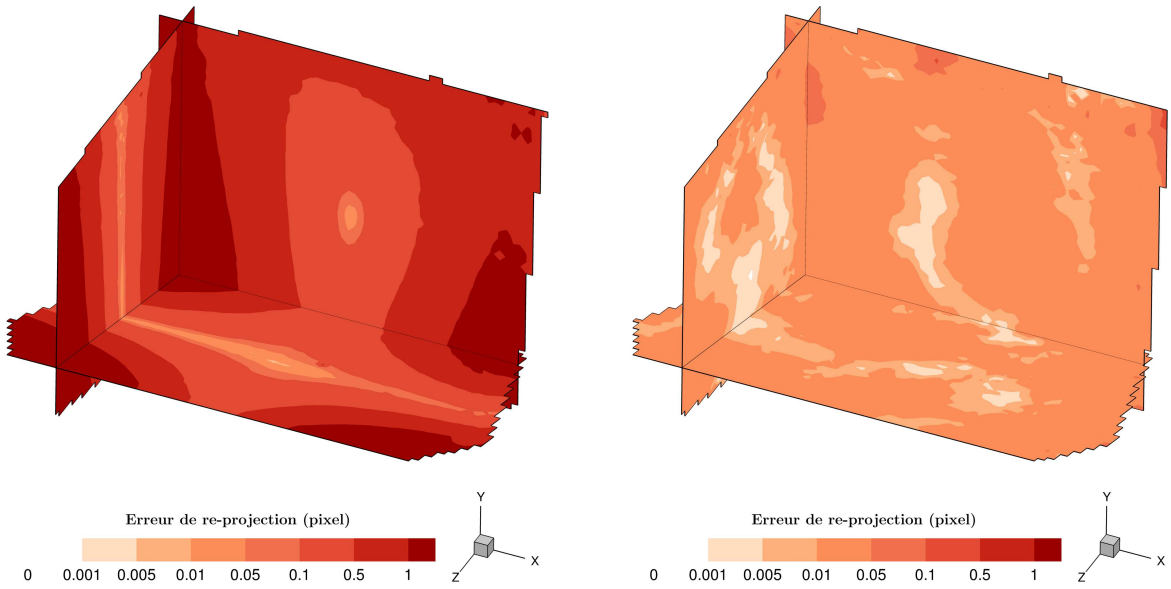
Du fait d'une intensité lumineuse limitée, d'une forte atténuation de l'éclairage à la traversée du volume et d'un enregistrement 8 bits des caméras, les images réalisées ont une faible dynamique associée à un niveau de bruit élevé. Il a par conséquent été difficile d'atteindre des performances de correction de modèle aussi bonnes que pour les données numériques. Une image enregistrée puis la même image filtrée sont présentées à la Figure 2.29. Les images ont été filtrées en appliquant une soustraction d'arrière plan et un filtrage gaussien. Les intensités sont inversées pour les deux images et l'image brute est normalisée afin de visualiser clairement les particules. On observe clairement, sur ces images, de fortes réflexions et la décroissance de l'intensité des particules vers la partie droite de l'image due à l'atténuation de la lumière dans le volume. L'éclairage des particules sur la direction verticale n'est pas très homogène non plus du fait de l'étalement limité de la nappe laser.

Le système expérimental est étalonné sur une profondeur de 100 mm à l'aide d'une mire de calibration à point déplacé selon l'axe z par un système de translation micrométrique. 51 plans sont réalisés avec un pas de déplacement de 2 mm. Comme pour l'étude numérique, un modèle sténopé et un modèle polynomial d'ordre 3 en x et en y et 2 en z ont



(a) Image enregistrée (b) Image filtrée

FIGURE 2.29 – Images expérimentales de la caméra 3 (contraste inversé pour la représentation)



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.30 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles analytiques (caméra 3)

été étalonnés à l'aide de ces images de mire. Ensuite, une procédure de correction d'alignement a été réalisée afin de corriger le mouvement des caméras entre l'enregistrement des images d'étalonnage et l'enregistrement des images dédiées à l'expérience.

Afin d'évaluer la correction à apporter au modèle analytique, les cartes d'erreur de re-projection sont présentées pour les deux modèles analytiques sur la Figure 2.30. Les erreurs des modèles analytiques sont, comme pour le cas numérique, de l'ordre du pixel pour le modèle sténopé et globalement inférieures à 0,05 pixel pour le modèle polynomial. On notera ici la grande ressemblance entre l'erreur du modèle sténopé analytique et l'erreur calculée sur le cas numérique (Figure 2.8) validant le fait que la simulation reproduit avec une fidélité satisfaisante la configuration expérimentale.

La distribution des erreurs de re-projection des particules triangulées à l'aide de ces

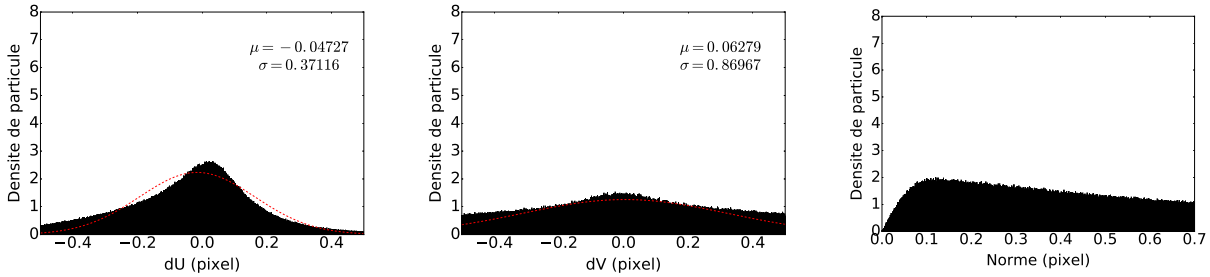


FIGURE 2.31 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3)

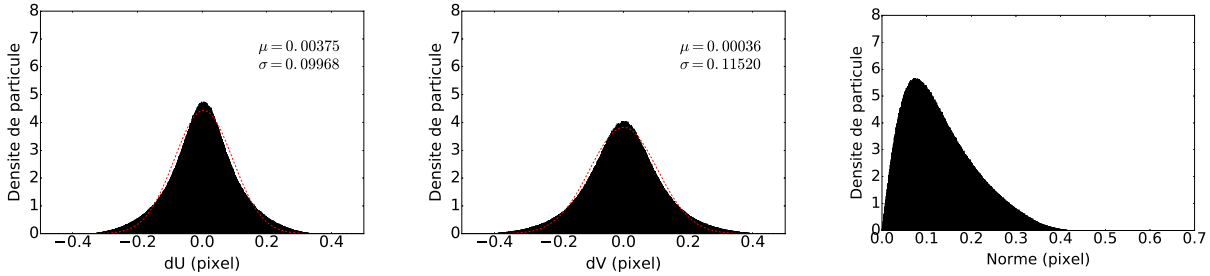
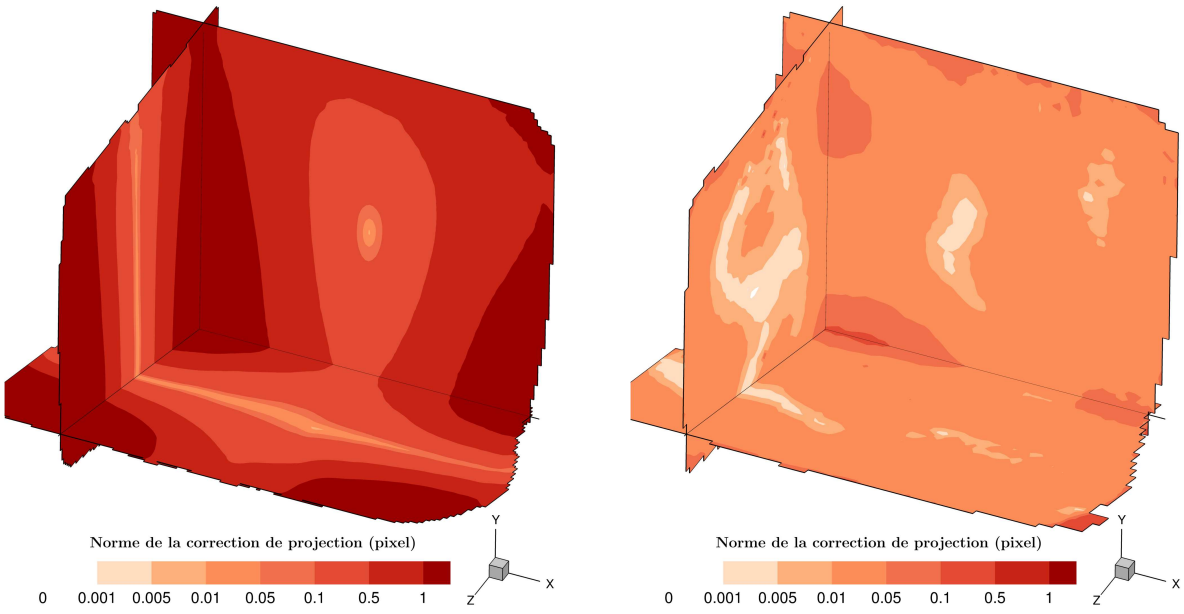


FIGURE 2.32 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3)

modèles est représentée en Figure 2.31 pour le modèle sténopé et en Figure 2.32 pour le modèle polynomial. La distribution représentée tient compte à la fois de l'erreur du modèle et de l'erreur associée à la détection et la triangulation. On notera ici que pour le modèle sténopé, comme l'erreur est assez largement dominée par l'erreur du modèle, la distribution est très étalée et ressemble beaucoup à la distribution présentée dans le cas numérique (Figure 2.10). La distribution d'erreur du modèle polynomial est, quant à elle, largement dominée par les erreurs de détection et s'écarte donc fortement de la distribution numérique.

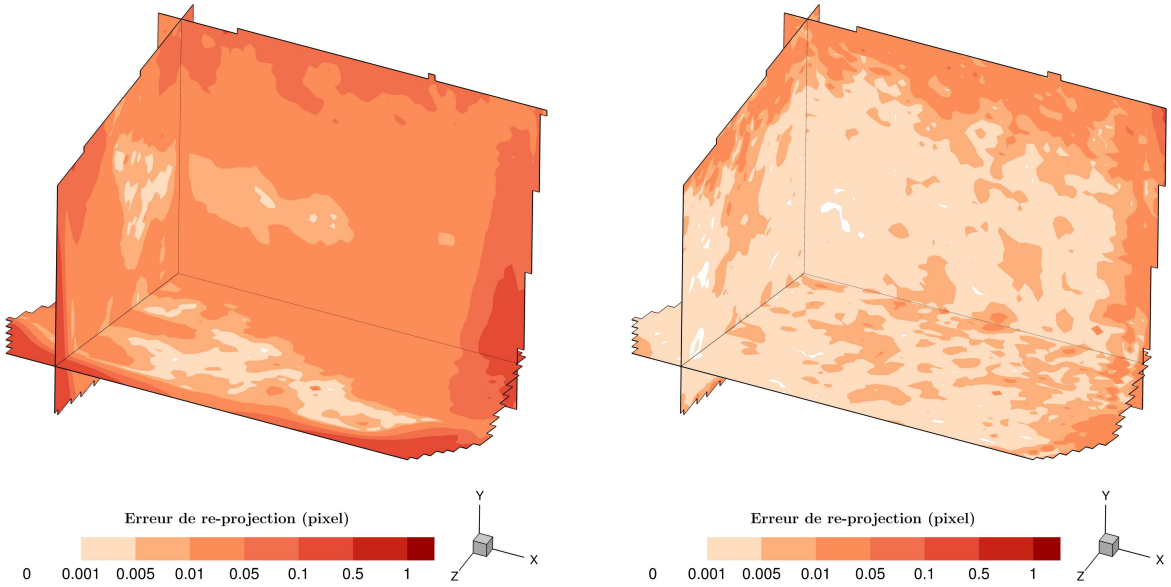
Une fois ces modèles étalonnés au mieux, le calcul de la correction a été réalisé sur une grille de découpage maximal 2,5 mm × 2,5 mm × 3 mm avec un volume de contrôle final de taille 10 mm × 10 mm × 10 mm. Le résultat de cette correction est présenté sur la Figure 2.33. Enfin l'erreur après correction discrète des modèles est présentée sur la Figure 2.34. L'erreur de re-projection pour le modèle sténopé est ici ramenée d'une valeur avoisinant le pixel à une erreur ne dépassant pas 0,05 pixel au cœur du volume. On constate les même défauts de bordure que pour le cas numérique renforcés dans la partie haute et la partie droite du volume par le faible taux de particules détectés. Pour le modèle polynomial, l'erreur est réduite à des valeurs proches de 0,005 pixel à l'exception de la partie haute et droite du volume pour lesquelles l'erreur reste proche du 0,05 pixel initial.

Les distributions des erreurs de re-projection sur les particules triangulées pour les modèles corrigés sont présentées sur les Figures 2.35 et 2.36. La distribution des erreurs pour le modèle polynomial corrigé est restée identique à celle du modèle analytique seul malgré les améliorations visibles sur la carte 3D ; ce qui confirme que la distribution est fortement dominée par l'erreur de détection. De plus, l'analyse de la distribution du modèle sténopé corrigé montre nettement un resserrement de l'erreur par rapport au modèle sans correction et tend à atteindre des valeurs similaires au modèle polynomial confirmant que la distribution est pilotée par l'erreur de détection.



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.33 – Corrections discrètes sur la projection (caméra 3)



(a) Modèle sténopé (b) Modèle polynomial

FIGURE 2.34 – Cartes d'erreurs de re-projection des modèles corrigés (caméra 3)

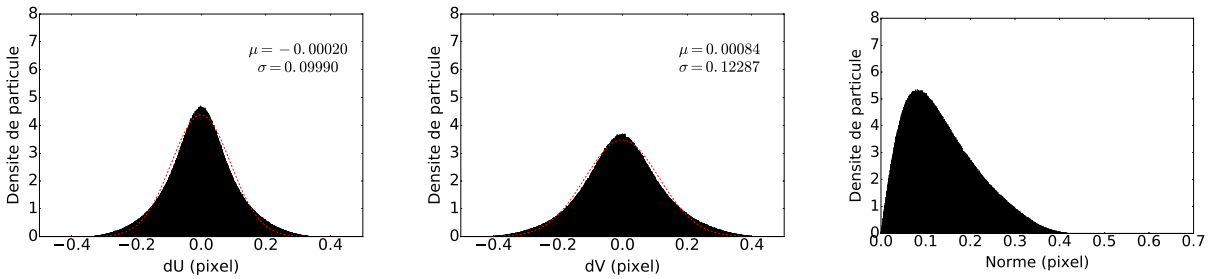


FIGURE 2.35 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle sténopé (caméra 3)

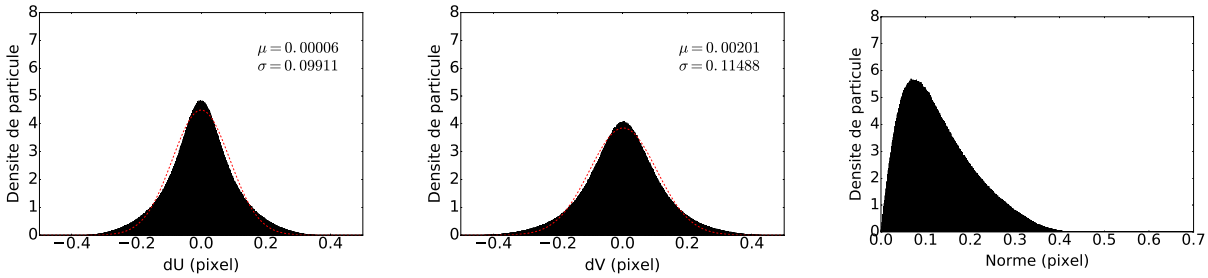


FIGURE 2.36 – Distribution des erreurs de re-projection du modèle polynomial (caméra 3)

2.4 Conclusion et perspectives sur le modèle hybride

Le modèle de caméra présenté permet d'associer n'importe quel modèle analytique avec une correction discrète locale dans l'ensemble du volume. Il a été qualifié sur la base d'un modèle sténopé et d'un modèle polynomial à l'aide d'une configuration numérique et expérimentale. Il ressort de l'étude que, malgré des erreurs importantes sur la détection des particules, le calcul statistique de la correction sur la grille adaptative permet de réduire l'erreur de re-projection des modèles à des valeurs inférieures à 0,05 pixel dans les cas les plus critiques et des valeurs largement inférieures au centième dans les cas les plus favorables.

La réduction d'erreur de re-projection traduit une amélioration du croisement des lignes de vues issues des différentes caméra. Ce gain est crucial pour la reconstruction tomographique puisqu'il permet une meilleure mise en correspondance des points de vues. Pour une approche de type particulaire, cela se traduit par une capacité accrue à apparier les projections avec précision et réduit le risque de mauvais appariement. Pour une approche voxel, ce gain se traduit par une réduction des particules fantômes en nombre et en intensité. Une perspective pour ce travail est de quantifier le gain en qualité de reconstruction en fonction de la précision du modèle et déterminer un seuil au-delà duquel l'amélioration du modèle n'a plus aucun effet sur la reconstruction.

Concernant le modèle en lui-même, des limitations ont été observées quant à la qualité de la correction sur les bords du domaine. Ces erreurs peuvent être réduites en poursuivant diverses stratégies. Tout d'abord, il serait utile d'avoir de l'information à l'extrême limite du domaine. Pour ce faire, il faudrait envisager de trianguler des particules avec un ensemble non complet de caméra lorsque l'on sort du domaine d'observation de l'ensemble complet. Il s'agirait de trianguler les particules avec trois caméras là où la quatrième n'a pas d'information. Ensuite, les nœuds de la grille sont marqués d'un scalaire traduisant une confiance en la correction en fonction du nombre de particules utilisées pour la calculer. Le nœuds dont l'information n'est pas fiable (principalement au bord de grille) pourraient faire l'objet d'un filtrage, d'une interpolation ou extrapolation en fonction de leur voisinage. Enfin, il reste l'option de désactiver ces nœuds dans le calcul de la fonction et réaliser donc une interpolation uniquement à partir des nœuds valides de la maille.

Ensuite, l'étude à montré que la correction discrète n'apporte que peu d'amélioration sur la qualité de localisation du modèle analytique. Ces défauts sont directement imputables à la triangulation des particules. Afin de minimiser cette erreur, il convient donc d'utiliser comme modèle support un modèle le plus précis possible. Assez naturellement, s'ajoute à cela que, plus la correction est petite, plus elle est facile et rapide à calculer et moins elle occupe d'espace mémoire.

Chapitre 3

Dispositifs expérimentaux, simulation numérique et outils d'analyse

Sommaire

3.1 Configuration expérimentale 74
3.2 Etudes préliminaires 75
3.2.1 Visualisation par éléments de trajectoire 76
3.2.2 Mesure de vitesse Stéréo-PIV 76
3.3 Mesures couplées de vitesse 3D et de déformation 78
3.3.1 Mesure de vitesse par Tomo-PIV 78
3.3.2 Mesure de surface solide 87
3.3.3 Mesures de pression et de force totale 91
3.3.4 Estimation de la pression à partir de PIV 92
3.4 Etude numérique 93
3.4.1 Simulation numérique des écoulements turbulents 94
3.4.2 Cas Simulé 104

Ce chapitre s'attache à faire la synthèse des différentes expériences réalisées au cours de la thèse dont les résultats sont présentés et analysés au chapitre suivant (Chapitre 4). La configuration expérimentale est décrite dans le détail ainsi que le matériel et les métrologies employées. Les principes de fonctionnement des techniques expérimentales associées à la PIV, à la reconstruction de surface et à l'évaluation de pression sont explicités et les principaux choix de paramètres, de modèles et d'algorithmes utilisés sont discutés et justifiés. Afin de laisser l'analyse physique, présentée au chapitre suivant, libre du maximum de questionnements métrologiques, ce chapitre contient l'ensemble des discussions techniques portant sur la réalisation des expériences et le calcul des données.

Enfin, après une brève analyse bibliographique sur la simulation des écoulements turbulents, pour justifier notre choix de type de simulation, l'élaboration d'une simulation numérique de type Detached Eddy Simulation est détaillée en dernière section de ce chapitre.

3.1 Configuration expérimentale

Afin de se placer dans une situation d'écoulement décollé générique, la configuration retenue pour mener cette étude est celle d'une aile à bout libre, placée à 30° d'incidence dans le tunnel hydrodynamique TunHyde de l'institut Pprime. De section carrée de côté 230 mm, la veine d'essai du tunnel hydrodynamique est composée d'une structure en acier inoxydable et de larges hublots en PMMA (Polyméthacrylate de méthyle) d'épaisseur 30 mm permettant un large accès optique sur une longueur de 800 mm. Elle peut être utilisée en configuration ouverte avec des vitesses d'écoulement allant jusqu'à $2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et en configuration fermée (sous charge) jusqu'à $8\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Une photographie de la partie haute du tunnel, où se situe la veine d'essais est présentée en Figure 3.1.



FIGURE 3.1 – Veine hydrodynamique TunHyde (Institut Pprime)

Afin de caractériser les interactions fluide-structure pouvant exister dans cette configuration expérimentale, deux profils d'ailes aux propriétés mécaniques distinctes ont été moulés au sein de l'institut. Le premier est moulé en Araldite chargé en poudre de silice pour en assurer la rigidité et le second en polyuréthane de coulée afin de lui assurer une flexibilité, menant à une flèche de 5 mm. L'aile est formée d'une section droite de 140 mm de long basée sur un profil symétrique NACA0015 de corde 80 mm et se termine par un saumon issu de la rotation du profil autour de la corde à l'extrémité, ajoutant au niveau de l'épaisseur maximale 6 mm d'envergure et portant l'envergure totale de l'aile à 146 mm.

Une base rectangulaire noyée dans la paroi sert à la fixation du profil sur une balance 6 composantes ATI Nano17. Un schéma de l'assemblage profil-balance-fixation sur hublot est présenté sur la Figure 3.2. Ce type de fixation par serrage, encombrant mécaniquement et optiquement, a été retenu car il permet de mouler l'ensemble de l'aile dans un matériau unique. Il assure le maintien en position de l'aile, sans insert, conservant ainsi des propriétés mécaniques homogènes dans toute l'aile, ce qui facilite grandement l'analyse de la déformation du profil.

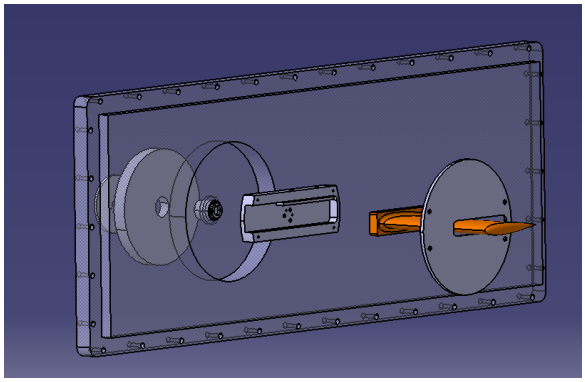


FIGURE 3.2 – Représentation de la fixation de l'aile sur le hublot avec mesure de force

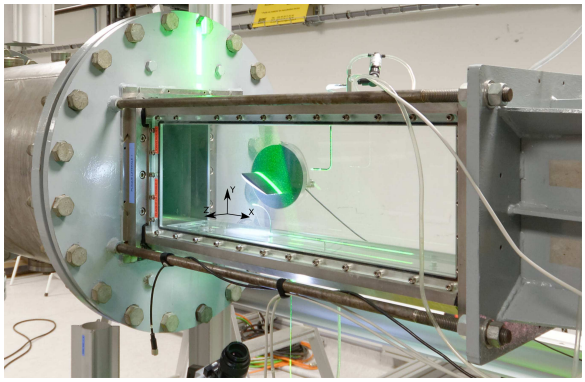


FIGURE 3.3 – Photographie du montage expérimental en veine d'essais

Pour toutes les études, la vitesse de l'écoulement est réglée à $1{,}25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et l'incidence de l'aile à 30°, fixant le nombre de Reynolds basé sur la corde à 10^5 et le taux de blocage à 11 %. Dans la configuration d'étude ainsi fixée, illustrée par la photographie de la Figure 3.3, des mesures couplées de vitesse par Tomo-PIV, de suivi de surface par la méthode HNC (Hauteur Normale Courbure) et de pression sont réalisées.

Le repère d'étude global, présenté sur la Figure 3.3, est choisi de manière à former un repère orthonormé, avec l'axe x orienté selon l'axe de l'écoulement, l'axe z est orienté selon l'envergure croissante de l'aile et l'axe y est confondu avec l'axe vertical orienté vers le haut. L'origine du repère est positionné au quart de corde du profil au niveau de l'emplanture (confondue avec le hublot latéral).

Pour permettre les mesures optiques, l'écoulement est ensemencé avec des particules de polyamide de taille 20 µm (Vestosint 2158). Ces particules présentent l'avantage de bien diffuser la lumière et surtout d'avoir une masse volumique proche de celle de l'eau ($\rho = 1016\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$) favorisant leur déplacement avec l'écoulement et leur mise et maintien en suspension. La vitesse de sédimentation pour ces traceurs, donnée par la formule $v = \dfrac{2r^2 g\Delta\rho}{p\mu}$, est de l'ordre de $4\,\mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ et le temps de réponse de la particule ($\tau = \dfrac{\rho_f d_p^2}{18\mu}$) est de 22 µs. L'influence de la gravité sur la vitesse de la particule est donc négligeable devant les vitesses de l'écoulement et la particule répond aux variations de vitesse jusqu'à 45 kHz.

3.2 Etudes préliminaires

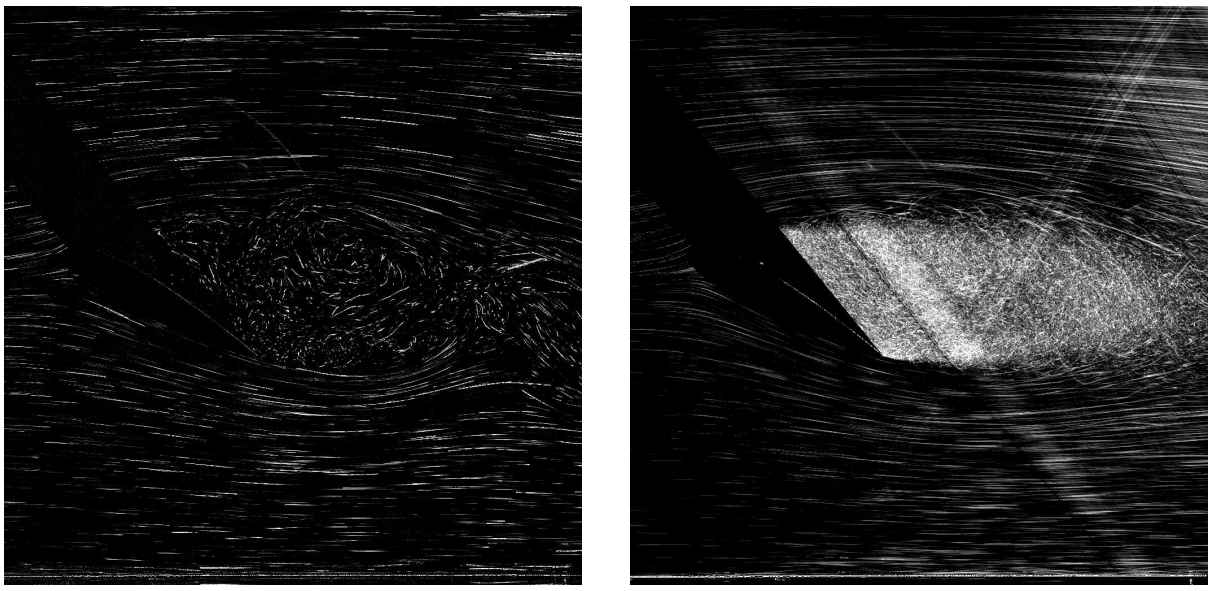
Afin d'observer la topologie et les caractéristiques globales de l'écoulement autour de l'aile et d'identifier les zones d'intérêt, nous avons réalisé une campagne de visualisation par éléments de trajectoire (« streaks ») et de mesure de vitesse par Stéréo-PIV. Les conditions d'expériences sont celles présentées précédemment, à ceci près que la fixation

du profil, dans cette configuration, est réalisée par serrage sur le hublot d'une tige noyée dans le profil. Cela n'a aucune importance ici, puisque le profil étudié est rigide et sa déformation n'est pas étudiée.

3.2.1 Visualisation par éléments de trajectoire

Une caméra rapide Photron Fastcam SA1.1 est placée dans l'axe du profil et une nappe laser continue est générée à l'aide d'une diode laser afin d'éclairer les particules présentes dans l'écoulement. La visualisation repose alors sur l'enregistrement d'images avec un temps de pose suffisamment long pour que les particules se déplacent au cours de la prise de vue et marquent leur passage par une portion de trajectoire lumineuse intense sur le capteur optique. La longueur des portions de trajectoires (streaks) sur l'image est alors réglée par le temps d'ouverture de la caméra.

L'écoulement est illuminé par plans à différentes positions le long de l'envergure de l'aile. Une série de 14 plans a été enregistrée avec un pas de 10 mm sur un intervalle de 20 mm à 150 mm afin d'avoir une vue globale du sillage de l'aile. Les images obtenues permettent d'observer à la fois la dynamique du sillage (organisation et taille des structures) sur les images instantanées (Figure 3.4a) et ses caractéristiques moyennes (Figure 3.4b) par le calcul des fluctuations d'intensité (sur 100 images) dans les différents plans de l'écoulement.



(a) Acquisition instantanée

(b) Déviation Standard de l'intensité des images

FIGURE 3.4 – Visualisation de l'écoulement par Streaks pour le plan $z = 70\,\text{mm}$

3.2.2 Mesure de vitesse Stéréo-PIV

Une campagne de mesure de vitesse bidimensionnelle à trois composantes (PIV-2D3C) par PIV stéréoscopique (Stéréo-PIV) a été réalisée à la suite de la campagne de visualisation. Ces mesures ont été effectuées à l'aide d'un laser PIV rapide Quantronix Darwin Duo et deux caméras Photron Fastcam SA1.1, de résolution 1 MPixel, équipées d'objectifs Sigma de 105 mm de focale. Un miroir plan positionné au dessus de la veine d'essais

permet de renvoyer la lumière pour éclairer la zone d'ombre causée par la présence de l'aile. Les séries temporelles de 20000 images sont enregistrées à 2 kHz, ce qui permet de résoudre temporellement l'écoulement et d'utiliser des algorithmes PIV dédiés.

Contrairement aux pratiques courantes, la configuration caméra retenue n'est pas symétrique. En effet, la première caméra est positionnée de face, dans l'axe de l'aile, fournissant une vue de l'écoulement sans zone cachée par le profil. La seconde est placée en aval et orientée à 26° pour enregistrer le sillage de l'aile. Afin de respecter les conditions de Scheimpflug, l'objectif de cette caméra est monté avec de l'angle sur une monture Scheimpflug. Cet arrangement géométrique a été choisi dans le but de résoudre à la fois les trois composantes de la vitesse au niveau de l'extrados et du sillage, zone la plus tridimensionnelle ; et les deux composantes de la vitesse au niveau de l'intrados (zone occultée par le profil pour la caméra située en aval) grâce à la mesure planaire de la caméra de face. La disposition des éléments du montage est visible sur la photographie à la Figure 3.5.

Trois plans de mesures sont définis à 70 mm, 105 mm et 140 mm d'envergure, correspondant à 50 %, 75 % et 100 % de l'envergure (de la section droite). Ces trois plans de mesure, de taille 200 mm × 200 mm sont représentés sur la Figure 3.6. Les caméras sont calibrées avec un modèle sténopé associé à une correction de distorsions polynomiale présentée à la section 1.2.3. Le modèle est calculé à partir l'enregistrement de cinq images d'une mire de calibration (grille de points) déplacée entre les positions $[-1\,\text{mm}; 1\,\text{mm}]$ par pas de 0,5 mm. L'installation est similaire à celle utilisée pour la Tomo-PIV illustrée par la Figure 3.12

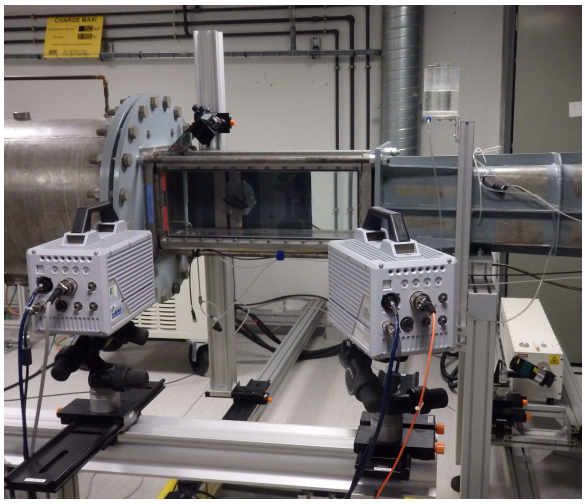


FIGURE 3.5 – Photographie de la configuration expérimentale de Stéréo-PIV

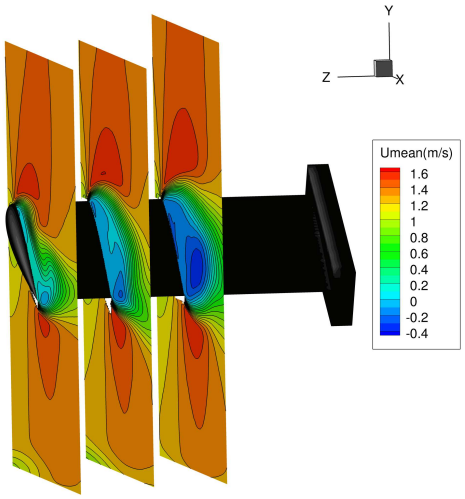


FIGURE 3.6 – Vitesse axiale moyenne sur les trois plans de mesure Stéréo-PIV

Une correction de plan est ensuite effectuée sur les images de particules afin de corriger un éventuel désalignement entre la mire de calibration et le plan de mesure (plan laser). Dans cette procédure, les images gauche et droite sont rétro-projetées dans le plan médian $z = 0$ et interpolées sur une grille régulière formant une paire d'images dégauchies (dewarped) dans ce plan ($z = 0$). Si le plan de mesure et le plan $z = 0$ son confondus, les deux images se superposent (en moyenne) ; sinon une corrélation croisée permet de déterminer l'équation du plan de mesure à partir des déplacements locaux. Les modèles de caméras sont alors recalculés en prenant pour plan de référence le plan de mesure. C'est à dire que les points de mire sont déplacés dans le nouveau référentiel associé au

plan de mesure. Le processus itératif converge en quelques itérations et la mesure est réalisée dans le repère associé au plan laser.

Le calcul des champ de vitesse trois composantes est réalisé de la manière suivante : tout d'abord, les images gauches et droites sont dégauchies dans le plan $z = 0$, ce qui permet de les placer dans un repère commun. Ensuite, les champs de déplacement sont calculés par corrélation entre images consécutives, sur une grille commune indépendamment pour les caméras gauche et droite. Puis les champs de déplacement sont assemblés par triangulation des vecteurs déplacement à partir des deux points de vue pour déterminer les trois composantes de la vitesse (Calluaud [2003]).

Dans l'expérience, le déplacement des particules dans le champ extérieur est de l'ordre de 2.9 pixels entre chaque image et permet l'utilisation de l'algorithme FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ensemble-averaged cross-correlation - Jeon et al. [2014]), présenté à la section 1.1.6. Cette corrélation pseudo lagrangienne, basée sur l'évaluation de la trajectoire d'un groupe de particules, permet de déterminer à la fois la vitesse et l'accélération matérielle sur une grille Eulérienne. L'algorithme a été utilisé ici avec une séquence de cinq images, une taille de fenêtre de corrélation finale de 20 pixel × 20 pixel et 75 % de recouvrement. Ces caractéristiques permettent de calculer des cartes de vitesse 2D-3C avec une résolution de 0,8 vecteur/mm.

3.3 Mesures couplées de vitesse 3D et de déformation

Cette section présente l'expérience centrale de la thèse au cours de laquelle les mesures de vitesse 3D3C (par Tomo-PIV) sont réalisées de manière couplée à la mesure de déformation de l'aile, basée sur une technique de corrélation d'images digitales (DIC) et à une mesure de pression dans le sillage. La mesure d'effort initialement prévue en association avec les trois métrologies précédentes n'a pu être réalisée suite à un dysfonctionnement de la balance. Elle a finalement été réalisée *a posteriori* en couplage avec la mesure de pression.

3.3.1 Mesure de vitesse par Tomo-PIV

Configuration optique

Pour ces mesures tridimensionnelles, la problématique reste la même que pour les mesures précédentes. On souhaite mesurer prioritairement la vitesse au niveau de l'extrados et dans le sillage de l'aile puisque c'est ici qu'apparaissent majoritairement les structures tourbillonnaires et que les vitesses ont une composante z ("hors plan") significative. De même que précédemment, on pourra mesurer les composantes bidimensionnelles de l'écoulement dans la région de l'intrados, même s'il existe un flux de matière le long de l'envergure, en particulier aux abords du saumon.

Pour ces raisons, nous avons décidé d'altérer la configuration classique (optimale) de la distribution des caméras en pyramide à base carrée pour basculer l'une des caméra au centre, dans l'axe du profil. Cette configuration permet d'avoir au moins trois caméras utiles pour la reconstruction du sillage. On remarque, en effet, que l'on peut observer, sur les images de la Figure 3.10, une réflexion du laser sur l'extrados pour trois caméras dans le cas rigide. Dans le cas flexible, la déformation fait perdre de vue une petite partie de l'extrados à la caméra de face (Caméra 6).

Les caméras utilisées pour l'expérience sont deux caméras rapides Photron APX-RS en position 3 et 4 et deux Photron Fastcam SA-Z en position 5 et 6. Les caméras 1 et 2 sont les caméras dédiées à la mesure de surface de l'aile (voir section suivante 3.3.2). L'ensemble des caméras utilisées ont un capteur carré de résolution 1024 pixel × 1024 pixel. Les deux caméras APX-RS sont montées avec un objectif Sigma de focale 105 mm, et les caméras SA-Z avec un objectif Nikon de 105 mm également. Des montures de Scheimpflug sont utilisées sur les trois caméras inclinées afin de placer le plan de focalisation sur le plan médian du volume de mesure. Pour des raison d'encombrement, la caméra de face (numéro 6) est positionnée en léger retrait, et un multiplicateur de focale (x1,4) est ajouté sur l'objectif afin de conserver un champ de mesure optimal. Le positionnement angulaire des caméras est reporté dans la table 3.7, où les indices des caméras correspondent à la numérotation du schéma 3.8. Une photographie du montage expérimental est présentée en Figure 3.9.

	Camera 3	Camera 4	Camera 5	Camera 6
α_x	-18	18	-18	0
α_y	-16	16	16	0

FIGURE 3.7 – Disposition des caméras de la Tomo-PIV

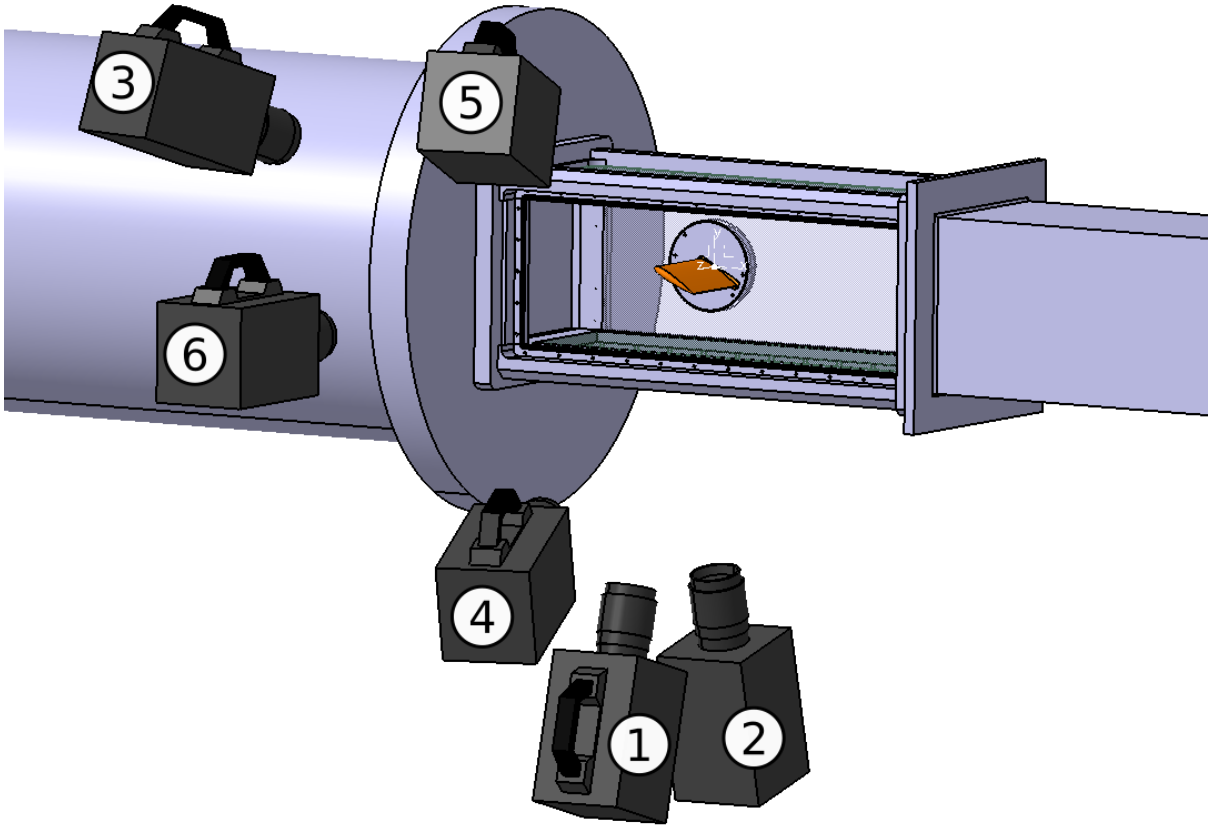


FIGURE 3.8 – Représentation de la configuration expérimentale de Tomo-PIV

Le volume de mesure est illuminé à l'aide de deux lasers rapides Continuum TerraPIV, par le bas, et MesaPIV, par le haut, pour assurer une intensité lumineuse suffisante et limiter les effets d'ombre liés à la présence du profil dans le champ de mesure. Les tranches laser sont générées à l'aide du générateur de volume Lavision dont l'assemblage de lentilles

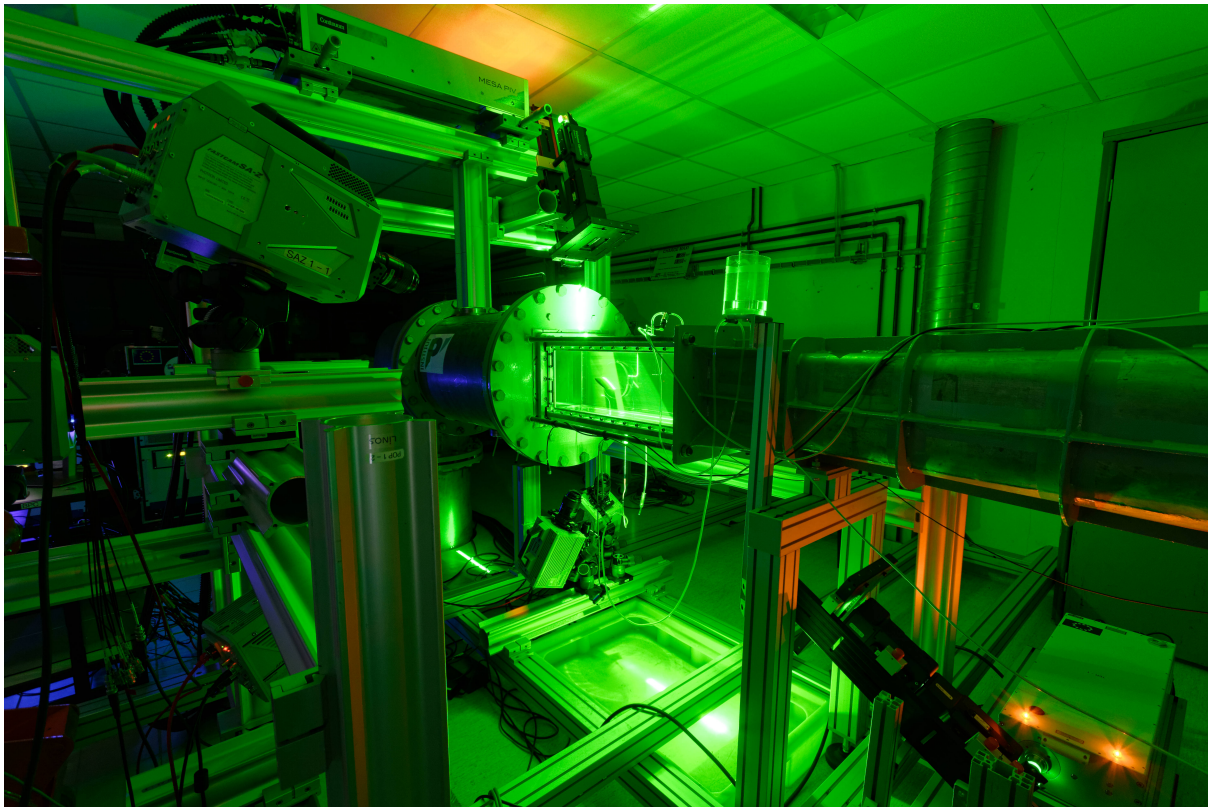
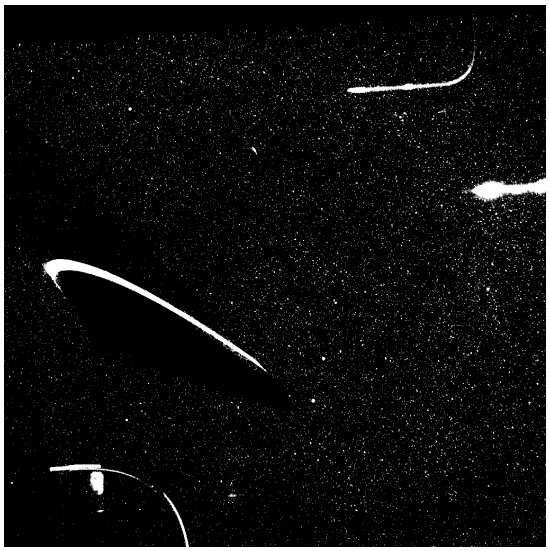


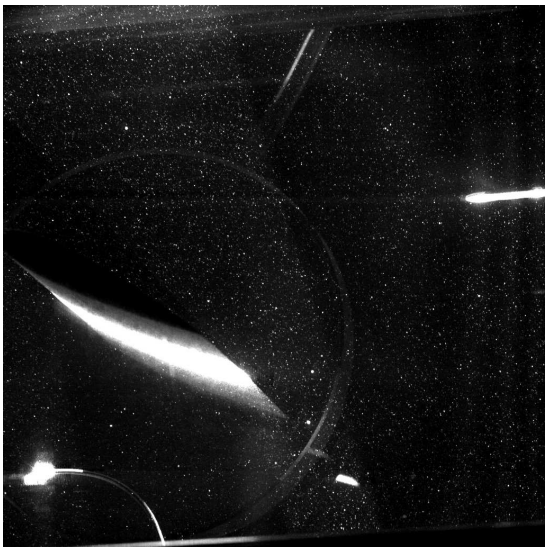
FIGURE 3.9 – Photographie de la configuration expérimentale de Tomo-PIV

cylindriques convergentes et divergentes permet de créer un nappe épaisse collimatée sur l'axe z et divergente dans le plan (x,y). Les bords de nappes sont de plus coupés par un écran afin qu'ils soient bien francs et ainsi éviter la présence de particules faiblement éclairées, nuisibles à la reconstruction. Les traceurs en polyamide ainsi éclairées renvoient la lumière du laser et deviennent visibles par les caméras le temps du tir laser.

Les images de particules sont enregistrées simultanément par les quatre caméras du système à une fréquence de 2 kHz, puis filtrées pour limiter l'impact du bruit de mesure sur la reconstruction. L'opération de filtrage est composées de plusieurs étapes successives. Tout d'abord, la moyenne de la série temporelle est soustraite à chaque image afin d'éliminer au maximum les réflexions. Puis une normalisation locale est réalisée pour homogénéiser l'intensité dans les images et limiter l'impacte des ombres créées par l'aile. Ensuite, un filtrage de type gaussien est appliqué puis un seuillage (faible) permettant d'éliminer le bruit de faible niveau. Un quadruplet d'images brutes, ajustées en dynamique (contraste et luminosité) pour rendre les particules bien visibles, est présenté en Figure 3.10 et les images filtrées correspondantes en Figure 3.11.



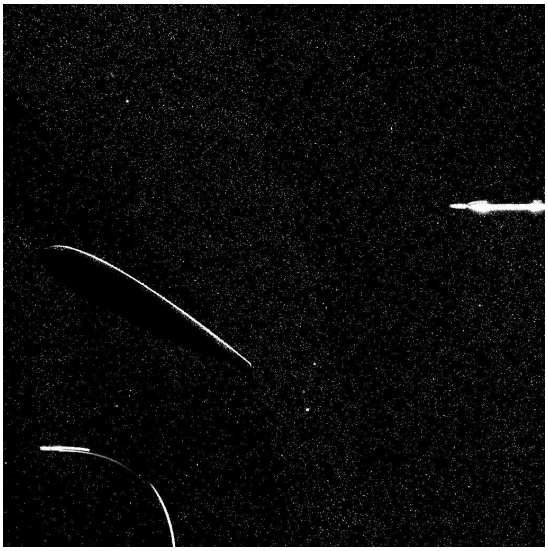
(a) Caméra 3



(b) Caméra 4

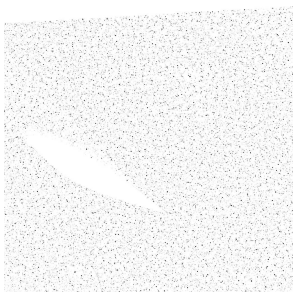


(c) Caméra 5

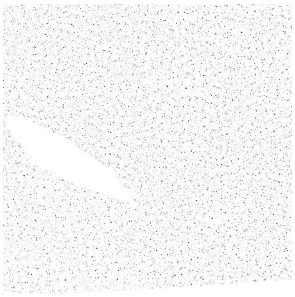


(d) Caméra 6

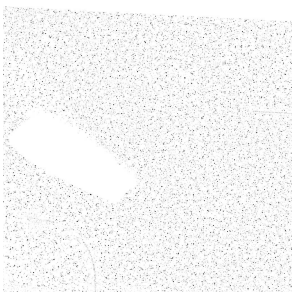
FIGURE 3.10 – Images de particules pour la Tomo-PIV dans le volume centré sur $z = 70\,\text{mm}$



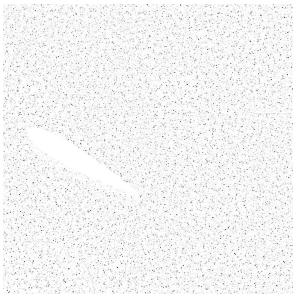
(a) Caméra 3



(b) Caméra 4



(c) Caméra 5

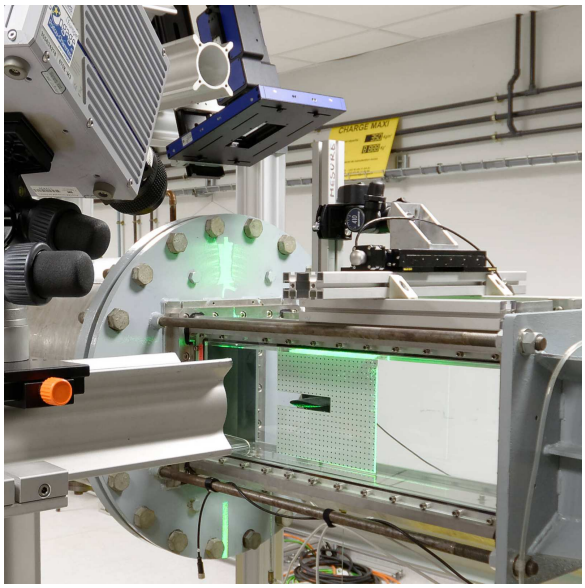


(d) Caméra 6

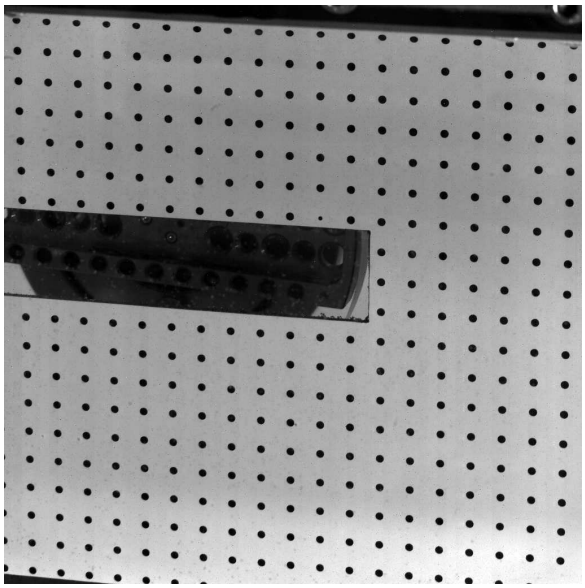
FIGURE 3.11 – Images de particules filtrées (et inversées pour la représentation) pour la Tomo-PIV dans le volume centré sur $z = 70\,\text{mm}$

Etalonnage du système

L'étalonnage du système est réalisé à l'aide de l'enregistrement, par les quatre caméras, d'images d'une mire de calibration à points. La mire est positionnée dans le volume selon des références externes et translatée selon l'axe z en 13 positions réparties dans l'intervalle $[-15\,\text{mm}; 15\,\text{mm}]$ à l'aide d'une table de déplacement micrométrique. Au cours du positionnement, une attention toute particulière est portée à la vérification de l'alignement (tangence) entre la tranche laser et la mire de calibration. L'installation est représentée en Figure 3.12a et l'image de mire acquise par la caméra 5 (caméra visible sur la photographie) est présentée en Figure 3.12b. La détection du centre des points de mire dans les images, la connaissance de la géométrie de la mire et de son déplacement (translation contrôlée) permet d'établir la correspondance entre le repère physique et le repère image au travers des fonctions de projection et de rétroprojection pour chaque caméra.



(a) Photographie de la procédure d'étalonnage



(b) Image de mire de la caméra 5

FIGURE 3.12 – Illustration de la procédure d'étalonnage des caméras

Le modèle de caméra retenu pour l'étude est un modèle polynomial à corrections discrètes (cf. Section 2.2). Plusieurs modèles de caméra ont fait l'objet d'un examen approfondi avant d'arriver à cette sélection. Tout d'abord, afin de corriger les déplacements du système optique qui se produisent systématiquement entre l'étape d'étalonnage et l'enregistrement de la série d'images, une étape de correction de désalignement est réalisée sur chaque set de mesure. Il a, en effet, été observé un désalignement (de faible amplitude) entre les acquisitions, probablement dû aux interventions sur la veine d'essais et aux abords des caméras entre chaque configuration (changement d'épaisseur de nappe, changement de profil d'aile en veine, étalonnage des noirs des capteurs CMOS). Cependant aucune variation significative n'a été observée au cours des séries temporelles elles-mêmes : l'application d'une correction d'étalonnage entre chaque acquisition est donc suffisante.

Cette correction de modèle est réalisée à l'aide de la procédure décrite dans la section 2.2 pour le modèle sténopé et un modèle polynomial d'ordre $(3, 3, 2)$ en (x, y, z). L'erreur de re-projection est présentée en Figure 3.13a et 3.13d avant correction d'alignement et

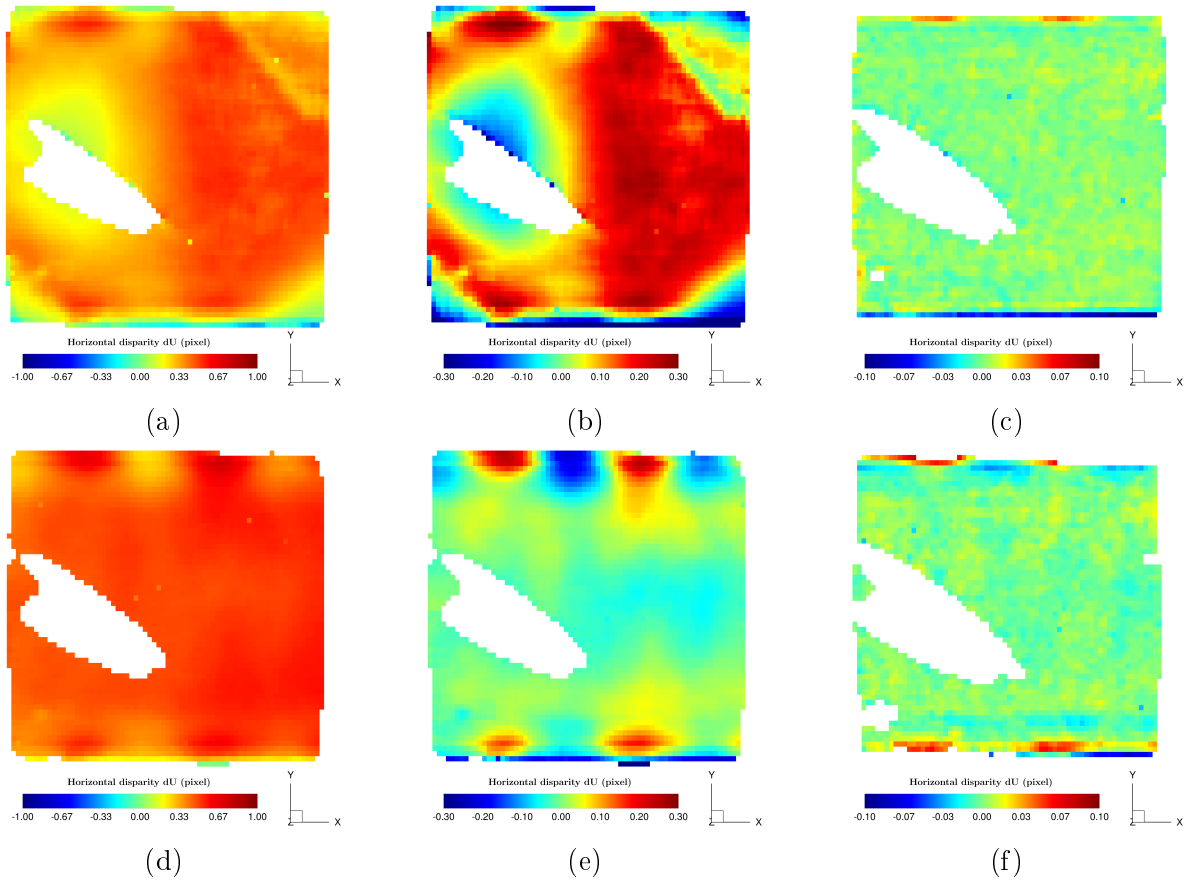


FIGURE 3.13 – Composante horizontale de l'erreur de re-projection pour la caméra 3 : Respectivement sur la première et deuxième ligne le modèle sténopé et le modèle polynomial avec le modèle étalonné (a,d), le modèle réaligné (b,e) et le modèle avec corrections discrètes (c,f)

en Figure 3.13b et 3.13e après correction d'alignement, respectivement pour les modèles sténopé et polynomial. L'erreur est présentée pour la composante horizontale dU de la première caméra (numérotée 3). La composante verticale et les erreurs des autres caméras liées à la décalibration sont du même ordre de grandeur que celle représentée ou inférieures, voire quasi-inexistantes pour certaines d'entre elles. Le mouvement d'ensemble est nettement visible avec la modélisation polynomiale puisqu'il se traduit par une erreur (quasi)-constante superposée à l'erreur intrinsèque du modèle, relativement faible dans ce cas.

Le résiduel d'erreur après correction de l'alignement reste très important pour la modélisation sténopé, et même s'il est très inférieur, il demeure non négligeable pour la modélisation polynomiale. Afin d'améliorer les modèles, une correction discrète volumique leur est ajoutée, selon la procédure décrite à la section 2.2. Les erreurs résiduelles après correction sont présentée sur les Figures 3.13c et 3.13f. Même si le niveau d'erreur associé au croisement des lignes de vues est ramené à un niveau très faible pour les deux modélisations (globalement inférieur à quelques centièmes de pixel), la modélisation polynomiale corrigée est préférée pour limiter les erreurs de localisation. En effet, ces erreurs sont liées au positionnement approximatif des particules triangulées lorsque les lignes de vues sont éloignées et augmentent donc avec la norme de la correction (cf. Section 2.2).

Reconstruction Tomographique

A l'aide des modèles de caméra définis aux étapes précédentes, la reconstruction des volumes de particules est exécutée de manière discrète (approche voxel). L'algorithme retenu est MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) où les fonctions de poids sont calculées en estimant le volume d'intersection entre le voxel, modélisé par une sphère équivalente, et la ligne de vue issue du pixel, modélisée par un cylindre de révolution. Cette méthode d'interaction (appelée "disk-intersect") associée à l'algorithme MART donne de bons résultats en reconstruction (Thomas et al. [2014]). Cinq itérations sont réalisées à la suite d'une initialisation de type MinLos. Un filtrage gaussien ainsi qu'un seuillage sont réalisés entre les différentes passes à l'exception des deux dernières.

La discrétisation du volume est réalisée de sorte à ce que la projection d'un voxel sur les images soit approximativement de la taille d'un pixel. Cette discrétisation, menant à une taille de voxel de $(0{,}194\,\mathrm{mm})^3$, permet un bon compromis entre la rapidité d'exécution des algorithmes et la précision du résultat puisque de cette manière, l'échantillonnage volumique coïncide avec l'échantillonnage plan (dans les images). Le volume reconstruit, de taille 975 voxel $\times$ 939 voxel $\times$ 115 voxel pour le volume médian (plan $z = 70\,\mathrm{mm}$), est un volume parallélépipédique englobant toutes les zones visibles par au moins trois caméras. En effet, les algorithmes de reconstruction ont été modifiés de manière à reconstruire avec un sous-ensemble de caméra lorsque certaines n'ont pas d'accès optique sur la portion du volume considéré. Le nombre minimum de caméra pour reconstruire une région peut être fixé par l'utilisateur. Dans notre cas, un minimum de trois caméras est utilisé pour la reconstruction. Cette adaptation des algorithmes de reconstruction permet ainsi de reconstruire des zones proches de l'aile autrement occultées. Ces zones peuvent bien entendu être de qualité inférieure au reste du domaine du fait de la plus faible quantité d'information utilisée pour la reconstruction. Un volume de particules reconstruit est représenté en Figure 3.14, ainsi que la nappe laser reconstruite. La nappe laser est estimée en réalisant la somme par tranche z de toutes les intensités du volume.

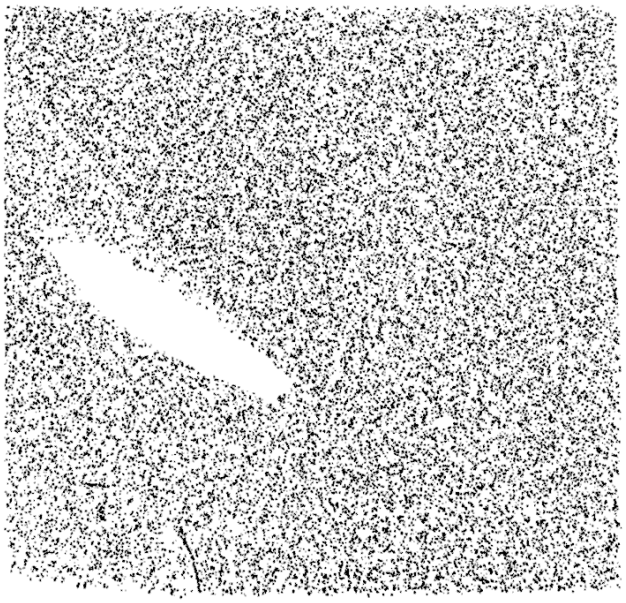


FIGURE 3.14 – Volume discret de particules reconstruit avec MART

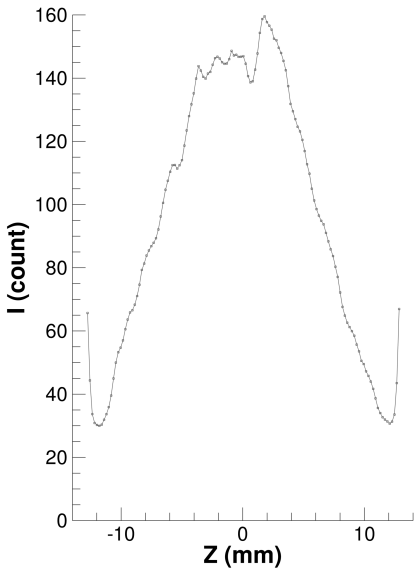


FIGURE 3.15 – Intensité reconstruite dans le volume selon Z

Corrélation

Enfin, le champ de déplacement des particules est déterminé par un calcul d'inter-corrélation locale entre de multiples instants consécutifs avec l'algorithme FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ensemble-averaged cross-correlation - Jeon et al. [2014]) qui permet de tirer parti de la résolution temporelle de la série de donnée. L'algorithme calcule une trajectoire polynomiale d'un petit groupe de particules sur une série de N images, procurant ainsi une estimation de la vitesse avec une précision accrue et une mesure de l'accélération lagrangienne pour l'instant central. La corrélation est achevée avec une série de 9 images, des volumes d'interrogation de taille 32 voxel × 32 voxel × 32 voxel et 75 % de recouvrement fournissant une résolution spatiale de 0,65 vecteur/mm. Un champ de vitesse instantané, extrait de la série réalisée à mi-envergure, est présenté en Figure 3.16.

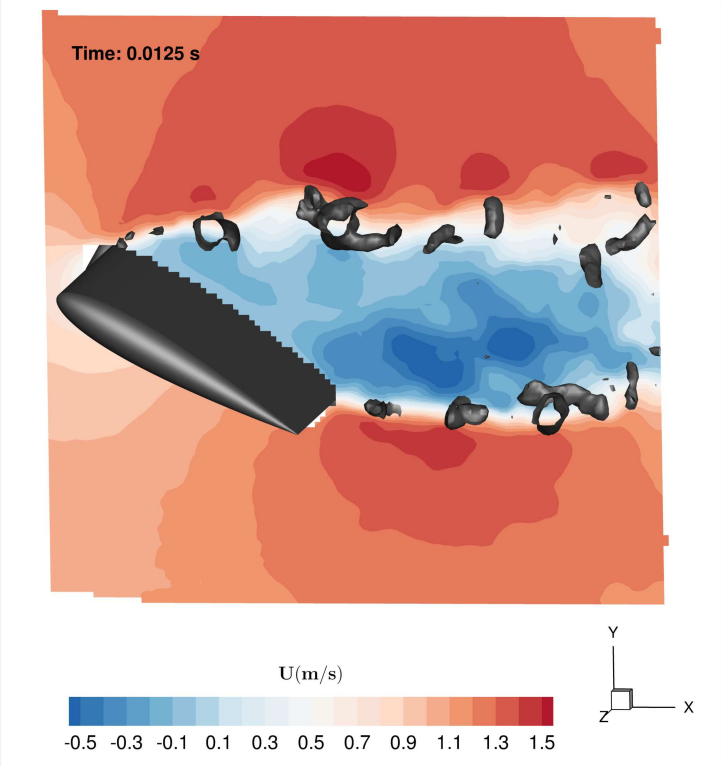


FIGURE 3.16 – Vitesse axiale instantanée sur le plan à mi-envergure et iso-surface de critère Q

La mesure de vitesse a été réalisée autour du profil dans trois sections de l'écoulement, centrées sur les plans z=70 mm, z=105 mm et z=140 mm, correspondant à 0,5 envergure, 0,75 envergure et 1,0 envergure. Les volumes de mesure sont de dimension d'environ 180 mm × 180 mm et d'épaisseur 16 mm et 22 mm, deux épaisseurs ayant été réalisées pour chacun des plans. Tous les volumes sont eux-même réalisés pour l'étude de l'aile rigide et de l'aile flexible. La position en envergure des volumes de mesure correspond aux plans réalisés en Stéréo-PIV qui sont représentés sur la Figure 3.6. Chaque série temporelle est enregistrée pendant 3,072 s à 2 kHz, la mémoire des caméras APX-RS limitant l'enregistrement à 6144 images.

Incertitudes de la mesure par Tomo-PIV

L'estimation des incertitudes associées à la mesure de PIV planaire est champ de recherche très actif ces dernières années (Xue et al. [2014], Wieneke [2017] et Gomit et al. [2018b]) et de multiples approches sont proposées sans réel consensus. A fortiori, l'estimation des incertitudes de la mesure de vitesse par Tomo-PIV représente un réel défi. Nous présentons ici quelques incertitudes et réflexions pour l'expérience de Tomo-PIV réalisée. Les sources d'incertitudes en Tomo-PIV sont nombreuses mais assez bien identifiées. En revanche leur quantification pose un réel problème. Les incertitudes proviennent de la physique de l'expérience avec la réponse des traceurs optiques aux variations de vitesse dans l'écoulement, du matériel utilisé pour l'enregistrement des images, de la précision du montage et de l'étalonnage des systèmes optiques et enfin des algorithmes utilisés pour l'estimation de la vitesse à partir de images de particules.

Concernant la partie étalonnage, les sources d'incertitudes sont multiples. Tout d'abord, il faut considérer l'incertitude sur la réalisation de la mire de calibration (positionnement et écartement des points), puis les incertitudes sur son positionnement angulaire et sur sa translation. Ensuite, les incertitudes sur les algorithmes d'étalonnage (détection du centre des points de mire, estimation des meilleurs paramètres du modèle de caméra) entrent en jeu. Et enfin, les incertitudes liées à la nature du modèle de caméra et sa capacité à modéliser fidèlement la physique doivent être estimées. Pour toutes les expériences de Tomo-PIV, une étape de correction d'alignement doit systématiquement être réalisée à la suite de l'étalonnage pour corriger les défauts d'alignement des caméras qui apparaissent au cours des expériences. Même si cette correction d'alignement, permet de remettre en correspondance les différentes points de vue des caméras utilisées pour la mesure, des erreurs de localisation de particules peuvent subsister. Il a été montré au chapitre précédent qu'il est très difficile de déterminer expérimentalement les incertitudes sur la localisation des particules. En effet, seule la qualité de croisement des lignes de vue peut être estimée. Les valeurs habituellement retenues pour l'incertitude sur l'étalonnage du système optique sont de l'ordre de 0,1 pixel. Pour l'expérience réalisée, le désalignement des caméras est faible (désalignement maximal de l'ordre du pixel) et aucune vibration n'a été observée en cours des expériences. De plus, l'erreur de croisement des lignes de vues est ramené à une valeur inférieure à quelques centièmes de pixel, grâce à l'utilisation du modèle de caméra développé. Toutes les précautions d'usages ont été prises pour réaliser l'alignement de la mire de calibration et sa translation est opérée à l'aide d'une table de déplacement micrométrique. Afin d'estimer rigoureusement une valeur d'incertitude d'étalonnage pour les expériences réalisées, une étude basée sur la simulation de la configuration expérimentale pourrait être menée. En effet, le simulateur d'images d'étalonnage couplé au simulateur d'images de particules pourrait permettre de calculer, dans une configuration expérimentale donnée, les incertitudes globales de l'étalonnage et des modèles de caméras, à condition de pouvoir fournir les incertitudes sur le positionnement de la mire et les caractéristiques des mouvements responsables du désalignement des caméras.

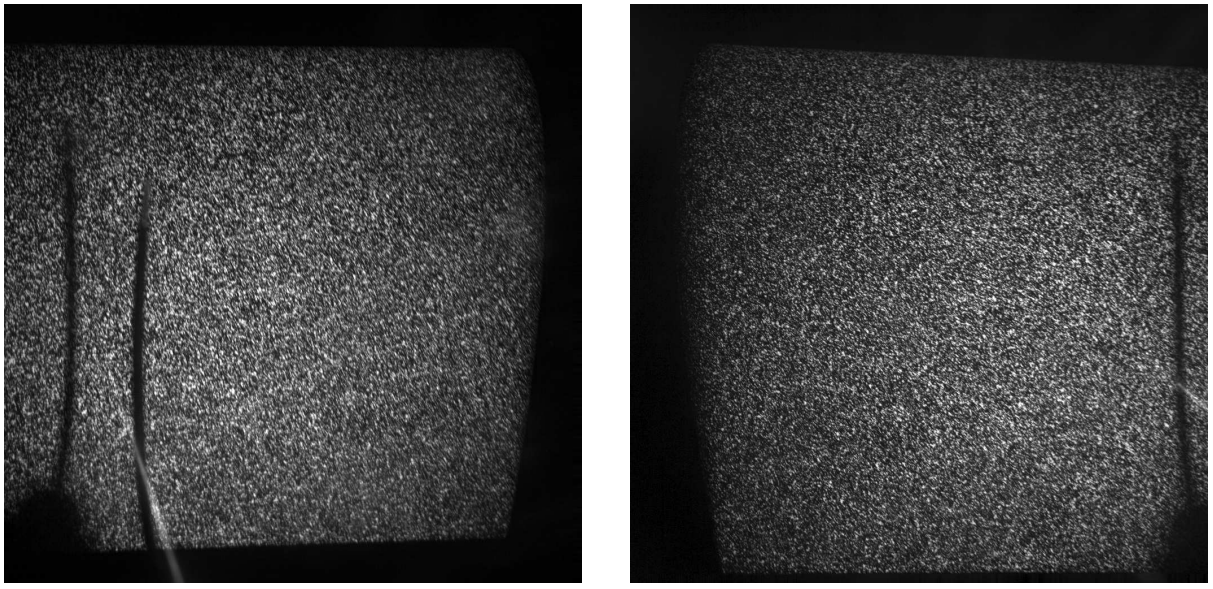
Le simulateur pourrait également permettre d'estimer les incertitudes des algorithmes de calcul de la vitesse à partir des images de particules si la simulation est suffisamment fidèle à l'expérience réalisée. Les incertitudes classiquement admises pour le processus de reconstruction-corrélation, de l'ordre de 0,05 pixel à 0,1 pixel, pourraient être déterminées en fonction des conditions expérimentales. Dans notre cas, une incertitude de 0,1 pixel sur le déplacement, avec une taille de pixel de 0,2 mm donne une incertitude

sur la vitesse de $0{,}04\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ si l'on considère un Δt de 5 ms. Comme les corrélations sont calculées sur une série temporelle de 9 pas de temps, cette incertitude représente une large majoration de l'incertitude algorithmique réelle.

Enfin, la technique PIV repose sur le suivi de traceurs optiques dont le déplacement est assimilé à celui de l'écoulement fluide. Le temps de réponse des traceurs (22 µs) est très faible comparé au temps caractéristique de la dynamique de l'écoulement (de l'ordre de 64 ms pour l'advection autour du profil d'aile) et la vitesse de sédimentation ($4\,\mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$) est plus de cent fois inférieure aux vitesses mesurées. L'incertitude liée au déplacement du traceur par rapport au fluide est donc négligeable devant les sources d'incertitudes liées à l'étalonnage du système et au processus algorithmique employés.

3.3.2 Mesure de surface solide

La mesure de surface utilisée dans cette étude, décrite par Chatellier et al. [2013], est basée sur les principes de corrélation d'images digitales (DIC). La technique repose sur la maximisation de la correspondance de deux images rétro-projetées sur la surface solide estimée. Afin de suivre la déformation du profil d'aile dans la veine, un mouchetis est peint sur son intrados et deux caméras haute cadence Photron Fastcam SA1.1 sont placées sous la veine d'essais en observation de celui-ci. La position des caméras est visible sur la photographie de l'expérience (Figure 3.9) et les images enregistrées sont présentées en Figure 3.17. On peut voir sur ces images la présence de la sonde de pression amont ainsi que son ombre qui perturbent légèrement la mesure sur le bord du domaine.



(a) Caméra 1 (gauche) (b) Caméra 2 (droite)

FIGURE 3.17 – Images de l'aile pour la reconstruction de surface

L'éclairage de l'aile est assuré par une diode électroluminescente blanche continue positionnée entre les deux caméras dédiées à cette mesure. Le temps d'exposition de la caméra est réglé à 333 µs pour optimiser l'intensité du signal sur le capteur. De plus, afin d'éviter que la lumière issue du pulse laser (très intense) parasite la mesure, le début de l'ouverture est décalé de 20 µs par rapport au tir laser. Si l'on considère le centre de la fenêtre d'ouverture de la caméra comme l'instant d'acquisition, il existe donc un

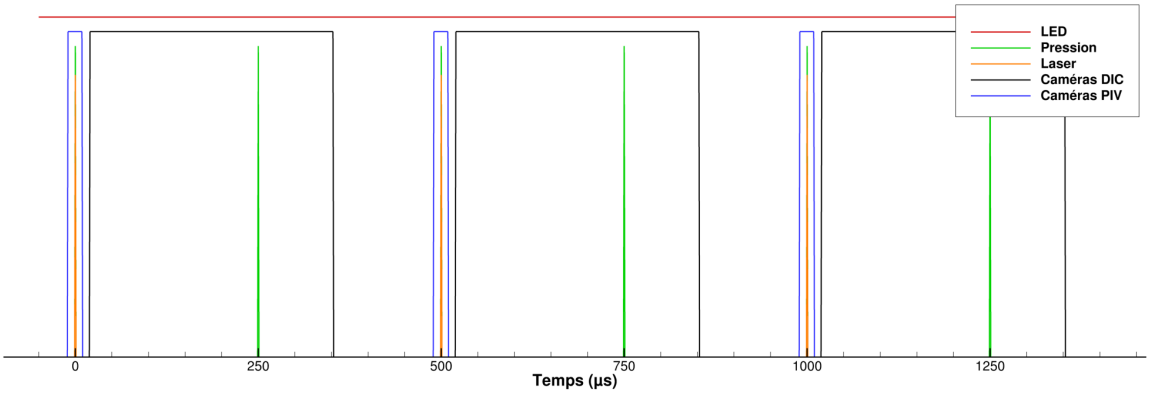


FIGURE 3.18 – Synchronisation des éclairages et des acquisitions

déphasage de 186,5 µs entre les acquisitions fluide et solide. Le temps d'ouverture des caméras PIV étant très court (20 µs), aucune précaution n'est prise pour se protéger de l'influence de la lumière LED négligeable. Un diagramme de synchronisation reprenant les temps d'ouverture des caméras dédiées à la mesure PIV et DIC, les temps d'éclairement laser et LED ainsi que les instants de mesure de pression est tracé en Figure 3.18.

Etalonnage du système

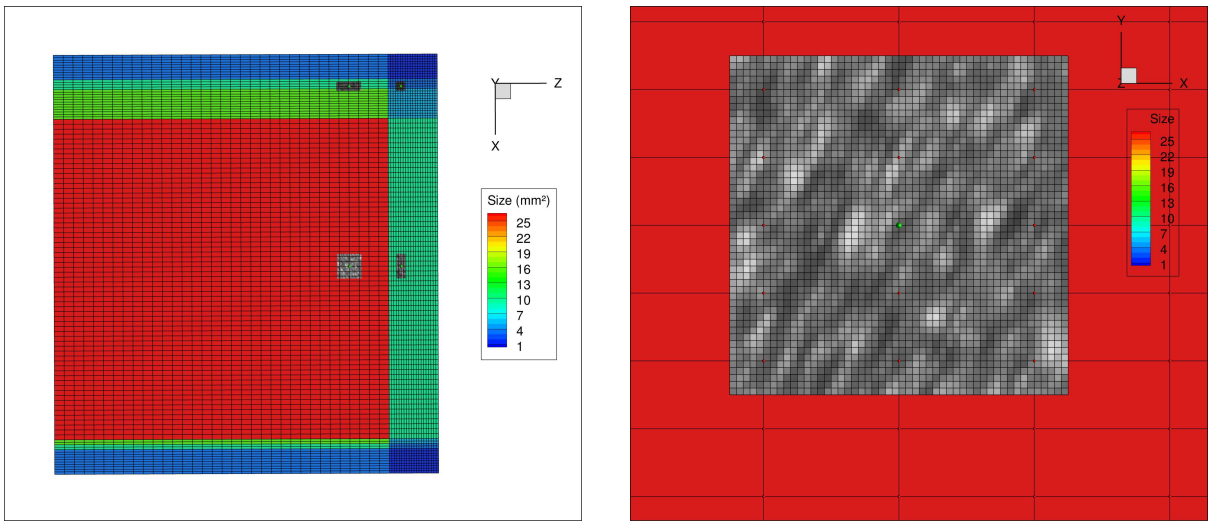
Tout comme pour le calcul de Tomo-PIV, la première étape consiste à étalonner les modèles de caméra. Les mêmes étapes et principes d'étalonnage que pour la Tomo-PIV sont utilisés. La mire, cette fois-ci, est positionnée dans un plan horizontal et déplacée selon l'axe vertical par pas de 5 mm dans la gamme $[-40\,\text{mm}; 20\,\text{mm}]$; l'origine correspondant à la position du quart de corde à l'emplanture. Comme la mesure s'effectue dans une zone proche du plan moyen du profil (incliné à 30°), la position physique des points de mire est exprimée dans le repère local de l'aile, issu d'une rotation de $-30°$ du repère global autour de l'axe e_z, l'origine étant positionnée au quart de corde. Afin d'alléger les notations, comme toutes les opérations sont effectuées dans ce repère local, les notations (e_x, e_y, e_z) du repère sont utilisées pour définir le nouveau repère local et les coordonnées des points sont données par (x, y, z) dans ce repère.

La réalisation de l'étalonnage dans ce repère local présente deux avantages principaux : tout d'abord, elle permet d'étalonner le modèle de caméra dans une zone pertinente réduite, favorisant sa précision. Ensuite, la mise en place de la reconstruction de surface est grandement simplifiée par l'absence de pente moyenne, en partie par la simplification de l'initialisation du calcul. L'étalonnage est réalisé avec un modèle de caméra polynomial de degré 3 dans les directions du plan médian de l'aile e_x et e_z et de degré 2 dans la direction orthogonale e_y (modèle de type Soloff). Seuls les points dans l'intervalle $[-10\,\text{mm}; 10\,\text{mm}]$ de la direction orthogonale du repère local ont été conservés pour le calcul du modèle.

Estimation de la surface

Le calcul de la surface repose sur l'estimation de l'altitude des points d'un maillage défini dans un plan support. Dans cette configuration, le maillage est défini par une grille cartésienne dans le plan $y = 0$, plan médian de l'aile. L'ensemble de ses nœuds, de coordonnées $(x_0, 0, z_0)$, correspond à l'ensemble des points 2D où la surface est estimée.

Le maillage, représenté en Figure 3.19a, est raffiné dans les zones de forte pente, i.e. au niveau du bord d'attaque (partie haute du maillage), du bord de fuite (partie basse) et du saumon (partie droite). Chaque point de ce maillage fait l'objet d'une estimation locale de son altitude y_0 et des pentes locales $\frac{\partial y}{\partial x}$ et $\frac{\partial y}{\partial z}$ selon la procédure présentée ci-après.



(a) Maillage de reconstruction de surface

(b) Rétroprojection de l'image gauche sur le maillage local

FIGURE 3.19 – Illustration des maillages utilisés pour la reconstruction de surface

Dans un premier temps, un maillage local régulier autour de chaque point (x_0, y_0, z_0), représentant un petit élément de surface de l'aile, est généré. Les points de ce maillage sont paramétrés par l'équation (3.1) :

$$y(x,z) = y_0 + \frac{\partial y}{\partial x}(x - x_0) + \frac{\partial y}{\partial z}(z - z_0) \tag{3.1}$$

Ce maillage local sert de support pour la rétro-projection des images. Deux images du motif de l'aile peuvent donc être générées en rétro-projetant les images gauche et droite sur cet élément de surface (au niveau des nœuds du maillage local). La rétroprojection de l'image gauche sur le maillage local centré sur le point vert est représentée en Figure 3.19b. Si la surface est bien estimée, les deux motifs doivent être identiques puisque les images sont issues de la projection physique du motif de cette surface sur les capteurs des caméras. La correspondance entre ces deux motifs est évaluée par corrélation. Estimer la surface revient donc à trouver le set de paramètres $[y_0, \frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial z}]$ maximisant la corrélation entre les deux motifs, issus de la rétro-projection des images sur la surface estimée. Cette optimisation est réalisée avec l'algorithme du simplex (Nelder and Mead [1965]), qui semble plus efficace, que d'autre algorithmes (de type descente de gradient), à trouver le maximum global du coefficient de corrélation dans les situations étudiées.

Pour un bon compromis vitesse de calcul-précision, la taille de la maille locale doit correspondre approximativement à la taille de la rétroprojection d'un pixel de l'image sur la surface. La taille et le nombre de mailles peuvent également être ajustés afin de prendre en compte la direction des gradients locaux. Pour cette expérience, la taille et le nombre de mailles ont été fixés de manière à réduire la taille physique de la surface dans la direction des forts gradients tout en compensant en partie la perte d'information par une augmentation en résolution spatiale. Quatre éléments de surface ont été représenté

sur la Figure 3.19a afin d'appréhender la variation des caractéristiques du maillage local en fonction de la zone du profil.

Afin de favoriser la convergence et d'accélérer les calculs, l'initialisation de l'optimisation est réalisée à l'aide d'un prédicteur. Ce prédicteur est construit en évaluant l'altitude et la pente locale des points de reconstruction avec la fonction analytique du profil qui est positionné dans l'espace en se basant sur un premier calcul de surface pour l'instant initial de la série. Cette initialisation fonctionne très bien dans le cas d'étude considéré car le déplacement de l'aile est d'amplitude suffisamment faible. Une initialisation un peu différente serait à envisager dans le cas contraire. L'estimation de la surface locale peut également être réalisée en ajoutant trois termes du second ordre $[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}, \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial z}]$ dans l'équation 3.1, pour tenir compte de la courbure locale de la surface. Dans le cas présent, la courbure des surfaces élémentaires étant faible, l'ajout de trois degrés de liberté supplémentaires dans l'optimisation nuit à la précision du résultat. Cette tendance est rapportée dans la publication Chatellier et al. [2013] qui préconise l'utilisation de la méthode à l'ordre 1 dans le cas de faible courbure et à l'ordre 2 lorsque la courbure est importante.

La mesure de surface du profil a été réalisée dans les deux configurations expérimentales : souple et rigide. La reconstruction de la surface de l'aile est illustrée par la Figure 3.20, où la surface de l'aile souple est représentée à un instant donné de la série temporelle et colorée par le changement local d'altitude par rapport à sa position au repos (modélisée par le volume gris en transparence).

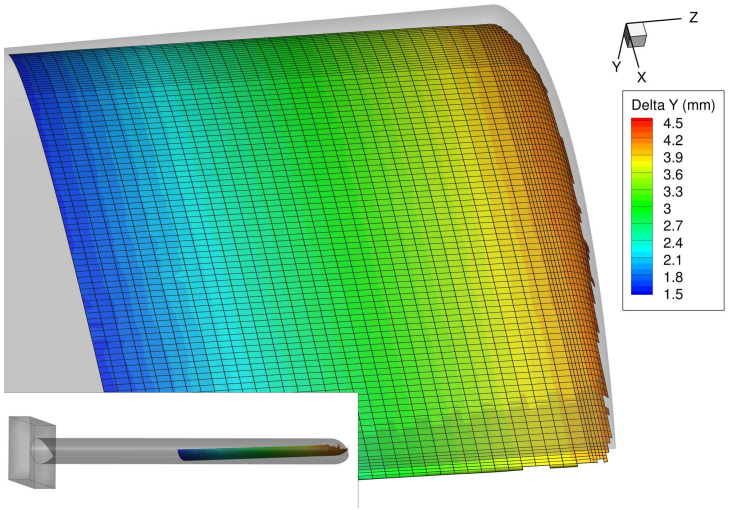


FIGURE 3.20 – Reconstruction de la surface de l'aile flexible colorée par le déplacement vertical par rapport à la position au repos

Afin d'estimer la précision de la mesure, la forme de l'aile théorique (NACA0015 avec saumon) est générée puis positionnée sur la surface estimée de manière à minimiser l'écart quadratique entre les deux surfaces. L'écart résiduel entre la mesure et la forme théorique sert alors à estimer l'incertitude associée à la mesure. Cette procédure est appliquée sur l'aile au repos, cas où la forme est normalement identique à la théorie (pas de déformation). La moyenne de l'écart en valeur absolue sur l'ensemble de l'aile vaut 18,7 µm. Les écarts sont les plus importants dans les zones fortement courbées, en particulier au niveau saumon proche du bord d'attaque. Le calcul de l'écart moyen tombe à 11,0 µm pour la section droite de l'aile. Les écarts type pour l'aile complète et la section droite sont respectivement de 33,7 µm et 10,4 µm.

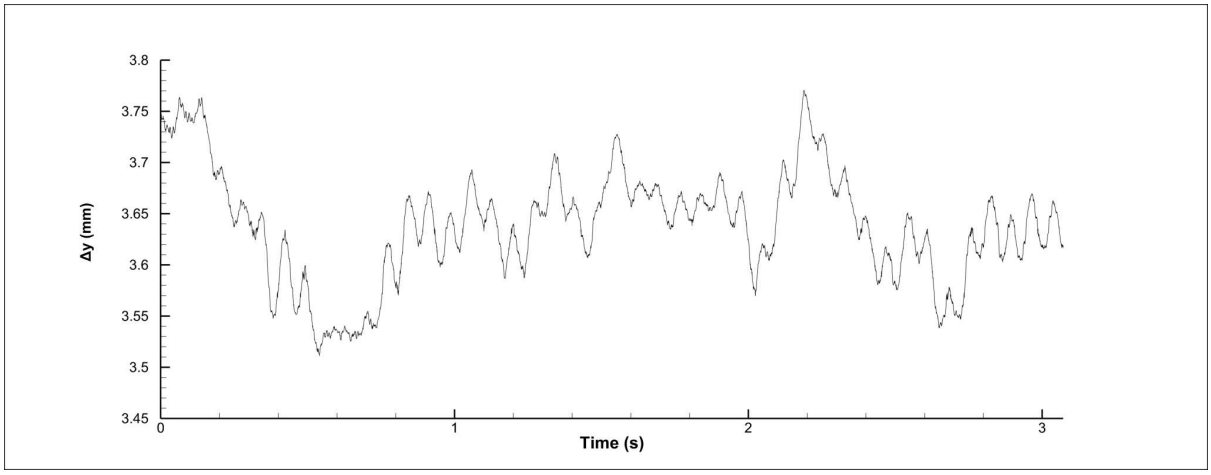


FIGURE 3.21 – Evolution temporelle de la position d'un point du profil d'aile (profil rigide)

Ces erreurs comprennent les erreurs aléatoires de reconstruction de surface mais aussi les biais d'étalonnage liés aux modèles de caméra utilisés et les imperfections de réalisation du profil d'aile. Si l'on observe la cohérence temporelle de la reconstruction de surface (Figure 3.21), on remarque que la haute fidélité de la mesure. En effet, aucune cohérence temporelle n'est forcée par les algorithmes ici, puisque les reconstructions de surfaces sont toutes indépendantes les unes des autres.

3.3.3 Mesures de pression et de force totale

Mesure de pression

Les acquisitions de pression ont été réalisées simultanément aux autres mesures à l'aide de deux capteurs différentiels Sensor Technics 26PC wet-wet ([0–50] mbar) reliés à une carte d'acquisition National Instruments 8 voies BNC-2110 à une fréquence de 4 kHz (deux fois supérieure aux mesures optiques). Les mesures de pression totale sont réalisées à l'aide de deux tubes de Pitot simples, par rapport à une pression de référence constante P_0, commune aux deux sondes. Les deux sondes de pression sont visibles dans le champ de mesure de vitesse par Tomo-PIV situé à mi-envergure.

La première sonde, située en amont du profil, et donc non perturbée, permet de relever la pression en veine (qui a tendance à fluctuer légèrement) pour servir de référence à une reconstruction de pression à partir de PIV, tandis que la seconde, située en aval du profil dans la couche cisaillée du sillage, peut être utilisée pour l'analyse du sillage.

Mesure d'efforts

Les acquisitions d'efforts ont été réalisées à l'aide de la balance six composantes ATI Nano17 associées à la carte d'acquisition National Instrument BNC-2110 (carte partagée avec l'acquisition de pression). La balance est montée fixe par rapport au profil et est donc positionnée avec la même incidence par rapport au repère global. Les efforts sont donc exprimé dans le repère local de l'aile avec F_x la force tangentielle, F_y la force normales et F_z la force transverse (orientée vers les envergures croissantes). Suite à un dysfonctionnement de la balance pendant la campagne de mesures optiques, la campagne

de mesure d'efforts a été réalisée *a posteriori* en couplage avec la mesure de pression à une fréquence de 4 kHz.

3.3.4 Estimation de la pression à partir de PIV

A partir de la mesure bidimensionnelle ou tridimensionnelle de la vitesse, il est possible d'évaluer la distribution de pression dans le champ de mesure en résolvant l'équation de quantité de mouvement (eq 3.2) pour la pression.

$$\nabla p = -\rho \frac{DU}{Dt} + \mu \nabla^2 U \tag{3.2}$$

Où p représente le scalaire de pression, ρ et μ respectivement la densité du fluide et sa viscosité dynamique et u la vitesse. La dérivée de la vitesse $\frac{DU}{Dt}$ est l'accélération lagrangienne du fluide.

De nombreuses méthodes basées sur ce principe ont été publiées dans les revues scientifiques spécialisées. Une synthèse a été réalisée par van Oudheusden [2013]. Elles divergent généralement sur les techniques d'estimation du terme d'accélération matérielle utilisées et sur la méthode d'intégration permettant de remonter au champ de pression à partir des gradients. La difficulté de cette estimation de pression réside principalement dans le fait d'implémenter une solution robuste aux erreurs de mesure (parfois importantes) sur les champs de vitesse issus de la PIV. Des méthodes de régularisation des champs de vitesse sont donc souvent utilisées.

Pour cette étude, nous avons utilisé la technique d'intégration séquentielle par domaine, développée à l'institut Pprime. Elle est présenté dans la publication Jeon et al. [2018] et sa précision est évaluée dans Gomit et al. [2018a] en fonction de la résolution de la PIV et du niveau de bruit sur la mesure (bruit gaussien et effet de blocage de pic).

Comme, dans cette étude, la mesure PIV est résolue en temps et le calcul est effectué avec l'algorithme FTEE, nous pouvons directement avoir accès à la vitesse du fluide et son accélération matérielle. Cependant, une estimation de l'accélération matérielle à partir de la série de champs de vitesse en utilisant une approche itérative pseudo-Lagrangienne semble plus robuste. Les champs de vitesse et d'accélération sont ici régularisé en calculant point par point une portion de trajectoire parabolique qui sert à ré-estimer la vitesse locale et calculer l'accélération.

Une fois la vitesse et l'accélération estimées, le gradient de pression peut être calculé selon l'équation 3.2 et il reste à intégrer ce terme sur l'ensemble du domaine. Afin d'améliorer la qualité de l'intégration, le domaine est découpé en sous-domaines dans le but d'effectuer une intégration successive par zone. Ces zones sont déterminées en fonction de la confiance aux données. La précision du gradient de pression étant directement liée à la précision de la mesure de vitesse et d'accélération, sa précision peut être détériorée dans les zones de fort cisaillement, proche des parois ou dans des zones de forte turbulence où les erreurs PIV sont plus importantes. Il convient donc d'intégrer le gradient de pression séquentiellement, en partant des zones les plus fiables (écoulement libre) vers les zones de confiance inférieure (voisinage de parois, sillage...).

Dans notre cas d'application autour d'une aile, les zones de proche paroi sont délimitées manuellement tandis que la zone de sillage est détectée à l'aide d'un critère sur la norme locale de Frobenius du tenseur de gradient de pression. Les zones non résolues à cause de la présence du profil ou des sondes de pression sont masquées et n'interviennent pas dans l'intégration. Ces zones sont représentée en Figure 3.22.

Après avoir divisé le domaine, l'intégration spatiale du gradient de pression est réalisée sur chaque sous-domaine. Une fonction de coût est définie comme la différence entre les gradients de pression mesurés et reconstruit sur chaque sous-domaine. Cette fonction de coût est exprimée à l'aide d'une formulation discrète du gradient de pression, ce qui donne un système matriciel pour chaque sous-domaine. Le système est ensuite résolu au sens des moindres carrés. Nous notons que cette formulation est mathématiquement similaire à la résolution d'un problème de poisson. Le résultat de reconstruction de pression pour un instant de l'écoulement autour du profil rigide dans le plan 70 mm est tracé en Figure 3.23.

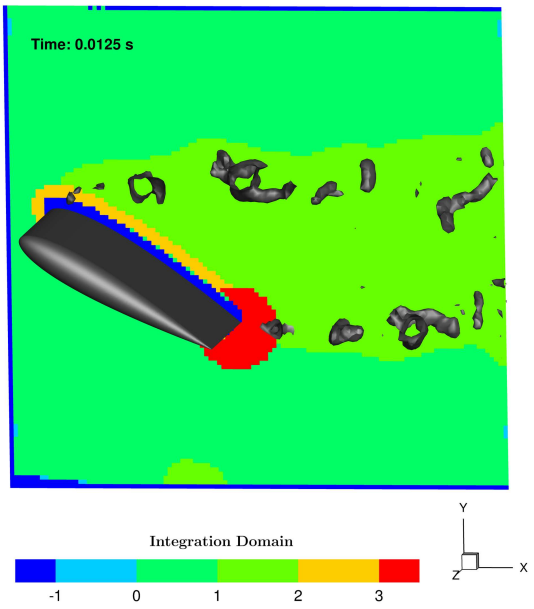


FIGURE 3.22 – Séparation du domaine et positionnement des conditions aux limites de Dirichlet (niveau]-1,0])

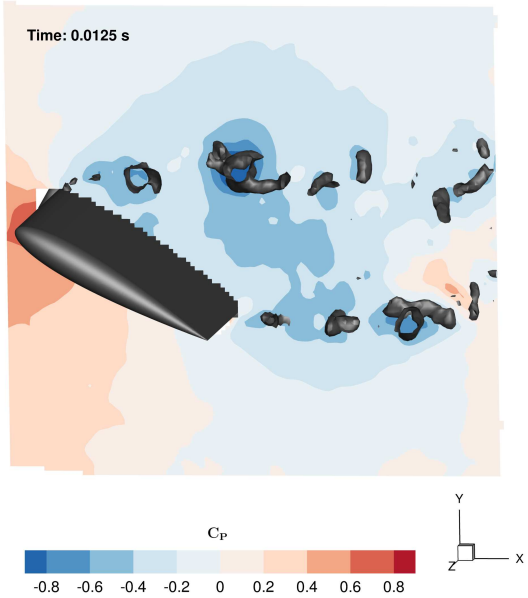


FIGURE 3.23 – Champ instantané du coefficient de pression dans le volume central et iso-surface de critère Q pour caractériser les structures tourbillonnaires

Les incertitudes de la méthodes d'évaluation de la pression sont discutées par Gomit et al. [2018a] sur ce cas d'étude à partir de la simulation numérique présentée dans la section suivante. Une comparaison entre différentes techniques de mesure de pression à partir de PIV peut être trouvée dans l'article de van Gent et al. [2017] pour évaluer les performances de la méthode utilisée par rapport aux autres algorithmes existant.

3.4 Etude numérique

Afin d'avoir une vue d'ensemble de la topologie de l'écoulement et de pouvoir évaluer les algorithmes développés sur une solution maîtrisée, une simulation numérique, similaire au cas d'étude expérimental, a été réalisée. En effet, la validation de développements algorithmiques nécessite en général un cas test permettant de générer des données d'entrée dans une configuration où la solution est connue. Pour cette étude, deux cas sont considérés. Tout d'abord, cette simulation numérique fluide associée au générateur d'images PIV, présenté en section 2.1, permet de générer un cas test pour la Tomo-PIV où la solution de vitesse est connue. Les champs de vitesse et de pression issus de la simulation numérique

ont également servis de données de référence pour l'évaluation des incertitudes associées aux algorithmes de calcul de pression utilisés (Gomit et al. [2018a]).

La géométrie et les conditions physiques imposées à la simulation sont fixées de manière strictement identique aux conditions expérimentales. Il s'agit donc de la simulation d'un écoulement autour d'une aile rigide de profil NACA0015 de corde 80 mm et d'envergure 140 mm (en section droite) placée à 30° d'incidence dans une veine d'essais de 230 mm × 230 mm de section.

La simulation est réalisée à l'aide du logiciel STAR-CCM+, version 11.04. L'objectif étant d'obtenir une solution temporelle riche des nombreuses structures tourbillonnaires présentes dans le sillage pleinement décollé de l'aile, le tout au sein d'un domaine d'étude relativement grand, notre choix s'est porté sur une approche de type Detached Eddy Simulation (DES). En permettant un maillage lâche dans les zones peu perturbées (partie en amont de l'aile, écoulement libre), un raffinement dans les zones de sillage pour capturer un maximum d'échelles turbulentes et un traitement des couches limites avec un maillage fortement anisotrope, cette approche promet une répartition optimale des mailles dans le domaine de calcul et ainsi un coût de calcul raisonnable.

Après avoir présenté les concepts fondamentaux associés au type de simulation réalisé dans la section 3.4.1, la configuration de simulation ainsi que les caractéristiques des modèles utilisés sont détaillés dans la section 3.4.2.

3.4.1 Simulation numérique des écoulements turbulents

Dans le cadre de l'étude réalisée, nous souhaitons modéliser le mouvement turbulent d'un fluide visqueux incompressible par les équations de Navier-Stokes (eq. 3.3 et eq. 3.4).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 & (3.3) \\ \rho \left[\dfrac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \dfrac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] = -\dfrac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \dfrac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho F_i & (3.4) \end{cases}$$

Où F_i représente les forces extérieures de volume agissant sur le fluide. La viscosité dynamique μ et la masse volumique du fluide ρ sont supposés constants en temps et en espace. Le terme de force volumique est très rapidement laissé de côté puisque, dans le cas présent, seule la force de pesanteur agit et elle peut être aisément insérée dans le terme de pression. Les conditions initiales et limites doivent être associées à ces équations en fonction du cas d'étude, du domaine choisi et des modèles utilisés.

Simulation numérique directe

L'approche la plus naturelle pour simuler un écoulement fluide est la résolution numérique directe des équations de Navier-Stokes. Cette approche appelée simulation numérique directe (Direct Numerical Simulation - DNS) résout le bilan de quantité de mouvement (3 équations scalaires) et le bilan de masse (1 equation scalaire) pour les grandeurs instationnaires vitesse (3 variables scalaires) et pression (1 variable scalaire). Le système est donc fermé et peut être résolu numériquement. Cependant, dans ce cas, toutes les échelles spatiales et temporelles de la turbulence doivent être résolues. Pour les écoulements turbulents à grand nombre de Reynolds, cette contrainte impose une discrétisation de l'espace et du temps très fine, générant un problème de taille important, très coûteux, voire même impossible, à résoudre.

Afin de simuler des écoulements à grands nombre de Reynolds, il devient alors impératif de modéliser au moins une partie de la solution. La modélisation des échelles turbulentes (au moins les plus petites) permet de relâcher à la fois la contrainte spatiale et la contrainte temporelle, réduisant ainsi la dimension du problème.

Equations de Reynolds

En se basant sur la décomposition de Reynolds, les grandeurs instantanées peuvent être décomposées en une grandeur moyenne et une grandeur fluctuante (eq. 3.5) :

$$\begin{cases} U_i(x_j,t) = \overline{U}_i(x_j,t) + u_i(x_j,t) \\ P(x_j,t) = \overline{P}(x_j,t) + p(x_j,t) \end{cases} \tag{3.5}$$

La lettre capitale représente la grandeur instantanée, la notation $\overline{()}$ l'opérateur de moyenne d'ensemble et la lettre minuscule la fluctuation. On notera ici que pour n'importe quelle grandeur X, $\overline{\overline{X}} = \overline{X}$ et par conséquent $\overline{x} = 0$. Par insertion de cette décomposition puis par passage à la moyenne, les équations de Navier-Stokes peuvent être mises sous la forme des équations dites de Reynolds, qui décrivent le mouvement moyen du fluide (eq. 3.6 et eq. 3.7).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} = 0 & (3.6) \\ \rho\left[\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}\right] = -\dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \mu \dfrac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \dfrac{\partial \rho \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} & (3.7) \end{cases}$$

Cette écriture des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds est la formulation résolue par les méthodes RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes). L'apparition du tenseur des contraintes turbulentes ($\overline{\rho u_i u_j}$) pose cependant un problème de fermeture du système puisque la formulation fait apparaître 4 grandeurs moyennes (3 composantes de la vitesse et la pression) et 6 moments du second ordre qui sont les composantes du tenseur de Reynolds (symétrique) à résoudre avec seulement 4 équations.

Il est possible d'écrire des équations de transport pour les termes du tenseur de Reynolds (eq.3.8). Malheureusement, ces 6 équations font apparaître encore plus d'inconnues que d'équations ($\overline{u_i u_j u_k}$, $\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}}$, $\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}$).

$$\begin{aligned} \rho\left[\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \overline{U}_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}\right] = \mu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k \partial x_k} - \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} - \overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} - \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \\ - \rho \overline{u_i u_k} \frac{\overline{U}_j}{\partial x_k} - \rho \overline{u_j u_k} \frac{\overline{U}_i}{\partial x_k} - 2\mu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \end{aligned} \tag{3.8}$$

Afin de fermer le problème, il est nécessaire d'introduire de nouvelles équations au système. Plusieurs stratégies de modélisation, de complexité variée, peuvent être mises en place. Deux grandes familles de fermeture émergent : les fermetures du premier ordre où seules les grandeurs moyennes de pression et vitesse sont calculées et le terme correspondant au tenseur de Reynolds est modélisé ; et les fermetures du second ordre où les composantes du tenseur de Reynolds sont calculées et transportées à l'aide de l'équation 3.8 et les autres termes issus de ces équations sont modélisés. Le principe de fermeture

est le même dans les deux cas, il s'agit de dériver des modèles permettant d'exprimer les grandeurs modélisées à partir des grandeurs calculées. Une rapide présentation des modèles du premier ordre est réalisée par la suite pour introduire les modèles utilisés dans l'étude. Cette section ne se veut, en aucun cas, une présentation exhaustive et détaillée des modèles de fermetures des équations RANS.

Ces modèles du premier ordre sont aussi appelés modèles à viscosité de turbulence car ils reposent sur l'analogie, introduite par Boussinesq, entre les contraintes d'agitation moléculaire et les contraintes d'agitation turbulente. Ainsi, le terme de contraintes turbulentes peut être modélisé de la manière suivante (similaire à la loi de Newton) :

$$-\rho\overline{u_i u_j} + \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} = \mu_T\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.9}$$

Où μ_T est un terme de viscosité dynamique de turbulence. Encore une fois, de manière similaire à l'agitation moléculaire, il est possible de définir une viscosité cinématique de turbulence $\nu_T = \dfrac{\mu_T}{\rho} = C_\mu \widetilde{u}\widetilde{l}$ où $\widetilde{u}$ et $\widetilde{l}$ sont des échelles de vitesse et de longueur caractéristiques de la turbulence.

Les fermetures algébriques proposent de définir le paramètre ν_T directement à l'aide des propriétés locales des grandeurs moyennes. Ce sont les modèles les plus simples et les plus anciens. Pour la plupart, ils ont été développés pour la modélisation d'écoulements cisaillés (couche limite, couche de mélange, jet ...) et ils s'appuient sur le cisaillement local et sur la définition d'une longueur caractéristique pour estimer le terme de contraintes turbulentes. Ils présentent le défaut d'être très dépendants des configurations d'écoulement et par conséquent peu universels.

Les fermetures à équations de transport reposent sur la modélisation de la variation locale de la viscosité de turbulence en transportant un ou deux scalaires qui peuvent être associés aux grandeurs $\widetilde{u}$ et $\widetilde{l}$. Le modèle de turbulence proposé par Spalart and Allmaras [1992] est le modèle à une équation le plus répandu. Il est basé sur le transport d'une quantité directement reliée à la viscosité de turbulence ν_T.

Parmi les modèles à deux équations les plus utilisés figurent les modèles $k-\epsilon$ et $k-\omega$. Les équations de transport exactes pour ces quantités sont trop complexes pour permettre une résolution ou une modélisation terme à terme. Elles sont donc modélisées selon une approche phénoménologique fondée sur l'équilibre entre, d'une part, un terme de variation dans le mouvement moyen et, d'autre part, un terme de production, un terme de diffusion et un terme de dissipation.

Le modèle $k-\epsilon$ standard, proposé par Launder and Spalding [1974] est basé sur le transport de l'énergie cinétique moyenne du mouvement d'agitation $k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$ et le transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente $\epsilon = \nu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$. Ces grandeurs peuvent être directement relié aux vitesse et longueur caractéristiques de la turbulence par les relations $\widetilde{u} = k^{1/2}$ et $\widetilde{l} = {}^{k^{3/2}}/_{\epsilon}$. Pour un grand nombre de Reynolds

turbulent, ce modèle de fermeture est régit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} -\rho\overline{u_i u_j} = \mu_T \left(\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \dfrac{2}{3}\rho k \delta_{ij} & (3.10a) \\ \mu_T = C_\mu \dfrac{\rho k^2}{\epsilon} & (3.10b) \\ \dfrac{\partial k}{\partial t} + \overline{U}_j \dfrac{\partial k}{\partial x_j} = \dfrac{\mu_T}{\rho} \left(\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left[\dfrac{\mu_T}{\sigma_k} \dfrac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \epsilon & (3.10c) \\ \dfrac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{U}_j \dfrac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \dfrac{C_{\epsilon_1} \mu_T}{\rho} \dfrac{\epsilon}{k} \left(\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left[\dfrac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \dfrac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon_2} \dfrac{\epsilon^2}{k} & (3.10d) \\ C_\mu = 0{,}09 \ ; \ \sigma_k = 1 \ ; \ C_{\epsilon_1} = 1{,}44 \ ; \ C_{\epsilon_2} = 1{,}92 \ ; \ \sigma_\epsilon = 1{,}3 & (3.10e) \end{cases}$$

Le calage des constantes du modèle est réalisé par comparaison à des expériences canoniques pour lesquels les équations se simplifient (sous certaines hypothèses). Ainsi la constante C_{ϵ_2} peut être déterminée en situation de turbulence homogène isotrope et les constantes C_μ et C_{ϵ_1} par l'analyse du cisaillement turbulent en couche limite turbulente bidimensionnelle, plane en moyenne. Afin de décrire la couche limite, Launder et Spalding présentent, dans leur article, les lois de paroi pour la modélisation haut-Reynolds et font également la synthèse de l'extension du modèle $k-\epsilon$ pour les faibles nombres de Reynolds turbulents (présentée par Jones and Launder [1972]).

Afin d'améliorer le comportement du modèle de turbulence en proche paroi et prédire plus précisément les décollements, Wilcox [1988] propose de transporter une fréquence caractéristique des grandes échelles $\omega = \epsilon/k$ en place du taux de dissipation ϵ. Le modèle, comme le précédent, est d'ordre 1, avec un schéma constitutif linéaire et il est régi par les équations (3.11). Il est donné pour un écoulement compressible. On remarquera cependant qu'avec l'hypothèse d'incompressibilité, il peut se mettre sous une forme identique au modèle $k-\epsilon$ de Launder and Spalding [1974].

$$\begin{cases} -\rho\overline{u_i u_j} = \mu_T \left(\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} - \dfrac{2}{3} \dfrac{\partial \overline{U}_k}{\partial x_k} \right) - \dfrac{2}{3}\rho k \delta_{ij} & (3.11a) \\ \mu_T = \gamma^* \dfrac{\rho k}{\omega} & (3.11b) \\ \dfrac{\partial \rho k}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho \overline{U}_j k}{\partial x_j} = -\rho\overline{u_i u_j} \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \dfrac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \beta^* \rho k \omega & (3.11c) \\ \dfrac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho \overline{U}_j \omega}{\partial x_j} = -\dfrac{\gamma \rho \omega}{k} \overline{u_i u_j} \dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \dfrac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - \beta \rho \omega^2 & (3.11d) \\ \beta = 3/40 \ ; \ \beta^* = 9/100 \ ; \ \gamma = 5/9 \ ; \ \gamma^* = 1 \ ; \ \sigma = 1/2 \ ; \ \sigma^* = 1/2 & (3.11e) \end{cases}$$

Afin de tirer parti des bonnes performances en terme de résultats et de stabilité du modèle $k-\omega$ de Wilcox et de s'affranchir de sa forte dépendance aux conditions d'écoulement libre, Menter [1994] propose d'associer les modèles $k-\omega$ et $k-\epsilon$ pour former un nouveau modèle qu'il nomme $k-\omega$ BSL . L'approche repose sur la ré-écriture de l'équation de transport de ϵ avec les variables k et ω, faisant apparaître un terme croisé $\dfrac{\partial k}{\partial x_j}\dfrac{\partial \omega}{\partial x_j}$ supplémentaire par rapport à l'équation de transport de ω du modèle $k-\omega$. L'utilisation d'une fonction de transition (blending function) F_1 dépendante de la distance à la paroi permet d'associer les deux formulations ($k-\omega$ et $k-\epsilon$) de manière à tendre vers un modèle $k-\omega$ en proche paroi et $k-\epsilon$ dans l'écoulement libre.

Menter présente également dans cet article une variante du modèle qu'il nomme $k-\omega\ SST$ pour « Shear Stress Transport ». Il ré-écrit dans ce cas l'expression du terme de viscosité de turbulence afin de tenir compte de l'hypothèse de Bradshaw qui stipule que les contraintes de cisaillement dans une couche limite sont proportionnelles à l'énergie cinétique turbulente. En présence d'un gradient de pression adverse en couche limite, l'expression classique de la viscosité de turbulence tend à sur-estimer la contrainte de cisaillement et à retarder le décollement de couche limite. Le basculement vers la modélisation de Bradshaw permet de limiter ces effets. En complément, une fonction d'atténuation F_2 permet de désactiver progressivement cette formulation avec la distance à la paroi lorsque l'hypothèse n'est plus valable. La viscosité de turbulence retourne alors à sa formulation classique. Le modèle $k-\omega\ SST$ est donné par les équations (3.12) où chaque constante, notée génériquement ϕ, est donnée par $\phi = F_1\phi_1 + (1-F_1)\phi_2$ avec ϕ_1 la constante du modèle $k-\omega$ et ϕ_2 la constante du modèle dérivé du transport de $k-\epsilon$.

$$
\begin{cases}
-\rho\overline{u_i u_j} = \mu_T\left(\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} - \dfrac{2}{3}\dfrac{\partial \overline{U}_k}{\partial x_k}\right) - \dfrac{2}{3}\rho k\delta_{ij} & \text{(3.12a)} \\
\nu_T = \min\left(\dfrac{k}{\omega}; \dfrac{a_1 k}{\Omega F_2}\right) & \text{(3.12b)} \\
\dfrac{\partial \rho k}{\partial t} + \overline{U}_j\dfrac{\partial \rho k}{\partial x_j} = -\rho\overline{u_i u_j}\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_k\mu_T)\dfrac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \beta^*\rho k\omega & \text{(3.12c)} \\
\dfrac{\partial \rho\omega}{\partial t} + \overline{U}_j\dfrac{\partial \rho\omega}{\partial x_j} = -\dfrac{\gamma}{\mu_T}\overline{u_i u_j}\dfrac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_\omega\mu_T)\dfrac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] - \beta\rho\omega^2 & \\
\qquad + 2\rho(1-F_1)\sigma_{\omega_2}\dfrac{1}{\omega}\dfrac{\partial k}{\partial x_j}\dfrac{\partial \omega}{\partial x_j} & \text{(3.12d)} \\
a_1 = 0{,}31\ ;\ \beta^* = 0{,}09\ ;\ \kappa = 0{,}41 & \\
\sigma_{k_1} = 0{,}85\ ;\ \sigma_{\omega_1} = 0{,}5\ ;\ \beta_1 = 0{,}0750\ ;\ \gamma_1 = \dfrac{\beta_1}{\beta^*} - \dfrac{\sigma_{\omega_1}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} & \text{(3.12e)} \\
\sigma_{k_2} = 1{,}0\ ;\ \sigma_{\omega_2} = 0{,}856\ ;\ \beta_2 = 0{,}0828\ ;\ \gamma_2 = \dfrac{\beta_2}{\beta^*} - \dfrac{\sigma_{\omega_2}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} &
\end{cases}
$$

La formulation du modèle de turbulence $k-\omega$ SST de STAR-CCM+ repose sur ces équations et ces constantes. Il est enrichi d'un terme supplémentaire de correction de courbure dans le terme de production d'énergie cinétique turbulente. De plus, la viscosité de turbulence SST est ré-écrite avec le module du tenseur vitesse de déformation $|S| = \sqrt{2S:S}$ ($S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right)$) au lieu de la valeur absolue de la vorticité Ω et une contrainte de possibilité de réalisation (realizability constraint) est ajoutée (Durbin [1996]), avec pour objectif de solutionner l'anomalie du point d'arrêt (sur-production d'énergie cinétique turbulente à proximité de points d'arrêt).

URANS

L'approche aux équations de Reynolds instationnaire (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes - URANS) repose sur la décomposition RANS des équations de Navier-Stokes. Bien que, dans la plupart des cas, la moyenne d'ensemble fournisse un résultat indépendant du temps, il existe certaines conditions pour lesquelles ce n'est pas le cas. Dans le cas d'un écoulement périodique avec une solution forcée par les conditions aux

limites, toutes les réalisations présentent la même périodicité et la moyenne d'ensemble est une fonction périodique du temps et de l'espace (analogue à une moyenne de phase). L'approche URANS est justifiée dans ce cas s'il existe une séparation d'échelle entre les grandes échelles périodiques résolues et les échelles de turbulence (Fadai-Ghotbi [2007]).

Cependant, cette résolution instationnaire est utilisée dans une variété de cas beaucoup plus large que les écoulements strictement périodiques, et même dans des cas sans périodicité apparente. Cette utilisation s'est répandue sur des considérations pragmatiques en remarquant que, dans de nombreuses configurations, les grandeurs moyennes issues du moyennage temporel d'une simulation instationnaire sont plus précises que celles issues de la simulation stationnaire. De plus, la simulation instationnaire donne dans certaines configurations d'écoulement des fréquences caractéristiques satisfaisantes (Manceau [2019]).

La modélisation URANS peut, dans ce cas, être rapprochée de la modélisation utilisée pour la simulation aux grandes échelles (Large Eddy Simulation - LES), présentée dans la section suivante. Les équations prennent en effet la même forme, avec le même problème de modélisation des contraintes turbulentes non-résolues et elle permet la résolution des structures cohérentes les plus grandes. La principale différence entre les modèles URANS et LES est donné par la dépendance ou non du modèle de turbulence à une taille de filtre souvent contrôlée par le maillage. Dans ces conditions, la validité des modèles de turbulence peut être sérieusement remise en question puisqu'ils sont tous dérivés de situation de turbulence en équilibre.

Ces problèmes conceptuels, toujours ouverts à discussion, ont amené Spalart à affirmer que la modélisation URANS est vulnérable à la critique, car ses équations aux dérivées partielles sont connues, mais que le moyennage qu'elles représentent est inconnu en l'absence d'écart spectral entre les grandes échelles résolues et les échelles de turbulence (Spalart [2009]).

Simulation des grandes échelles (LES)

L'approche de simulation aux grandes échelles (Large Eddy Simulation - LES) repose sur le découpage des échelles spatiales en une partie résolue et une partie modélisée. L'idée de cette méthode est de calculer, par résolution des équations de Navier-Stokes, les grandes échelles de la turbulence et de modéliser les plus petites qui ont un comportement plus universel. Ainsi, les grandes structures, très caractéristiques de la configuration expérimentale, telle que la géométrie où le régime d'écoulement, sont capturées par la simulation tandis que les petites échelles sont modélisée, permettant ainsi un maillage beaucoup plus lâche que pour une simulation numérique directe où toutes les échelles doivent être résolues. De plus, par rapport aux simulations RANS, la partie modélisée est très réduite et tend vers des caractéristiques universelles, rendant la modélisation plus simple et moins critique.

La séparation des échelles se fait à l'aide d'un opérateur de filtrage spatial G_Δ normé, où Δ représente l'échelle caractéristique du filtre. A l'aide de ce filtre, une moyenne spatiale filtrée $\widetilde{f}$ de la grandeur f peut être définie par l'équation 3.13. Ce filtre doit pouvoir commuter avec les opérateurs de dérivation spatiale et temporelle.

$$\widetilde{f}(x,t) = \iiint G_\Delta(x,x',t) f(x',t) dx' \tag{3.13}$$

De manière similaire à la formulation de Reynolds, il est alors possible de décomposer la fonction instantanée f en une première contribution associée à la moyenne filtrée et une

contribution appelée fluctuation sous-maille (ou plus rarement fluctuation sous-filtre).

$$f(x,t) = \widetilde{f}(x,t) + f'(x,t) \tag{3.14}$$

La principale différence pour le développement des équations réside dans le fait que $\widetilde{(\widetilde{f})} \neq \widetilde{f}$ donc $\widetilde{f'} = \widetilde{f} - \widetilde{(\widetilde{f})} \neq 0$. Les équations aux moyennes spatiales filtrées peuvent alors se mettre sous la forme 3.15.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_i} = 0 & \text{(3.15a)} \\ \rho \left[\dfrac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial t} + \widetilde{U}_j \dfrac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} \right] = -\dfrac{\partial \widetilde{P}}{\partial x_i} + \mu \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \dfrac{\partial \rho \tau_{ij}}{\partial x_j} & \text{(3.15b)} \\ \tau_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j & \text{(3.15c)} \end{cases}$$

Le tenseur sous-maille τ_{ij}, comme le tenseur de Reynolds dans les équations RANS, représente les effets des petites échelles non résolues sur la dynamique des grandes échelles. De la même manière, les équations filtrées LES nécessitent un modèle de fermeture car il n'y a pas suffisamment d'équations pour résoudre le tenseur de sous-maille.

Plusieurs modélisations peuvent être utilisées. De manière classique, le tenseur de contraintes sous-maille est approximé par une hypothèse de viscosité turbulente (approximation de Boussinesq). Si la simulation est suffisamment bien résolue et que la fréquence de coupure se situe dans la zone inertielle du spectre de turbulence, le tenseur de contrainte sous-maille contribue quasi-exclusivement à la dissipation d'énergie cinétique. On remarquera que la formulation 3.16 est identique à la formulation utilisée pour les équations RANS (eq. 3.9) puisque $\frac{1}{2}\tau_{kk}$ représente l'énergie cinétique modélisée.

$$-\tau_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{kk}\delta_{ij} = \nu_T \left(\frac{\partial \widetilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \tag{3.16}$$

Le modèle le plus ancien et largement utilisé est le modèle de Smagorinsky où la viscosité de turbulence est proportionnelle au taux de déformation local $|\widetilde{S}|$ et directement lié à la taille du filtre Δ (Smagorinsky [1963]). La viscosité de turbulence est alors donnée par l'équation 3.17. La taille du filtre en LES est dépendante du maillage et généralement estimée en prenant la racine cubique du volume de la maille ($\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$ pour un maillage cartésien).

$$\nu_T = (C_s \Delta)^2 \left| \widetilde{S} \right| = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2 \widetilde{S}_{ij} \widetilde{S}_{ij}} \tag{3.17}$$

Plusieurs problèmes se posent pour le modèle de Smagorinsky. Tout d'abord, il ne prend pas en compte la présence de parois, à proximité desquelles la viscosité turbulente doit être atténuée et tendre vers 0. Ce problème peut être résolu par l'ajout d'une fonction d'atténuation basée sur le travail de Van Driest [1956]. Ensuite, la formulation de Smagorinsky n'est pas universelle et la constante C_s doit être ajustée en fonction du type d'écoulement. Il a été rapporté dans la littérature que la valeur idéale de cette constante doit être ajustée entre 0,07 en écoulement de canal et 0,18 en turbulence homogène isotrope.

Germano et al. [1991] propose une méthode pour calculer la "constante" C_s de manière locale et dépendante du temps. Elle repose sur le filtrage des équations résolues avec

un filtre test de dimension supérieure au filtre de la simulation (environ 2 fois). Les caractéristiques du modèle (de Smagorinsky) peuvent alors être déterminées pour les petites échelles simulées (de tailles situées entre le filtre de simulation et le filtre de test) et extrapolées aux échelles modélisées.

Le modèle WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity), proposé par Nicoud and Ducros [1999] repose sur la même hypothèse de viscosité de turbulence. Cependant, afin de s'affranchir de loi de paroi et du calcul dynamique de constantes, et pour tenir compte également de la contribution de taux de rotation (en plus de taux de déformation) dans la calcul de la viscosité de turbulence, il propose de redéfinir le modèle avec une relation plus complète à la place du taux de déformation local $|\widetilde{S}|$ utilisé par Smagorinsky.

Malgré ces modélisations tenant compte des parois, certaines difficultés subsistent pour la simulation des couches limites en LES. La principale d'entre elles est la définition du maillage. En zone de proche-paroi, le maillage doit permettre une bonne résolution de la couche limite pour favoriser le développement des structures turbulentes de petite taille. Le maillage doit donc être généré très fin non seulement dans la direction orthogonale à la paroi mais aussi dans les deux autres directions. Cette contrainte peut ensuite être relâchée dans l'écoulement libre lorsque la séparation des grandes échelles énergétiques et des petites dissipatives est réalisée. Ce type de simulation est qualifiée de Quasi-DNS et requiert d'importantes ressources informatiques. De plus, les lois de parois permettant de s'affranchir de la résolution fine de la couche limite, peuvent être difficiles à élaborer car elles doivent être valables pour le mouvement instationnaire résolu par les équations filtrées et non plus en moyenne comme pour les équations RANS. On remarquera que ce problème se pose aussi pour la modélisation URANS.

DES

La formulation de la DES (Detached Eddy Simulation) a été présentée en 1997 par Spalart et al. [1997] avec pour objectif initial la simulation des écoulements massivement décollés à grand nombre de Reynolds. Elle repose sur une hybridation entre les modélisations RANS et LES. La modélisation RANS seule, manque de précision dans des situations de décollement massif et surtout ne permet pas de résoudre correctement la dynamique complexe d'un tel sillage. Cette absence, totale ou partielle, de données instationnaires rend impossible toute étude de phénomènes physiques instationnaires structuraux ou acoustiques qui peuvent apparaître. La modélisation LES, quant à elle, permet la résolution des grandes et moyennes échelles tourbillonnaires (contrôle par le maillage de la gamme d'échelles résolue) et donc l'analyse des physiques instationnaires dépendantes de l'écoulement. La problématique de cette modélisation ne repose pas dans la solution fournie mais dans son coût de réalisation (temps et mémoire), principalement du à la résolution de l'écoulement en proche paroi.

L'approche DES propose donc d'allier les qualités des deux méthodes ; à savoir l'efficacité de l'approche RANS en couche limite et la finesse de résolution des structures tourbillonnaires de la LES dans les zones d'écoulement décollé. L'idée de la DES est donc de prédire la séparation à l'aide de la formulation RANS et que la transition vers une formulation de type LES permette de résoudre la dynamique tourbillonnaire des couches cisaillées décollées. Travin et al. [2000] définit la DES dans sa version originale, comme une solution numérique instationnaire tridimensionnelle utilisant un modèle de turbulence unique, qui fonctionne comme un modèle sous-maille dans les zones où le maillage est suffisamment fin pour une simulation aux grandes échelles et comme un modèle RANS

ailleurs [1].

Cette hybridation d'un point de vue des équations est directe puisque les équations résolues par la formulation URANS et la formulation LES sont les mêmes. La différence entre les formulations est la nature du filtre (de taille constante en RANS et dépendante du maillage en LES) et par conséquent la modélisation du tenseur des contraintes non résolues. De manière pratique, un modèle de turbulence à viscosité de turbulence, développé pour les équations RANS, est sélectionné puis il est rendu dépendant au maillage au travers d'une longueur caractéristique $\widetilde{d}$. Le modèle de Spalart and Allmaras [1992] a été utilisé pour la première formulation de la DES, mais elle a été dérivée par la suite pour d'autres modèles de turbulence comme le $k-\omega$ SST de Menter par Strelets [2001].

Dans la formulation de Spalart, l'équation de transport de la viscosité turbulente $\widetilde{\nu}$ possède un terme de dissipation proportionnel à $(\widetilde{\nu}/d)^2$, où d représente la distance à la paroi la plus proche. Dans le modèle DES, cette longueur d est remplacée par $\widetilde{d}$ selon la formulation (3.18).

$$\begin{cases} \widetilde{d} = \min(d\ ;\ C_{DES}\ \Delta) & \text{(3.18a)} \\ \Delta = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) & \text{(3.18b)} \end{cases}$$

Où Δ_x, Δ_y et Δ_z représentent les tailles de mailles dans les trois directions de l'espace (formulation pour maillage cartésien, dérivable dans le cas général) et C_{DES} une constante du modèle.

Le modèle s'apparente au modèle Spalart-Allmaras RANS en proche paroi et bascule en mode LES dès que $C_{DES}\ \Delta$ devient supérieur à d. Comme la taille des mailles Δ_y, dans la direction orthogonale à la paroi peut devenir très petite en proche paroi et que l'objectif est de modéliser la couche limite attachée à l'aide de la formulation RANS, la longueur caractéristique du filtre est choisie en prenant la longueur maximale de la maille (et non la racine cubique comme c'est généralement le cas en LES). Cela empêche une transition prématurée vers la formulation LES, trop proche de la paroi, dans une région où le maillage ne peut en général pas supporter les petites échelles du fait de sa forte anisotropie.

La prise en compte de la taille du filtre dans l'équation de transport de la viscosité de turbulence renforce le terme de dissipation quand le maillage s'affine de manière à réduire la viscosité turbulente et donc l'influence des échelles modélisée sur la partie résolue. On notera également qu'en cas d'équilibre de la turbulence (Production = Dissipation), cette formulation SA-DES tend vers un modèle de Smagorinsky.

Pour le modèle $k-\omega$ SST, Strelets [2001] propose de manière analogue au modèle SA-DES de faire intervenir la taille de maille dans le terme de dissipation de l'énergie cinétique modélisée k. Pour le modèle $k-\omega$ (SST), le taux de dissipation de k peut être formulé de la manière suivante pour faire apparaître cette longueur caractéristique du modèle :

$$\epsilon = \beta^* k\omega = \frac{k^{3/2}}{\widetilde{l}} \qquad \text{avec} \qquad \widetilde{l} = \frac{k^{1/2}}{\beta^*\omega} \tag{3.19}$$

Pour basculer vers la formulation LES, il suffit donc de substituer la longueur $\widetilde{l}$ par la longueur $C_{DES}\ \Delta$. La formulation SST-DES peut donc s'obtenir en multipliant le terme

1. « A Detached-Eddy Simulation is a three-dimensional unsteady numerical solution using a single turbulence model, which functions as a sub-grid-scale model in regions where the grid density is fine enough for a large-eddy simulation, and as a Reynolds-averaged model in regions where it is not »

de dissipation de l'équation 3.12c par F_{DES} :

$$\rho\epsilon = \rho\beta^* k\omega F_{DES} \qquad \text{avec} \qquad F_{DES} = \max\left(\frac{\widetilde{l}}{C_{DES}\,\Delta}\;;\;1\right) \tag{3.20}$$

DDES

L'avantage des formulations DES est qu'elles ne sont sensibles qu'à la taille de maille locale pour contrôler la transition du modèle RANS vers le modèle LES. Cette simplicité peut cependant poser problème lorsque le maillage est mal contrôlé aux abords de la paroi. Lorsque le maillage est suffisamment lâche dans les directions parallèles à la paroi ($\Delta > \delta$), la modélisation RANS domine la zone de couche limite (même si la direction orthogonale présente une discrétisation très fine). Si le maillage est raffiné de manière très importante dans toutes les directions au sein de la couche limite ($\Delta < \frac{\delta}{20}$), la simulation tend vers une modélisation de type Wall Modeled LES (WMLES) qui permet de modéliser (avec la formulation RANS) la partie inférieure de la couche limite et transitionne vers la LES dans la zone log. Ce type de configuration présente les mêmes caractéristiques (avantages et inconvénients) que la WMLES, qui sont discutés peu après. La discrétisation posant un réel problème à la méthode DES est la discrétisation intermédiaire où la maillage est suffisamment fin pour limiter la viscosité de turbulence par la formulation LES mais trop grossier pour permettre le développement correct des structures de couche limite ($\Delta \simeq \delta$).

Ce défaut de modélisation peut provoquer des décollements induits par le maillage (Grid-Induced Separation). Cette observation a conduit Menter and Kuntz [2004] à proposer une formulation de la SST-DES avec une protection (shield) de la couche limite vis à vis du limiteur DES ($C_{DES}\,\Delta$). Il s'agit en fait d'ajouter une fonction de transition (blending funtion) permettant de laisser libre le limiteur DES en écoulement libre et de limiter son action en couche limite. La formulation proposée par Menter repose sur la fonction de transition F_2 du modèle SST avec la formulation suivante :

$$F_{DES} = \max\left(\frac{\widetilde{l}}{C_{DES}\,\Delta}(1 - F_2)\;;\;1\right) \tag{3.21}$$

Cet effet de séparation induite par le maillage est reliée à un déficit de contraintes modélisées (Modeled-Stress Depletion) par Spalart et al. [2006] qui explicite le phénomène, et propose une solution, basée sur celle de Menter, pour le modèle SA-DES. Il nomme cette nouvelle formulation Delayed DES (DDES), car elle retarde la transition de la modélisation RANS vers la modélisation LES.

IDDES

De par sa formulation, la modélisation (D)DES possède une zone dite « grise » de transition du mode RANS vers le mode LES. Dans cette zone de transition, le tenseur des contraintes modélisées perd de son influence au profit des contraintes résolues. La préoccupation principale pour cette modélisation est donc de savoir à quelle vitesse les structures turbulentes résolues vont se développer pendant et après la transition vers la LES. Cette question est d'importance cruciale pour la résolution des couches cisaillées décollées, en particulier avec le problème de déficit de contraintes modélisées déjà observé en couche limite.

La méthode Improved Delayed Detached Eddy Simulation (IDDES), proposée par Shur et al. [2008], tente de s'attaquer à la fois au problème des maillages ambigus mentionné précédemment, mais aussi aux problèmes rencontrés par la DES en mode WMLES. Pour leur modélisation, les auteurs distinguent deux cas limites de fonctionnement : une branche DDES et une branche WMLES. Ces deux situations sont reliées par une fonction de transition $\widetilde{f_d}$ dépendant du maillage et du contenu turbulent de la solution locale (pouvant fortement dépendre des conditions initiales et limites). La formulation de la branche DDES reçoit la formulation développée par Spalart et al. [2006] et la fonction de retard (delay) définie pour la DDES est inclue dans la fonction de transition entre les deux branches.

Dans le cas où la modélisation LES prend le relais de la modélisation RANS en couche limite (WMLES), le modèle est enrichi de deux fonctions f_b et f_e. La fonction f_b assure une transition rapide entre la couche modélisée (RANS) et la couche résolue (LES) afin de limiter la zone grise entre les deux modèles. La seconde fonction f_e nommée elevating function tend à contrer la réduction trop rapide des tensions de Reynolds dans cette zone de transition et sert donc à limiter le désalignement entre la zone logarithmique modélisée et la zone résolue. Cet écart entre les deux zones logarithmique (RANS et LES) n'est pas spécifique à la modélisation DES, mais commune à toutes les modélisations WMLES. Il n'est donc pas surprenant qu'il apparaisse dans la formulation originale (DES et DDES) qui n'a pas été prévue pour une résolution de couche limite.

Enfin, dans les deux cas, la taille du filtre Δ est redéfinie avec une dépendance à la fois aux dimensions minimales et maximales du maillage et à la distance à la paroi. Ce changement est opéré dans le but de résoudre le problème de variation de la constante de Smagorinsky en fonction de si l'écoulement est libre ou non et peut être appliqué en DES et en LES. Cette définition tend à réduire Δ en proche paroi et favorise une transition linéaire assez brutale entre les deux modes RANS et LES favorisant l'apparition d'instabilités, propices au développement des structures résolues.

3.4.2 Cas Simulé

Il apparaît donc que, pour la simulation envisagée, une simulation de la famille DES présente un bon compromis entre la résolution du sillage et de son contenu tourbillonnaire et le coût de calcul à engager. La simulation a été réalisée avec une formulation IDDES associée au modèle de turbulence SST-DES, reposant sur le modèle de Menter $k-\omega$ SST.

Domaine de simulation et maillage

L'origine du repère de simulation est placé au quart de corde de l'aile au niveau de l'emplanture. Toutes les positions et distances sont données par rapport à cette référence. Le domaine de simulation est borné sur quatre côtés par les parois de la veine d'essais de section 230 mm × 230 mm. La position des parois de la veine est donnée par les plans $z = 0\,\text{mm}$, $z = 230\,\text{mm}$, $y = -115\,\text{mm}$ et $y = 115\,\text{mm}$. Le domaine de simulation mesure 9 cordes de long (soit 720 mm), avec une frontière amont positionnée à 3 cordes de la référence et une frontière aval à 6 cordes.

Le maillage utilisé pour la simulation est de type non structuré avec des mailles polyédriques. Il a été réalisé à l'aide du mailleur intégré de STAR-CCM+. La résolution du maillage est contrôlée en fonction de l'intérêt porté à la zone d'étude et à son contenu en terme de structures tourbillonnaires. La taille de maille dans le domaine est fixée à

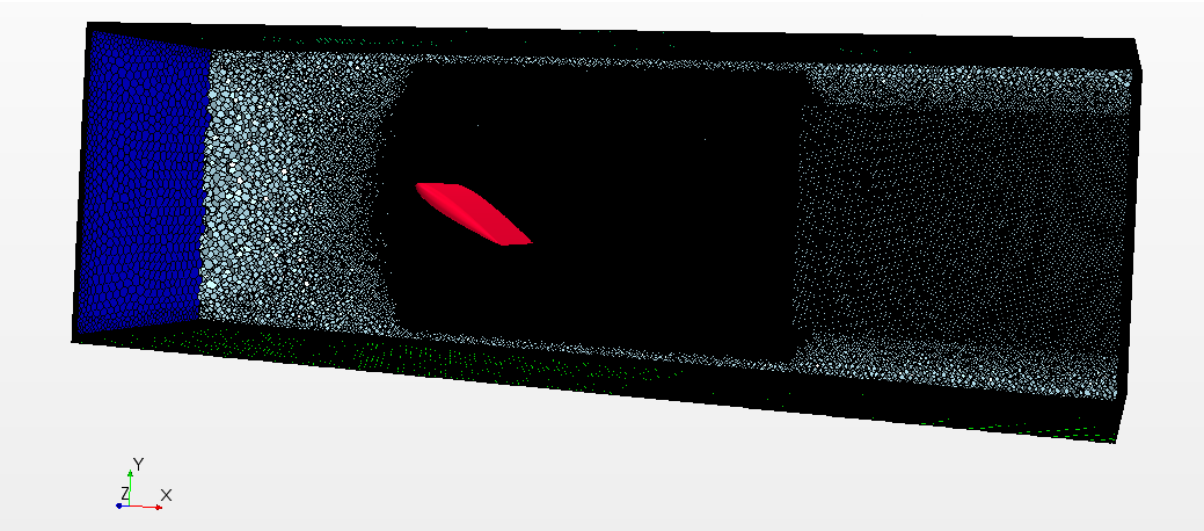


FIGURE 3.24 – Maillage de la simulation numérique

10 mm (en entrée de domaine) puis raffinée à 2 mm dans la zone autour de l'aile et dans l'ensemble du sillage afin de faire basculer la simulation de la modélisation RANS vers la modélisation LES. Enfin, dans la zone la plus fine, autour de l'aile et dans le sillage proche, la taille de maille est fixée à 1 mm. La transition de la formulation RANS vers la formulation LES est illustrée par la valeur de la fonction $\tilde{f}_d$ (Figure 3.25) qui bascule progressivement de la valeur 1 en RANS à la valeur 0 en LES.

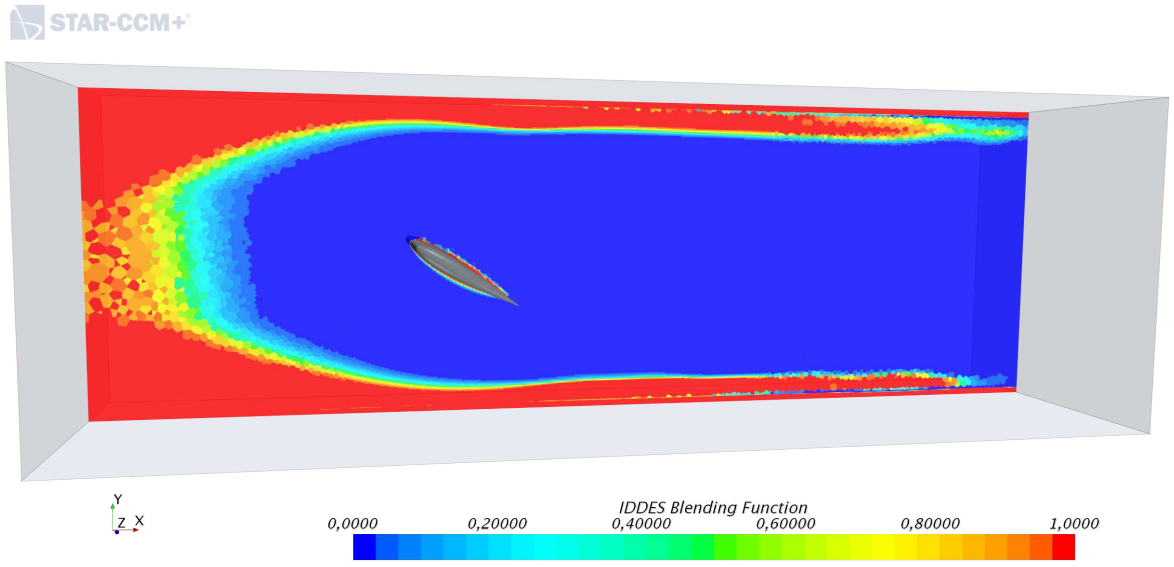


FIGURE 3.25 – Scalaire de transition de la modélisation RANS ($\tilde{f}_d = 1$) vers la modélisation LES ($\tilde{f}_d = 0$)

Le maillage de la zone d'écoulement est associé à un maillage prismatique de couche limite pour toutes les parois présentes dans le domaine de simulation. Pour l'ensemble des parois de la veine, le maillage de couche limite est composé de 42 mailles avec une progression géométrique de facteur 1,1 , pour une épaisseur totale de 5 mm. Pour le maillage autour de l'aile, la couche limite étant plus mince et le maillage externe plus raffiné, il est composé de 30 mailles avec de nouveau, une progression géométrique de facteur 1,1 ,

jusqu'à une épaisseur de 1 mm. Ce paramétrage permet de placer, pour toutes les parois, la première maille autour de $y^+ = 1$ et donc de simuler la couche limite à l'aide des équations RANS bas Reynolds (voir Figure 3.26).

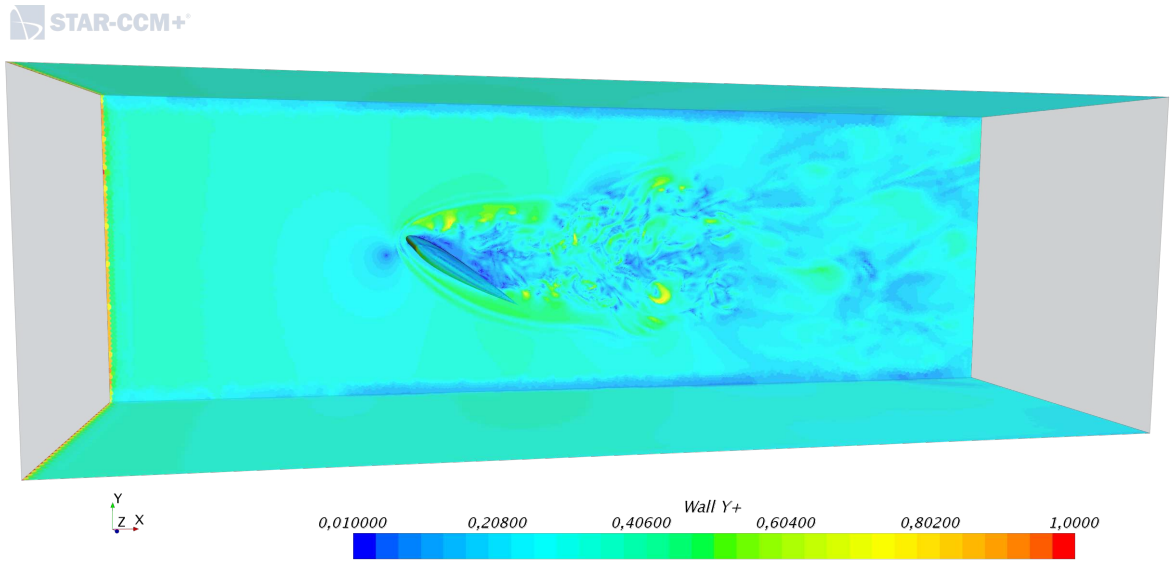


FIGURE 3.26 – Critère y^+ pour les parois de la simulation

Modélisation physique

La discrétisation du code STAR-CCM+ est basée sur une méthode des volumes finis. L'intégration temporelle implicite est réalisée à l'aide d'un schéma décentré d'ordre 2 et le terme convectif est discrétisé à l'aide d'un schéma hybride comme préconisé par Travin et al. [2002]. Cette hybridation permet de conserver un schéma décentré amont pour la zone RANS et un schéma centré en zone LES, propices à des performances optimales en terme de précision et stabilité dans les deux régions. Pour la simulation, l'hybridation est réalisée selon les paramètres de transition donnés par Travin et al. [2002], avec deux schémas du second ordre, l'un décentré amont et l'autre centré borné pour une stabilité optimale.

La résolution des équations est réalisée à chaque pas de temps de manière itérative à l'aide d'une méthode multigrille algébrique (algebraic multigrid method) afin d'optimiser la vitesse de convergence. L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) est utilisé pour assurer le couplage entre la pression et la vitesse.

La condition imposée aux parois est une condition d'adhérence. Aucun modèle de paroi n'est utilisé dans cette simulation : le modèle de turbulence RANS ($k-\omega$ SST) est intégré jusqu'à la paroi dont la première maille est située partout à $y^+ \leq 1$ (voir Figure 3.26). A la frontière amont, une condition de vitesse $U_\infty = 1{,}25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ est imposée et une pression constante est imposée sur la frontière aval.

Réalisation de la simulation

Afin d'obtenir une solution stable et finement discrétisée en temps, le pas de temps est fixé à 0,25 ms donnant globalement un nombre de Courant légèrement inférieur à 1. Afin d'accélérer l'établissement de l'écoulement, la solution est calculée successivement

sur trois maillages différents : dans un premier temps sur un maillage plus grossier puis le maillage est raffiné jusqu'aux conditions finales (présentées précédemment).

Dans les conditions finales, le domaine de simulation est composé de près de 27 millions de mailles et le calcul d'un pas de temps sur le calculateur Hulk [2] de l'université de Poitiers, avec 128 cœurs physiques, prend 142 s. 2050 heures (soit 85 jours) de calculs ont donc été nécessaires pour simuler 14 secondes d'écoulement, dont 9 s en configuration finale.

20 séries (espacées 20 ms) de 20 instants consécutifs ont été exportées sur des grilles cartésiennes régulières englobant les volumes de mesure expérimentaux pour l'évaluation des algorithmes de pression. Les efforts globaux, décomposés en une contribution de pression et une contribution visqueuse ont également été exportés ainsi que les efforts linéiques le long de 66 sections sur l'envergure du profil. Ces efforts ont été utilisés pour valider les calculs de force à partir de PIV et analyser la contribution de chaque section à la force globale sur le profil. Un volume de vitesse, 2,25 cordes en aval du quart de corde du profil, a également été extrait pour l'évaluation des forces.

2. 58 lames de calcul bi-socket avec des processeurs Intel Xeon Sandy Bridge E5-4650 (8 cœurs, 2,7GHz) et 32 Go de mémoire par lame

Chapitre 4

Analyse de l'écoulement et du couplage fluide-structure

Sommaire

4.1 Topologie de l'écoulement 110
4.1.1 Comparaison PIV-Numérique 113
4.1.2 Ecoulement moyen 117
4.1.3 Dynamique instationnaire 118
4.2 Comparaison entre l'écoulement autour d'un profil d'aile rigide et l'écoulement autour d'un profil d'aile flexible 121
4.3 Déformation de la structure 131
4.4 Analyse du couplage fluide-structure 133
4.5 Conclusion et perspectives 140

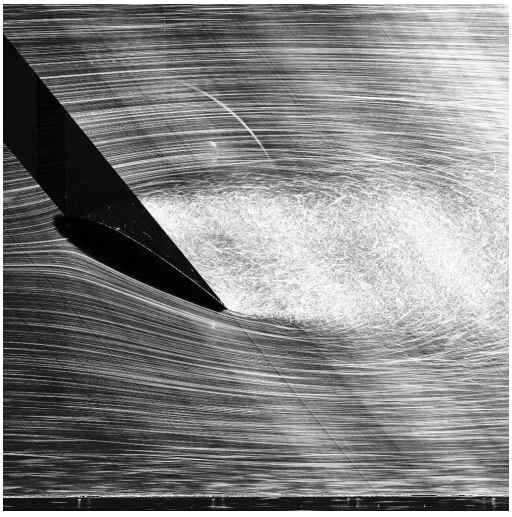
Ce chapitre s'attache dans un premier temps à décrire l'écoulement observé autour d'un profil d'aile rigide à l'aide des différentes mesures effectuées et de la simulation numérique réalisée. Dans un second temps, la comparaison entre l'écoulement autour du profil rigide et celui autour du profil flexible est examinée. Ensuite la déformation de l'aile est analysée dans les cas rigide et flexible puis le couplage existant entre le fluide et la structure est discuté dans une quatrième section.

4.1 Topologie de l'écoulement

L'écoulement étudié est celui autour d'une aile symétrique NACA0015 d'allongement 1,75 placée à incidence de 30°. Les visualisations par éléments de trajectoire (« streaks »), présentées sur la Figure 4.1, permettent d'observer l'organisation globale de l'écoulement. Dans cette configuration, il apparaît une séparation au niveau du bord d'attaque et une vaste zone de recirculation qui se met en place sur l'extrados et dans le sillage du profil. Les visualisations permettent d'évaluer qualitativement la réduction de la longueur de cette zone de recirculation de l'emplanture vers le saumon. En effet, proche de l'emplanture, ce bulbe de recirculation s'étend au delà de 1,5 corde en aval du bord de fuite et se réduit progressivement le long de l'envergure puis très fortement au delà de $z = 100\,\text{mm}$. Cette réduction accrue est associée à l'influence très forte dans cette région de l'extrémité libre et la mise en place du tourbillon marginal qui peut être observé sur les planches de $z = 110\,\text{mm}$ à $z = 150\,\text{mm}$. En effet, dès la planche $z = 110\,\text{mm}$, on peut remarquer les trajectoires enroulées sur l'extrémité droite de l'image au niveau de la couche cisaillée inférieure. Au fur et à mesure que le plan de mesure est ramené vers l'extrémité libre, la zone de forte agitation et de rotation associée au tourbillon marginal s'intensifie et se rapproche de l'aile. Ces observations traduisent la formation du tourbillon marginal au niveau de l'extrémité libre (autour du plan $z = 140\,\text{mm}$) très proche du profil. Le cœur tourbillonnaire se propage ensuite vers l'aval en rentrant derrière le profil, dans le sillage. Cette tendance se traduit par la chute d'intensité lumineuse (associée au mouvement de rotation) dans le plan $z = 140\,\text{mm}$ à l'extrémité droite de l'image. La zone de forte intensité proche du profil en $z = 140\,\text{mm}$ se propage vers l'aval dans les plans voisins $z = 130\,\text{mm}$ et $z = 120\,\text{mm}$.



(a) plan 20 mm



(b) plan 30 mm



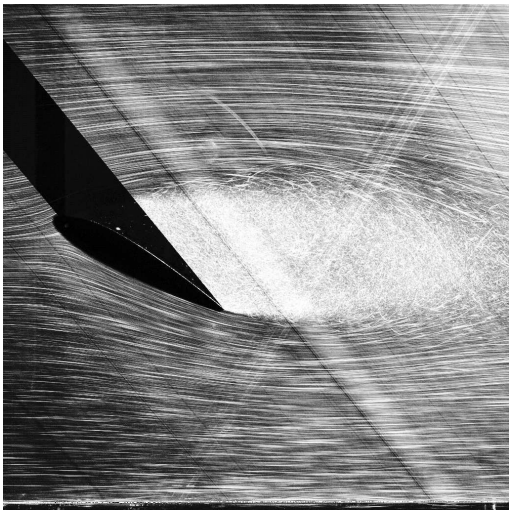
(c) plan 40 mm



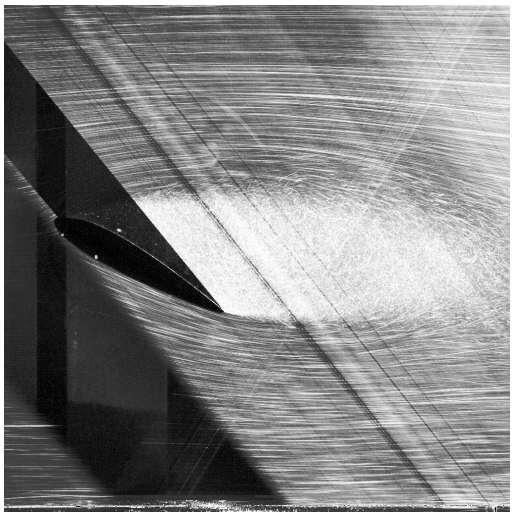
(d) plan 50 mm



(e) plan 60 mm



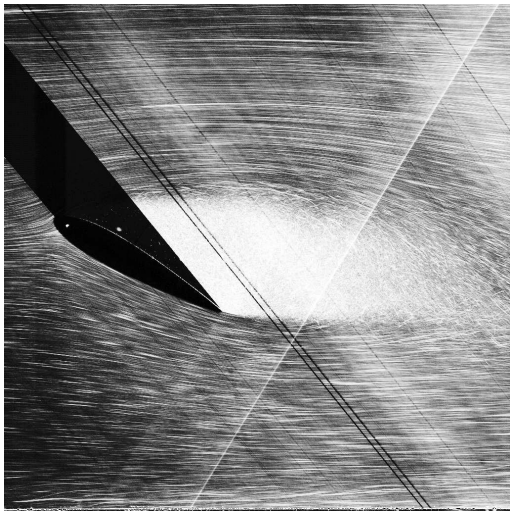
(f) plan 70 mm



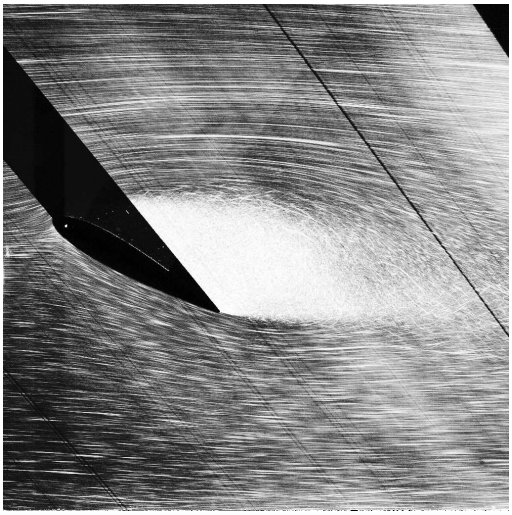
(g) plan 80 mm



(h) plan 90 mm



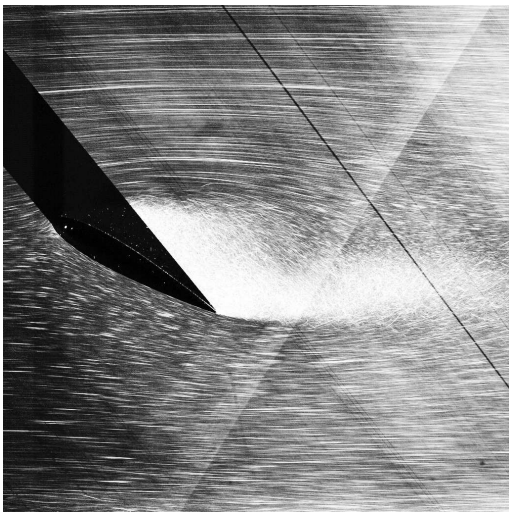
(i) plan 100 mm



(j) plan 110 mm



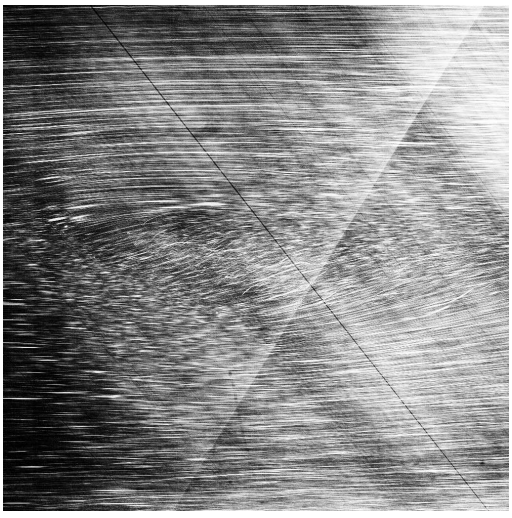
(k) plan 120 mm



(l) plan 130 mm



(m) plan 140 mm



(n) plan 150 mm

FIGURE 4.1 – Visualisation de l'écoulement par éléments de trajectoire (« streaks »)

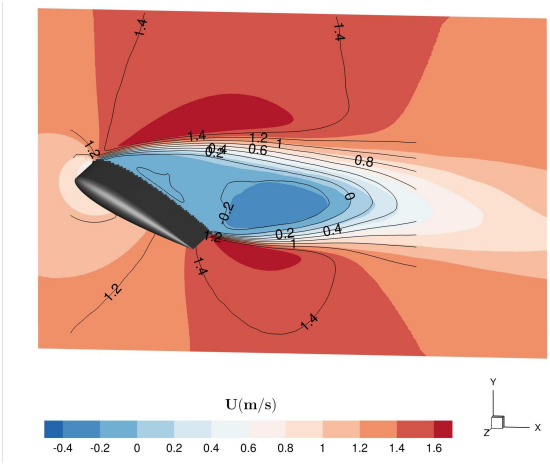
4.1.1 Comparaison PIV-Numérique

Afin d'analyser l'écoulement dans son ensemble, la simulation numérique est de grande aide. Il s'agit donc dans cette section de s'assurer que l'écoulement simulé est en correspondance étroite avec l'écoulement expérimental. Pour s'assurer de cette concordance, les statistiques d'ordre 1 (moyenne) et d'ordre 2 (RMS) issues de la simulation sont comparées aux statistiques issues de la Stéréo-PIV dans les plans de mesure. Les statistiques de la Stéréo-PIV sont utilisées ici plutôt que celles issues de la Tomo-PIV car les séries temporelles sont plus longues (environ 20000 champs) et complètement exploitées. L'intervalle de confiance des estimateurs statistiques est donc meilleure. Les moyennes et RMS sont présentées sur les Figures 4.2, 4.3 et 4.4, respectivement pour les plans de mesure 70 mm, 105 mm et 140 mm. Les cartes de couleurs correspondent à la donnée numérique et les lignes de niveau noires à la donnée PIV.

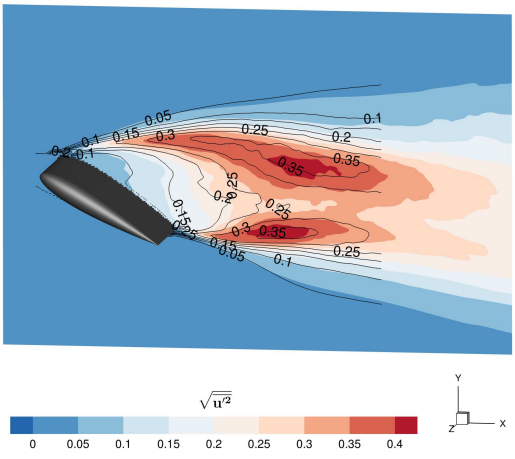
L'analyse de la composante axiale (axe x) montre un très bon accord entre la simulation numérique et la PIV. Toutefois, on remarque que les survitesses moyennes expérimentales au-dessus et en-dessous du profil sont légèrement inférieures à la simulation (Figures 4.2a, 4.3a et 4.4a). Ce léger écart est probablement dû au fait qu'en raison de pertes de charges introduites dans la veine d'essais, la vitesse infinie expérimentale est légèrement inférieure à la valeur numérique. Un développement des couches limites sur les parois de la veine, différent entre l'expérience et la simulation, peut également introduire des variations de ce type.

La topologie en moyenne et en RMS de la simulation numérique est très fidèle à l'expérience et les niveaux sont en bon accord malgré quelques petits écarts. On peut cependant remarquer des écarts légèrement plus importants sur la composante W qui sont très probablement dus aux incertitudes de la Stéréo-PIV, plus élevées dans cette direction. De légères oscillations spatiales sont, en effet, présentes dans les champs RMS et particulièrement visibles dans les zones de faible amplitude. Elles sont principalement observables sur la Figure 4.3e au niveau du bord d'attaque, sur la Figure 4.3f à l'intrados proche du bord de fuite ainsi que sur la Figure 4.4e où les oscillations sont visibles sur la moyenne à l'intrados et sur la RMS (Figure 4.4f). Les modèles de caméra utilisés pour cette expérience sont des modèles sténopé avec correction de distorsion (cf 1.2.3). Une petite perte de fidélité des modèles entraîne un défaut de mise en correspondance qui se traduit par un écart significatif sur la composante hors plan de la vitesse.

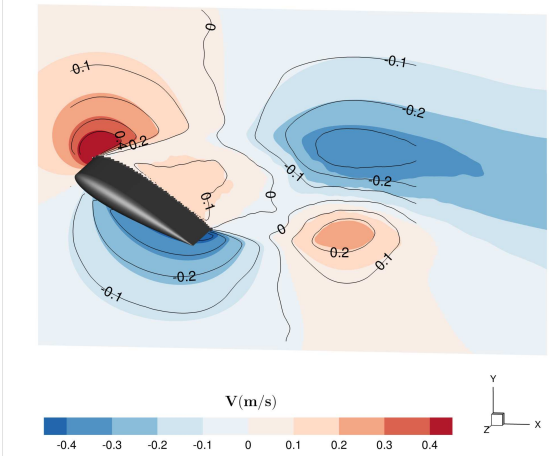
Malgré les quelques petits écarts, le bon accord global entre la simulation numérique et l'expérience de Stéréo-PIV nous permet d'étudier la topologie globale de l'écoulement à l'aide de la simulation numérique.



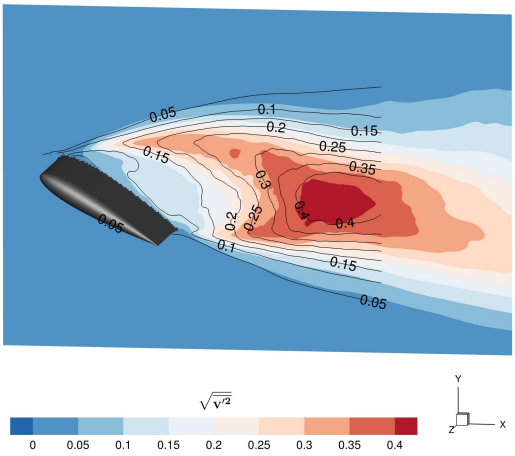
(a) Vitesse moyenne U



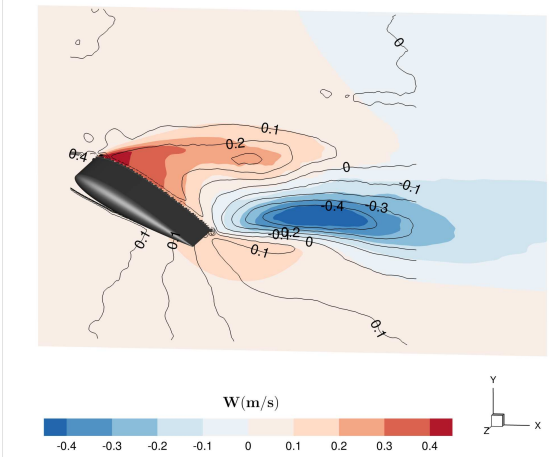
(b) RMS de la vitesse U



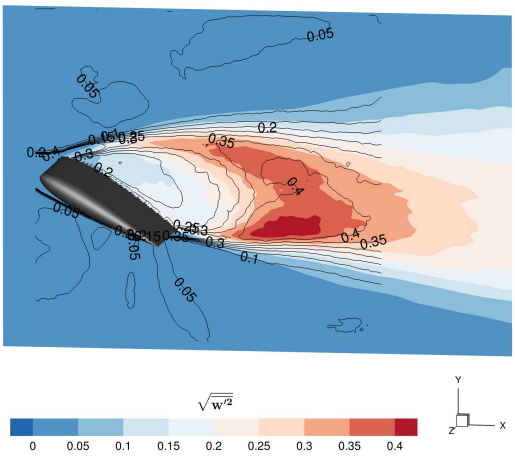
(c) Vitesse moyenne V



(d) RMS de la vitesse V

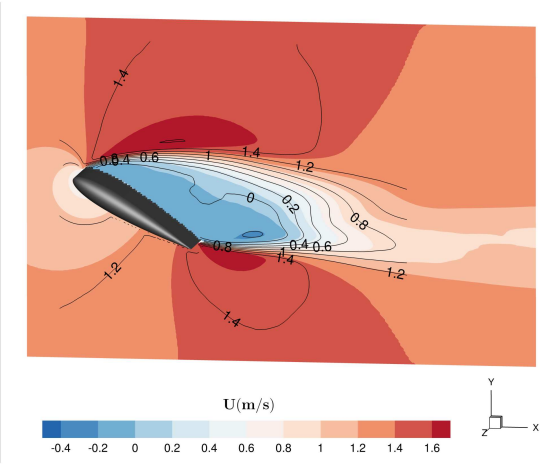


(e) Vitesse moyenne W

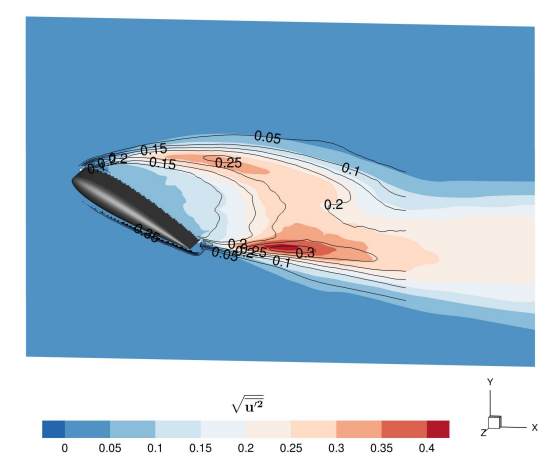


(f) RMS de la vitesse W

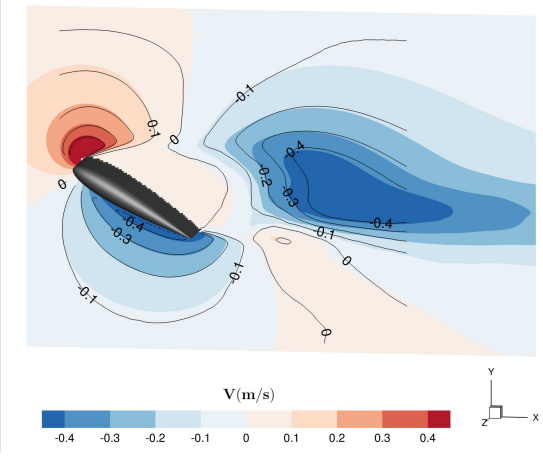
FIGURE 4.2 – Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 70 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV



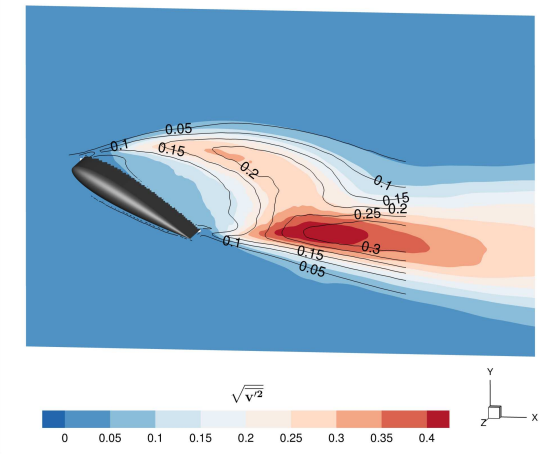
(a) Vitesse moyenne U



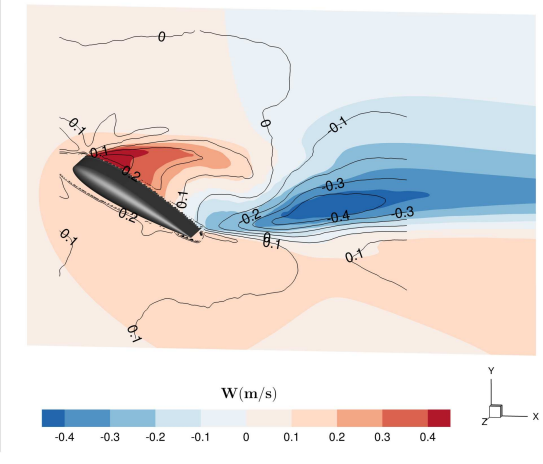
(b) RMS de la vitesse U



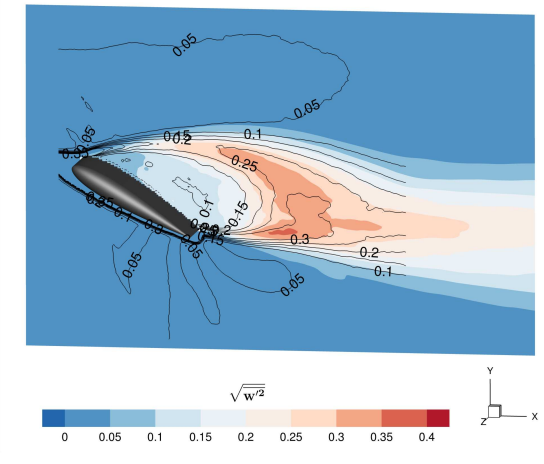
(c) Vitesse moyenne V



(d) RMS de la vitesse V

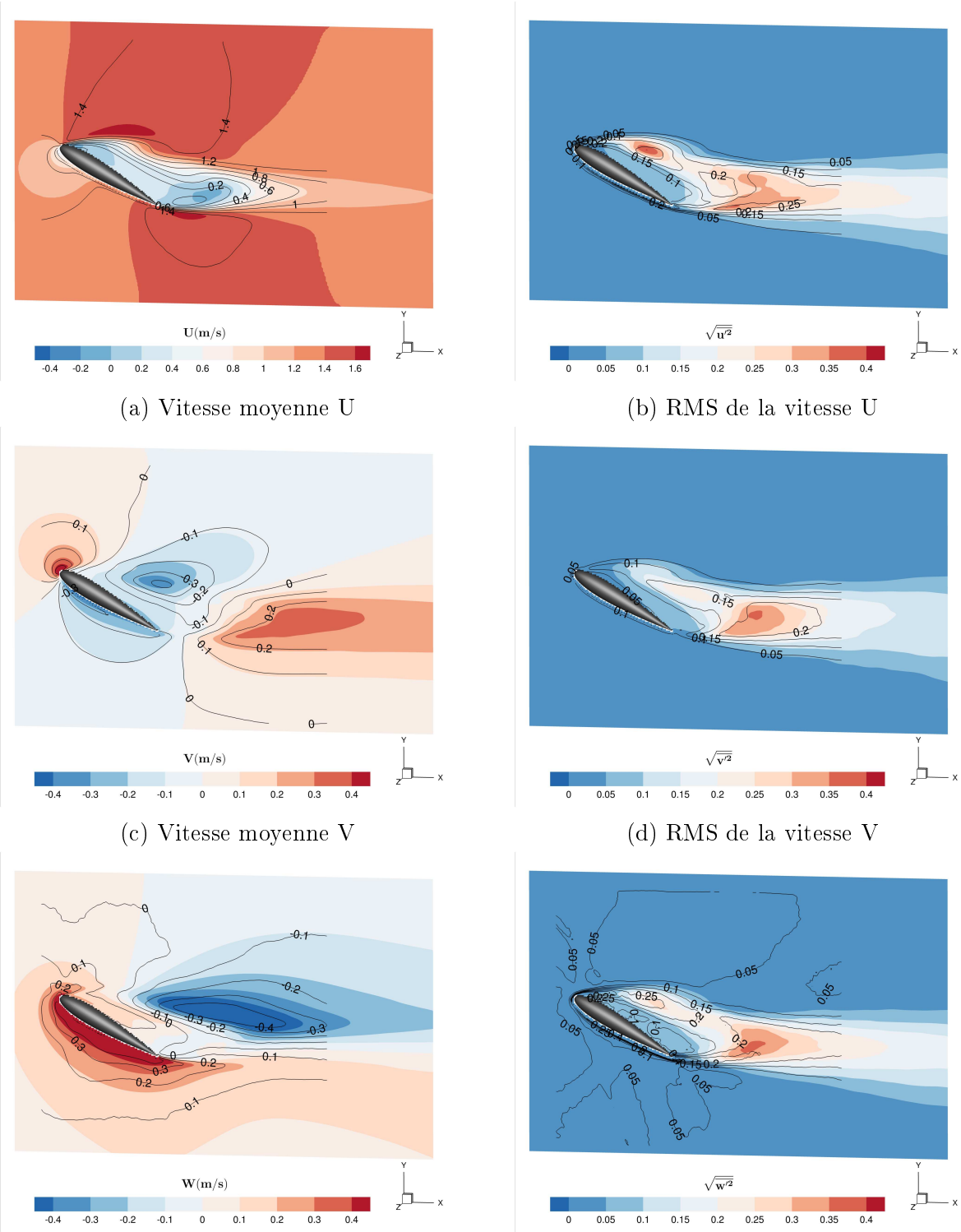


(e) Vitesse moyenne W



(f) RMS de la vitesse W

FIGURE 4.3 – Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 105 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV



(a) Vitesse moyenne U

(b) RMS de la vitesse U

(c) Vitesse moyenne V

(d) RMS de la vitesse V

(e) Vitesse moyenne W

(f) RMS de la vitesse W

FIGURE 4.4 – Champs des vitesse moyennes (gauche) et RMS (droite) pour le plan 140 mm : les cartes de couleurs correspondent à la simulation numérique et les lignes de niveau noires à la Stéréo-PIV

4.1.2 Ecoulement moyen

La topologie de l'écoulement moyen est analysée à l'aide de la simulation numérique puisqu'elle donne accès non seulement aux trois volumes de mesure Tomo-PIV mais aussi au reste de l'écoulement. Les moyennes des trois composantes de vitesse sont représentées sur les Figures 4.5, 4.6 et 4.7. Des iso-surfaces de vitesse sont représentées en transparence afin de visualiser l'organisation spatiale de l'écoulement.

Des iso-surfaces de vitesse axiale (axe x) sont présentées à la Figure 4.5. Les enveloppes représentées indiquent les niveaux $-0{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $-0{,}25\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $0{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Le critère $U = 0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ délimite la zone de recirculation qui s'étend jusqu'à $z = 110\,\mathrm{mm}$ sur le profil et $z = 140\,\mathrm{mm}$ dans le sillage. Cette zone de recirculation est très intense proche de l'emplanture, dans une zone au comportement globalement bidimensionnel avec des vitesses de retour allant jusqu'à $U = -0{,}57\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. On observe un raccourcissement de cette zone de recirculation de l'emplanture vers le saumon ainsi qu'un rapprochement du cœur des fortes vitesses négatives de 1,25 corde en aval du quart de corde à l'emplanture jusqu'à 0,9 corde proche du saumon. Ces tendances sont également observables sur les plans de coupe sur les Figures 4.2a, 4.3a et 4.4a. Cette représentation permet d'identifier la position du tourbillon marginal, zone de fort déficit de vitesse axiale. On remarque ainsi qu'il se forme au niveau du saumon et qu'il rentre dans le sillage de l'aile pour atteindre une position proche de $z = 110\,\mathrm{mm}$.

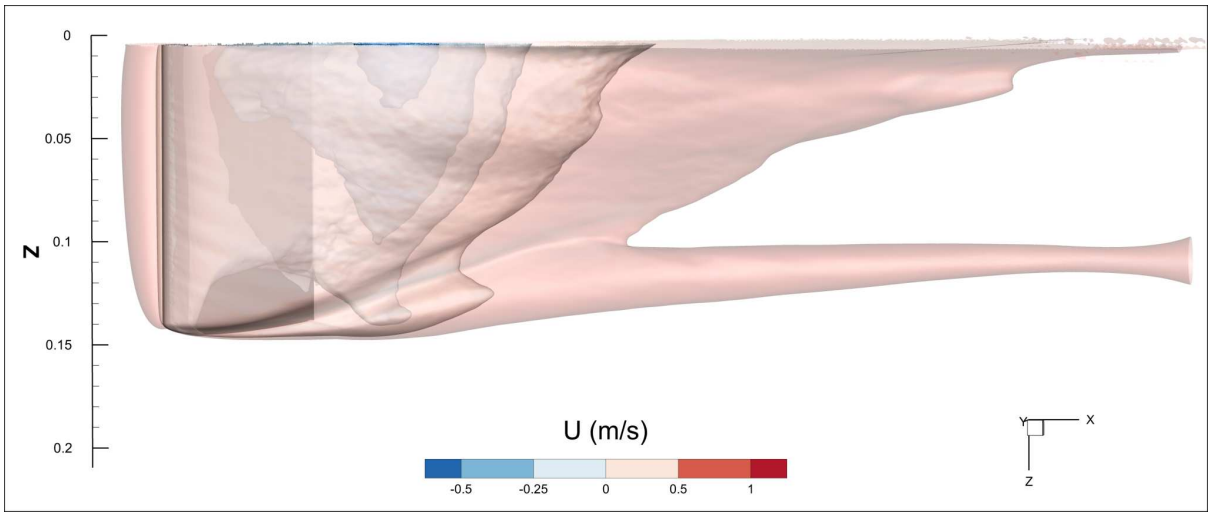


FIGURE 4.5 – Champ de vitesse moyenne axiale (axe x) issu de la simulation numérique

Le tracé de la vitesse verticale (Figure 4.6) permet de mettre en évidence les zones de contournement du profil. On observe une forte vitesse positive au niveau du bord d'attaque et une forte vitesse négative au niveau du bord de fuite à l'intrados sur l'ensemble de l'envergure traduisant le contournement vertical de l'aile. En aval de l'aile, le signe de la vitesse verticale s'inverse au niveau où le fluide rentre dans le sillage. Les fortes vitesses verticales positives au bout du saumon montrent le contournement du fluide en bout d'aile à l'origine de la formation du tourbillon marginal qui signe par une paire de zones de vitesses positives et négatives alignées avec l'écoulement dans le sillage. Ces zones de vitesse verticale associées au tourbillon marginal sont visibles sur les plans de coupe $z = 105\,\mathrm{mm}$ et $z = 140\,\mathrm{mm}$ des Figures 4.3c et 4.4c avec respectivement, dans le sillage, une forte vitesse négative et une forte vitesse positive, preuves de la rotation associée à ce tourbillon.

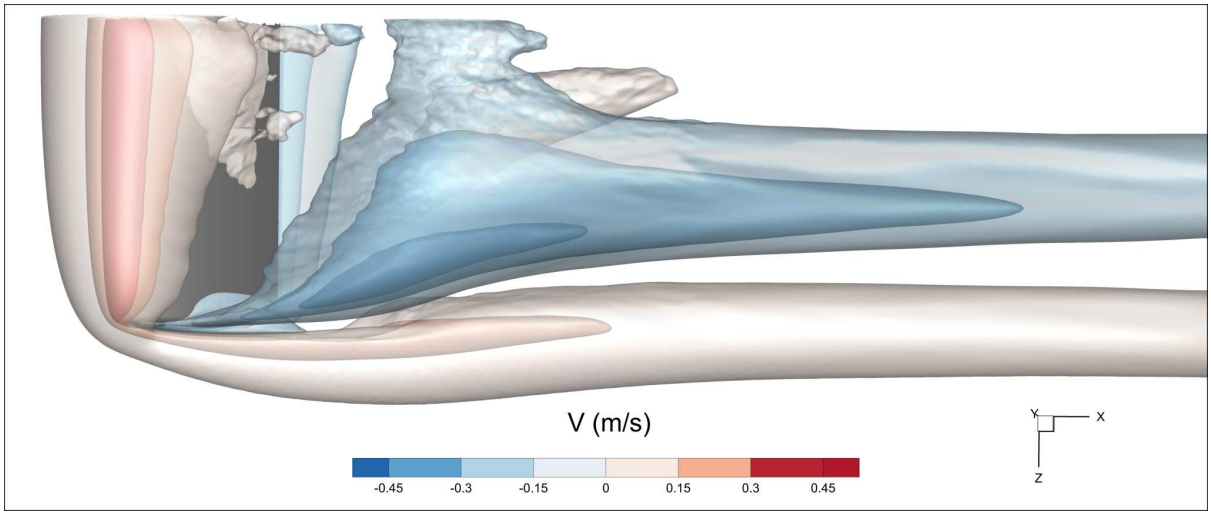


FIGURE 4.6 – Champ de vitesse moyenne verticale (axe y) issu de la simulation numérique

La carte des vitesses transversales (Figure 4.7) met en lumière, en association avec la carte des vitesses verticales le contournement du fluide au niveau du saumon et l'apparition du tourbillon marginal. Elle permet d'observer l'organisation tridimensionnelle de la zone de recirculation. Une zone de forte vitesse positive (en direction du saumon), qui vient alimenter le tourbillon de bout d'aile, est présente proche du bord d'attaque près de la paroi du profil. A l'inverse, plus loin dans le sillage, au niveau du bord de fuite, la vitesse transversale négative ramène le fluide vers la base du profil (Figure 4.3e). Une zone proche de l'emplanture, d'environ 50 mm de long, présente des niveaux de vitesse transversale très faibles et traduit une organisation quasi-bidimensionnelle.

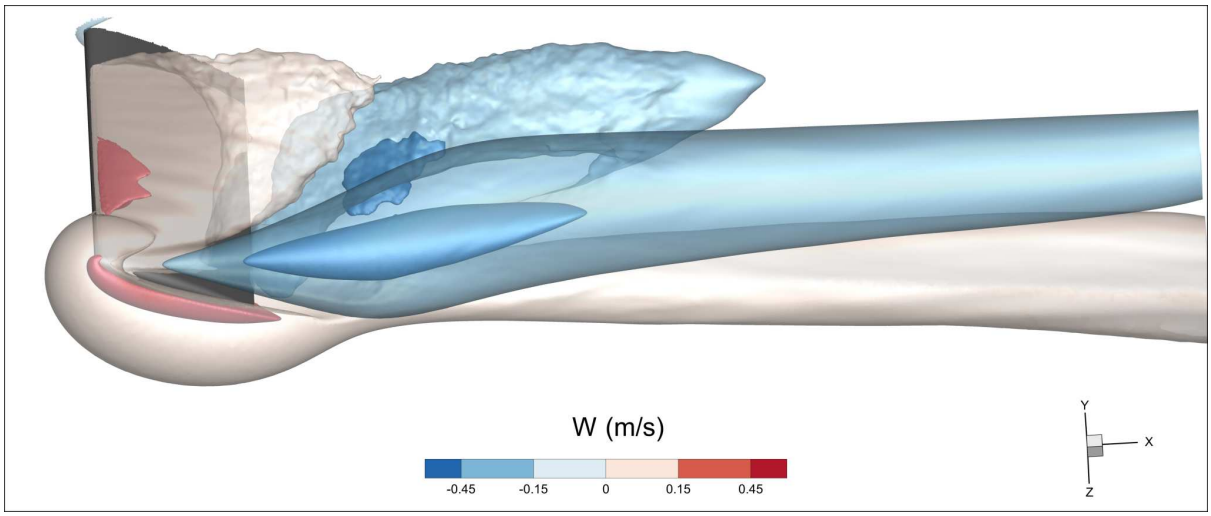


FIGURE 4.7 – Champ de vitesse moyenne transversale (axe z) issu de la simulation numérique

4.1.3 Dynamique instationnaire

Les champs moyens présentés précédemment sont issus d'une dynamique fortement instationnaire. L'analyse des vitesses moyennes a permis d'identifier les flux principaux

et persistants. La dynamique instationnaire peut, quant à elle, être étudiée à l'aide des champs instantanés et des RMS de la vitesse dont les valeurs élevées sont généralement la signature de passages fréquents de tourbillons. La zone proche de l'emplanture identifiée précédemment comme quasi-bidimensionnelle présente des lâchers tourbillonnaires alternés de type Karman turbulent qui se traduisent par une alternance, dans le sillage, de zones de vitesses verticales positives et négatives, visibles dans le plan $z = 20\,\text{mm}$ (Figure 4.8). Cette organisation bidimensionnelle disparaît très vite le long de l'envergure puisque cette structuration de l'écoulement n'est plus visible dans le plan $z = 70\,\text{mm}$ (Figure 4.9).

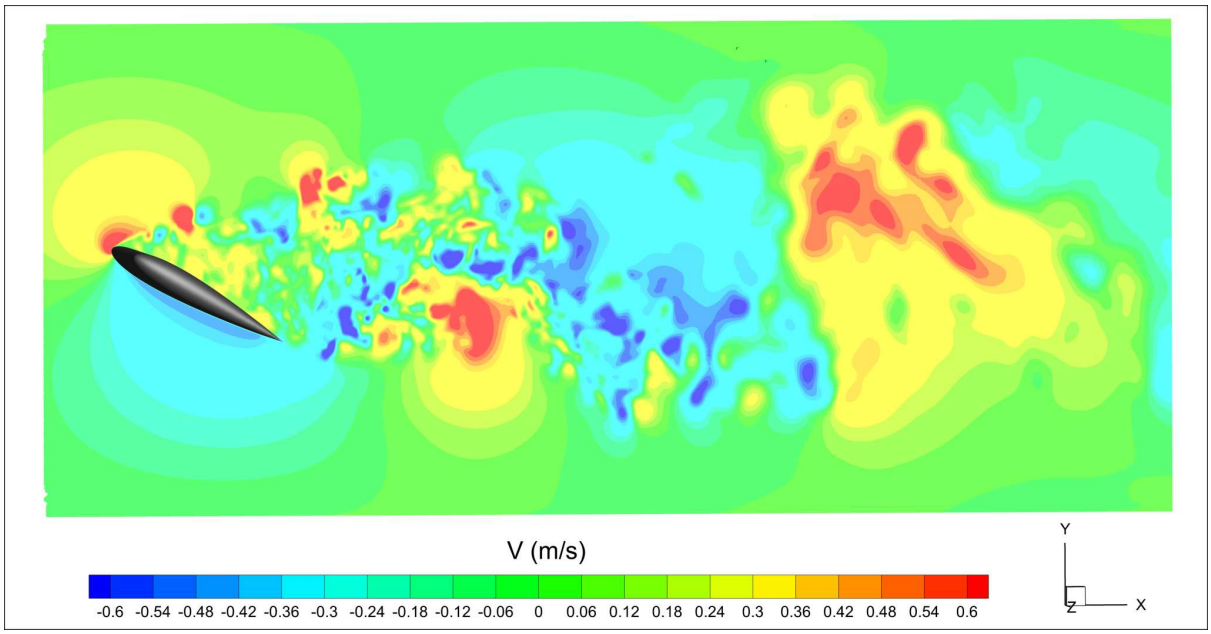


FIGURE 4.8 – Vitesse verticale dans le plan $z = 20\,\text{mm}$ issu de la simulation numérique

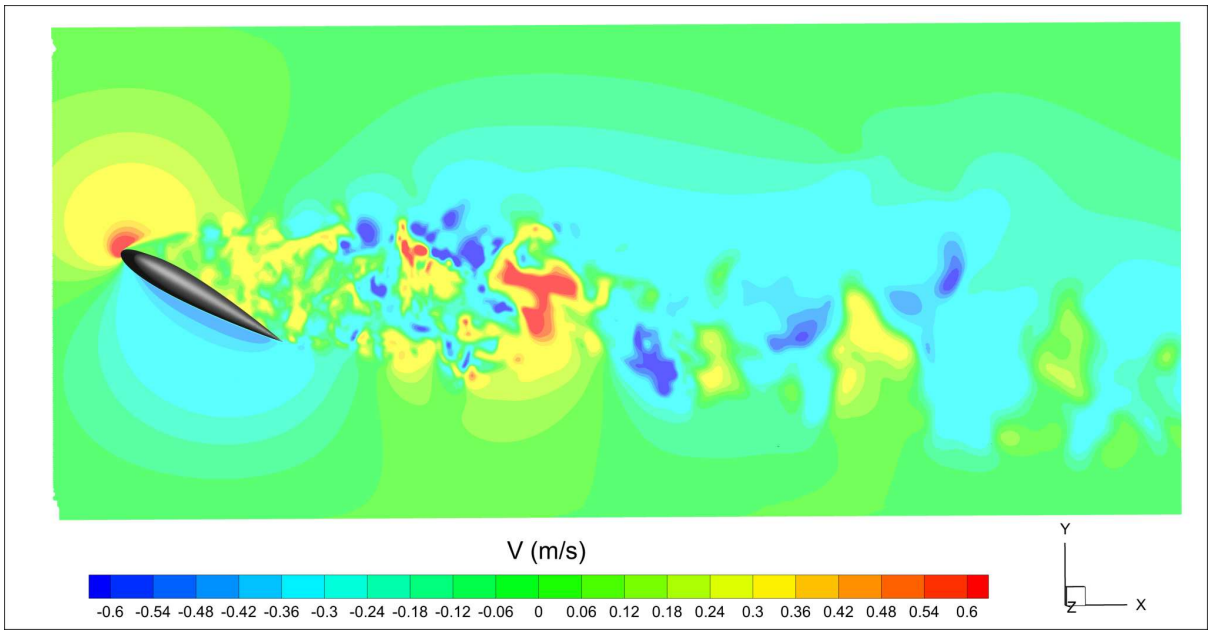


FIGURE 4.9 – Vitesse verticale dans le plan $z = 70\,\text{mm}$ issu de la simulation numérique

Cette organisation dans le sillage proche de la paroi de l'emplanture est également

visible sur la représentation des structures tourbillonnaires, identifiées à l'aide d'un critère Q sur la Figure 4.10. On identifie ici cette allée alternée en observant l'altitude dans l'écoulement des paquets tourbillonnaires lâchés. Cette visualisation des structures tourbillonnaires permet d'observer les grandes caractéristiques instationnaires de l'écoulement. On peut tout d'abord constater qu'il existe un très grand nombre de structures cohérentes de tailles assez variées dans l'écoulement. Ces structures cohérentes tendent à grandir au fur et à mesure de leur advection dans le sillage et les structures de petite taille disparaissent progressivement. Cette observation doit cependant être nuancée au regard du maillage de simulation qui double de taille dans chaque direction autour de 3,125 corde en aval du quart de corde. Il devient alors moins adapté à la résolution de ces fines structures tourbillonnaires, dont les plus petites représentées ont un diamètre de l'ordre trois mailles (environ 3 mm). Cependant, les structures de petite taille ont déjà en grande partie disparu avant d'arriver à cette position.

En raison de la présence d'une zone de recirculation massive sur l'extrados de l'aile, de forts gradients de vitesse axiale apparaissent au niveau du bord d'attaque et du bord de fuite de l'aile. Des tourbillons, qui signent par un niveau de RMS élevé sur les Figures 4.2b, 4.3b et 4.4b, se forment dans les deux couches cisaillées, visibles sur les champs moyens de vitesse U (Figure 4.2a, 4.3a et 4.4a). Les structures tourbillonnaires de la couche cisaillée supérieure, visibles sur la Figure 4.10, se forment proche du bord d'attaque sur toute l'envergure de l'aile. Elles grandissent ensuite, advectées dans l'écoulement et perdent très vite la structuration bidimensionnelle, sous l'influence des structures présentes dans la zone de recirculation et sous l'action des structures précédemment lâchées. Enfin, on observe, sur la partie basse de la Figure 4.10, la présence du tourbillon de bout d'aile avec la présence de grandes structures cohérentes s'enroulant autour de celui-ci.

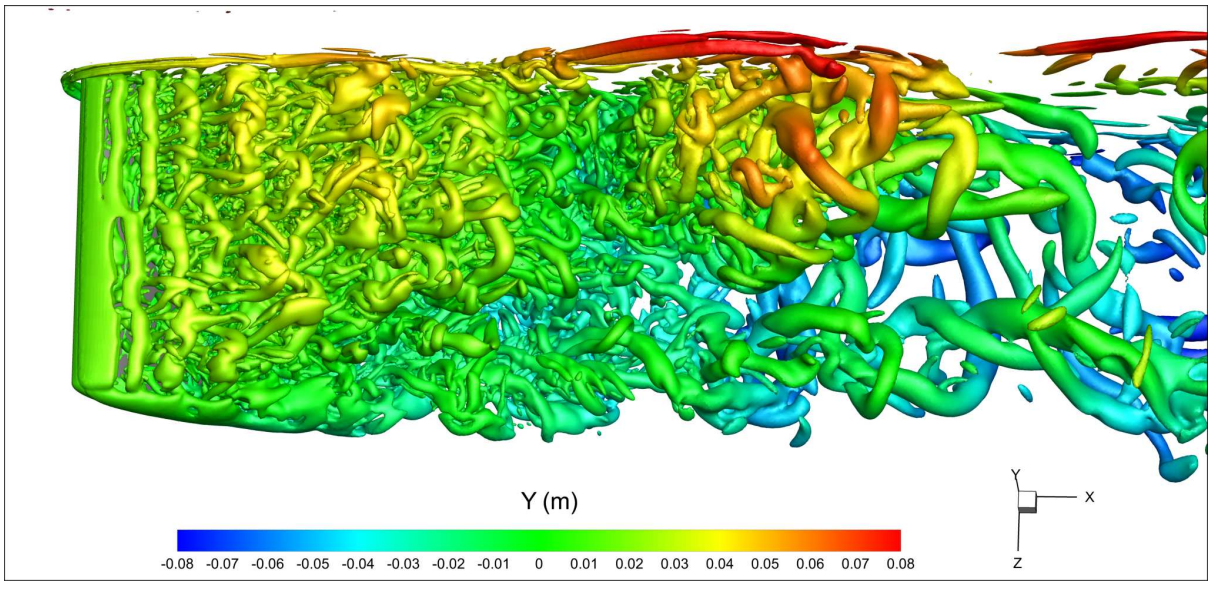
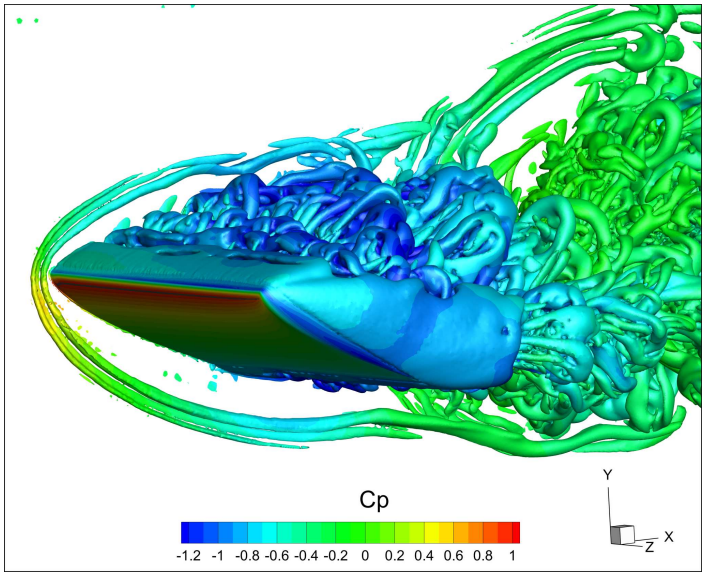
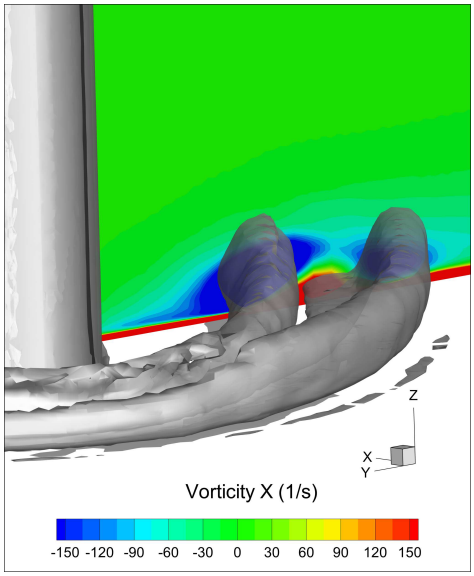


FIGURE 4.10 – Visualisation du sillage de l'aile (iso-surface de critère Q)

On observe également la formation d'un système de tourbillons en fer à cheval (horseshoe vortex) à l'avant du profil, proche de la paroi de l'emplanture. L'organisation du système de tourbillons est visible sur la Figure 4.11a. Deux tourbillons principaux se mettent en place. Le sens de rotation est donné par la vorticité selon l'axe x, représentée sur le Figure 4.11b dans le plan de coupe $x = 0$ mm. A l'intrados (zone représentée), on observe un tourbillon principal, le plus intense et proche du profil, qui a une rotation



(a) Visualisation globale du système de tourbillons en fer à cheval



(b) Zoom sur l'intrados et vorticité au niveau des tourbillons

FIGURE 4.11 – Visualisation du tourbillon en fer à cheval au niveau de l'emplanture de l'aile (iso-surface de critère Q). Plan de coupe $x = 0\,\text{mm}$ coloré par la vorticité selon x

trigonométrique depuis le point de vue de la visualisation (vorticité selon l'axe x négative). Un second tourbillon de même sens de rotation et d'intensité plus faible se met en place en amont du tourbillon principal. Entre les deux, plus proche de la paroi du tunnel hydrodynamique, un tourbillon secondaire, de sens de rotation opposé, est présent.

4.2 Comparaison entre l'écoulement autour d'un profil d'aile rigide et l'écoulement autour d'un profil d'aile flexible

Afin de comparer l'écoulement autour du profil rigide et autour du profil flexible, les statistiques de la vitesse de l'écoulement (moyenne et RMS) ont été calculées sur les séries temporelles obtenues. Les champs de Tomo-PIV, en configuration flexible et rigide, sont comparés aux champs de vitesse issus de la stéréo-PIV. Les Figures 4.16, 4.17 et 4.18 présentent les trois composantes de la vitesse moyenne pour les champs de Tomo-PIV autour du profil souple (à gauche), les champs de Tomo-PIV autour du profil rigide (au centre) et les champs de Stéréo-PIV autour du profil rigide (à droite). Les RMS sont présentées sur les Figures 4.19, 4.20 et 4.21. Il apparaît un décalage dans la topologie de l'écoulement dans le repère absolu entre les champs de vitesse mesurés autour du profil rigide et autour du profil flexible dû à la flexion du profil. Ce décalage est principalement observable dans le plan 140 mm où le profil d'aile fléchi d'environ 4 mm. Afin d'analyser l'influence de la flexibilité du profil d'aile sur l'organisation de l'écoulement, les champs de vitesse moyenne et RMS présentés ont été recalés par rapport à la position locale du profil.

Les champs statistiques de Tomo-PIV ne sont pour la plupart pas correctement convergés, en particulier pour les mesures autour du profil rigide, car les séries temporelles

reconstruites sont, pour l'heure, trop courtes pour atteindre un niveau de convergence satisfaisant. Le tracé de la convergence des statistiques est présenté en Figure 4.12, pour le plan 70 mm, dans le cas flexible, car c'est la seule série dont le calcul est achevé. La convergence est présentée pour un point du sillage où les fluctuations sont maximales pour les trois composantes de vitesse.

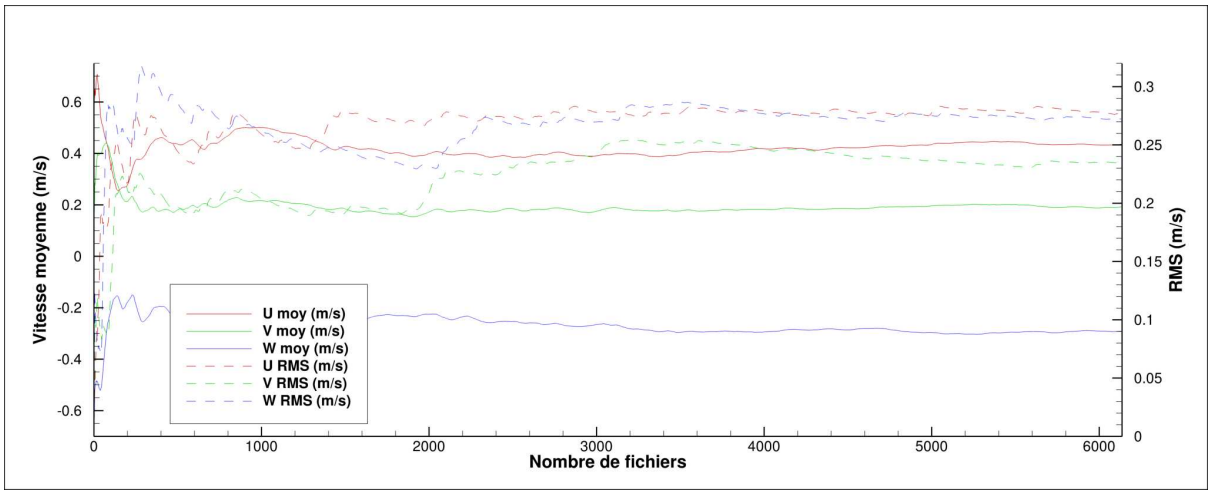


FIGURE 4.12 – Convergence des statistiques sur la vitesse pour un point du sillage dans le plan 70 mm (série profil flexible)

Le calcul des champs de vitesse à l'aide de FTEE étant long, environ 71 h CPU par instant sur un processeur Intel Xeon E5-2687W (3,1 GHz), l'ensemble des séries temporelles n'a pu être calculé à l'heure actuelle. Sur une machine de calcul à 32 processeurs, les 6 séries de 6135 instants (3 volumes en configuration rigide et souple) nécessitent 9,3 ans de calcul. Les séries ont donc été distribuées sur différentes machines de calcul et sur les super-calculateurs de l'université de Poitiers (Hulk et Thor). Cependant, l'implémentation de FTEE ne permet pas d'utiliser des machines à mémoire distribuée sur plusieurs nœuds ce qui limite grandement l'utilisation des super-calculateurs. Une synthèse de l'avancement du calcul des séries est présentée dans le tableau 4.13.

	Volume 70 mm	Volume 105 mm	Volume 140 mm
Profil rigide	672	243	304
Profil souple	6135	4100	2250

FIGURE 4.13 – Longueur des séries temporelles calculées

La comparaison la plus pertinente pour analyser les effets de la flexibilité du profil sur l'écoulement est la comparaison entre les deux séries de mesure Tomo-PIV. Cependant, l'ensemble des séries rigides étant très courtes, les résultats de stéréo-PIV alimenteront la comparaison avec des données mieux convergées. Les champs moyens présentent une grande ressemblance dans la topologie entre le cas flexible et le cas rigide. La norme des vitesses est légèrement inférieure dans l'écoulement extérieur pour la mesure Tomo-PIV par rapport à la Stéréo-PIV. Ce léger écart peut s'expliquer par l'ajout d'un filet de sécurité dans la veine introduisant des pertes de charges supplémentaires. Cependant, même si les cartes de vitesses moyennes sont peu convergées dans le sillage pour le cas rigide Tomo-PIV, les mêmes niveaux de vitesse sont observables dans les zones de survitesse et proche du point d'arrêt. Cette observation confirme le fait que ces différences

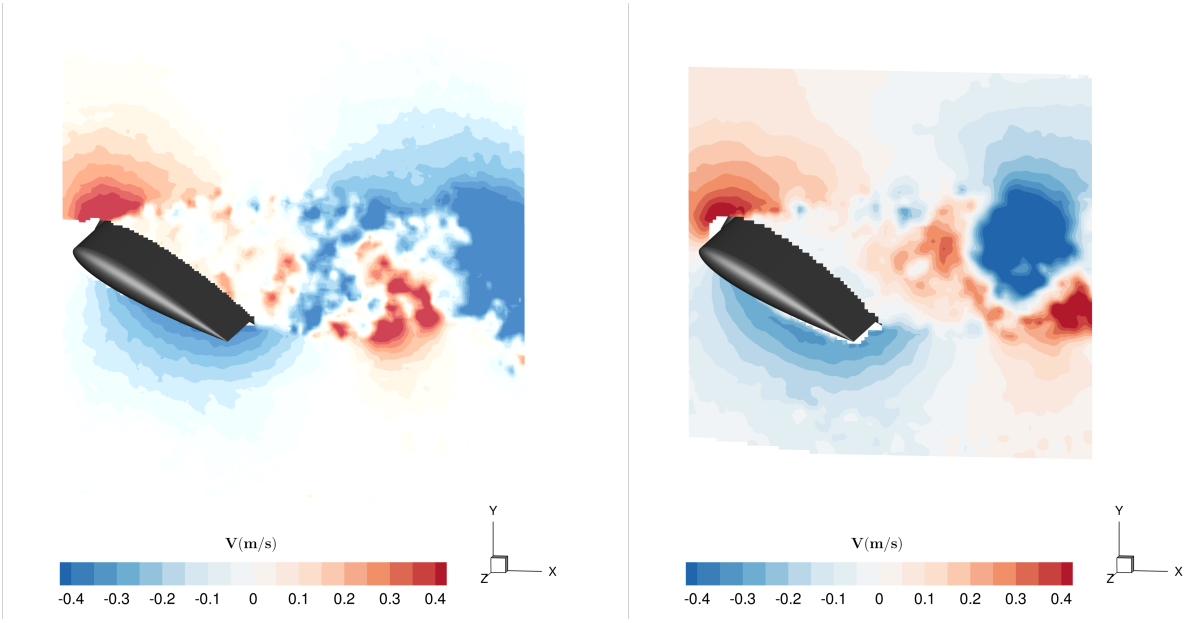
de niveau sont principalement dues aux variations de conditions expérimentales entre l'expérience de Tomo-PIV et de Stéréo-PIV.

L'analyse des cartes de RMS dans les plans 105 mm et 140 mm confirme la similarité entre l'écoulement autour d'un profil rigide et autour d'un profil flexible. En effet, malgré des écarts de niveaux de RMS entre la Stéréo-PIV autour du profil rigide et la Tomo-PIV autour du profil souple, la topologie reste globalement identique. De plus, les niveaux de RMS semblent être du même ordre de grandeur pour les deux expériences de Tomo-PIV (rigide et flexible). Ces écarts de RMS entre la Stéréo-PIV et la Tomo-PIV trouvent leurs sources d'une part dans la réduction de la vitesse infinie pour l'expérience de Tomo-PIV et d'autre part dans les caractéristiques de calcul des champs de vitesse. En effet, la Stéréo-PIV est mieux résolue spatialement puisque les fenêtres de corrélation utilisées mesurent 4 mm × 4 mm, avec une nappe laser d'environ 1 mm d'épaisseur, ce qui donne un volume de corrélation de 16 mm^3 tandis que la Tomo-PIV a été réalisée avec des fenêtres de 6,4 mm × 6,4 mm × 6,4 mm, soit un volume de corrélation de 262 mm^3. Ces écarts de RMS peuvent donc s'expliquer par le filtrage spatial plus important de la Tomo-PIV.

Les cartes de RMS dans le plan 70 mm montrent des écarts conséquents entre l'expérience de Stéréo-PIV et l'expérience de Tomo-PIV, en particulier pour les composantes V et W (Figure 4.19). Les écarts observés ne peuvent être expliqués, dans ce cas, par un filtrage spatial lié à la technique de mesure et sont donc causés par une différence de dynamique dans l'écoulement entre les deux expériences. L'observation des séries temporelles de Stéréo-PIV et de Tomo-PIV autour d'un profil rigide révèle que la différence de niveau de RMS est liée à l'organisation du sillage. Dans le cas de la série de Stéréo-PIV, le sillage présente des lâchers tourbillonnaires alternés rentrant jusqu'au cœur du sillage, visibles sur la Figure 4.14a, tandis que pour la série de Tomo-PIV, les lâchers tourbillonnaires existent mais ne rentrent pas jusqu'au cœur du sillage, pour former une allée alternée (Figure 4.14b). Ces différences d'organisation de sillage sont très probablement liées à des variations de conditions expérimentales entre les expériences de Stéréo-PIV et de Tomo-PIV. En effet, même si la convergence des RMS n'est pas satisfaisante dans le cas de la mesure autour du profil rigide (672 champs ont été utilisés pour le calcul), la comparaison des cartes de RMS entre le deux expériences de Tomo-PIV semble indiquer que les écoulements autour d'un profil rigide et d'un profil souple présentent des niveaux de RMS semblables.

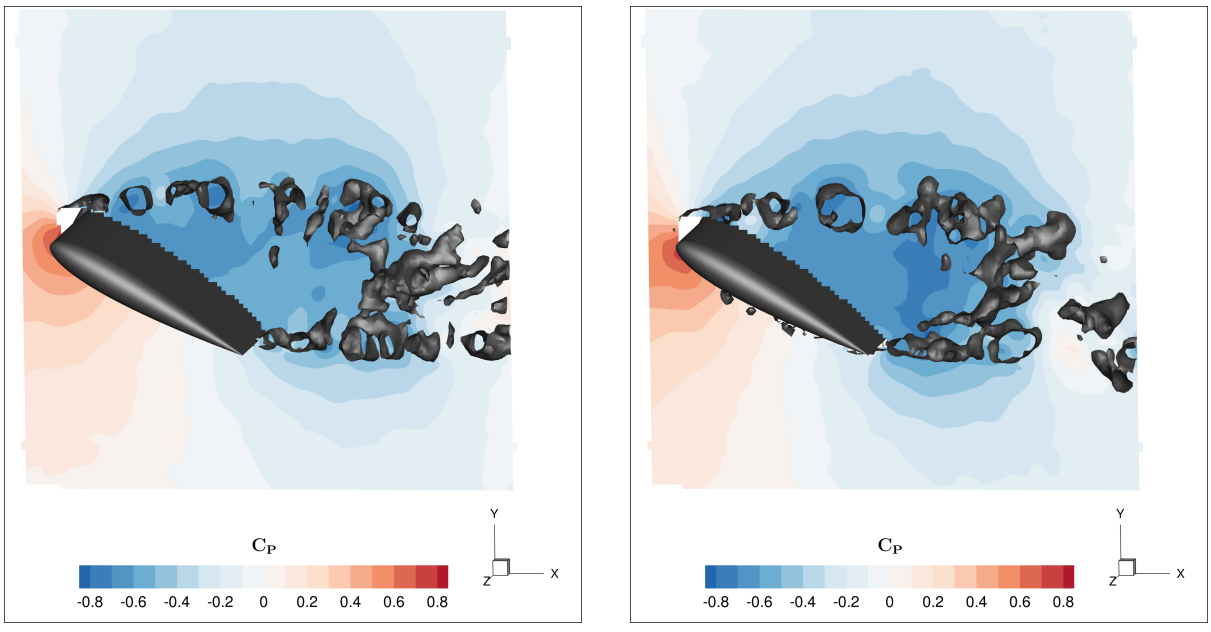
Les cartes de RMS permettent également de mettre en lumière la différence de qualité de mesure entre les expériences de Stéréo-PIV et Tomo-PIV. En effet, le niveau de fluctuation est plus élevé sur les champs de stéréo-PIV dans les zones externes de l'écoulement en particulier sur la composante W (Figures 4.19i, 4.20i & 4.21i) mais aussi sur les autres composantes (Figure 4.21f), là ou il est en réalité très faible. En revanche ce niveau reste très faible pour la mesure Tomo-PIV. On remarquera que l'on peut même distinguer le sillage de la sonde de pression amont dans la partie basse du canal sur les RMS de la Tomo-PIV dans le plan 70 mm (Figure 4.19).

Afin d'étayer la comparaison entre la configuration rigide et flexible, deux champs instantanés de coefficient de pression sont tracés à la Figure 4.15. Des iso-surface de critère Q sont superposés au plan de coupe $z = 100$ mm. Les niveaux de pression proches du point d'arrêt sont comparables ainsi que ceux dans la zone dépressionnaire de l'extrados. On observe également un développement analogue dans les deux configurations des tourbillon des couches cisaillées, confirmant l'influence limitée de la flexibilité du profil sur l'écoulement.



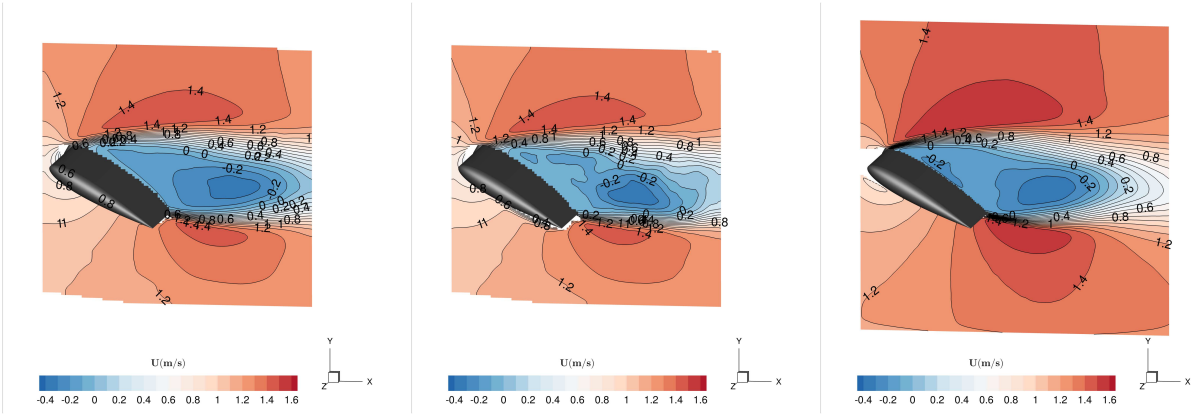
(a) Stéréo-PIV (b) Tomo-PIV

FIGURE 4.14 – Champ de vitesse V autour d'un profil d'aile rigide, issu de la Stéréo-PIV (à gauche) et de la Tomo-PIV (à droite) dans le plan de mesure 70 mm

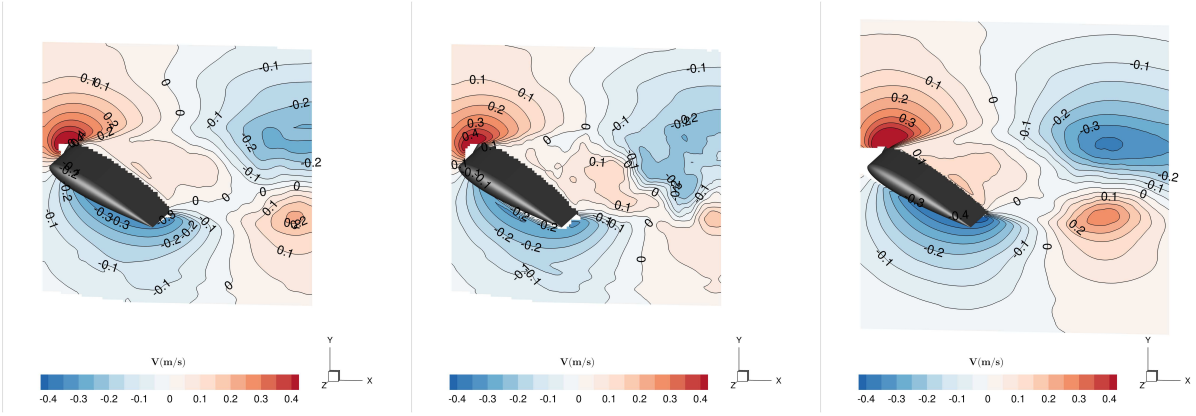


(a) profil souple (b) profil rigide

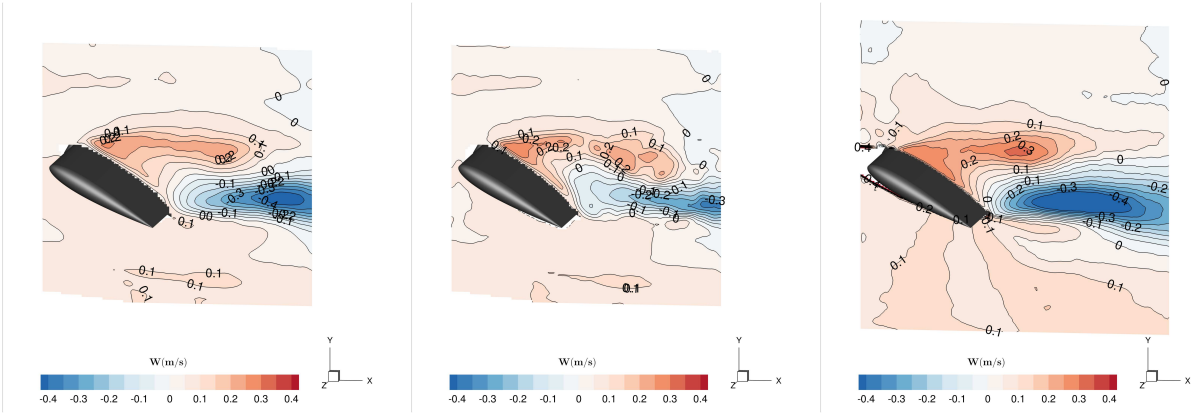
FIGURE 4.15 – Cartes de coefficient de pression et iso-surface de critère Q, issues de la Tomo-PIV dans le plan 100 mm



(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)

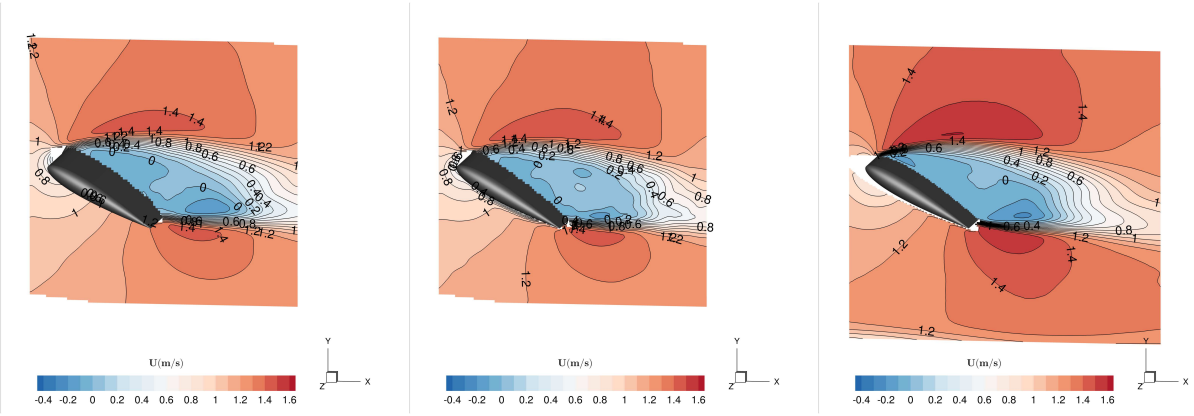


(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)

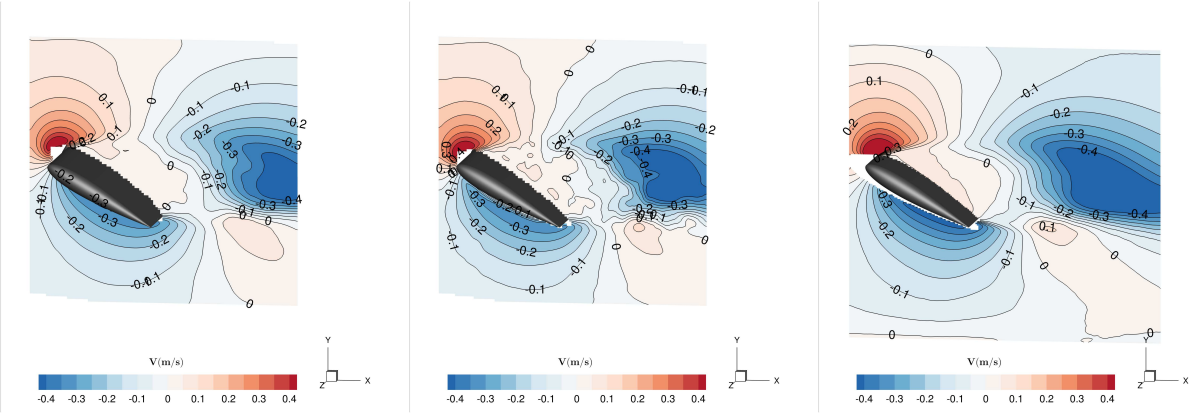


(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

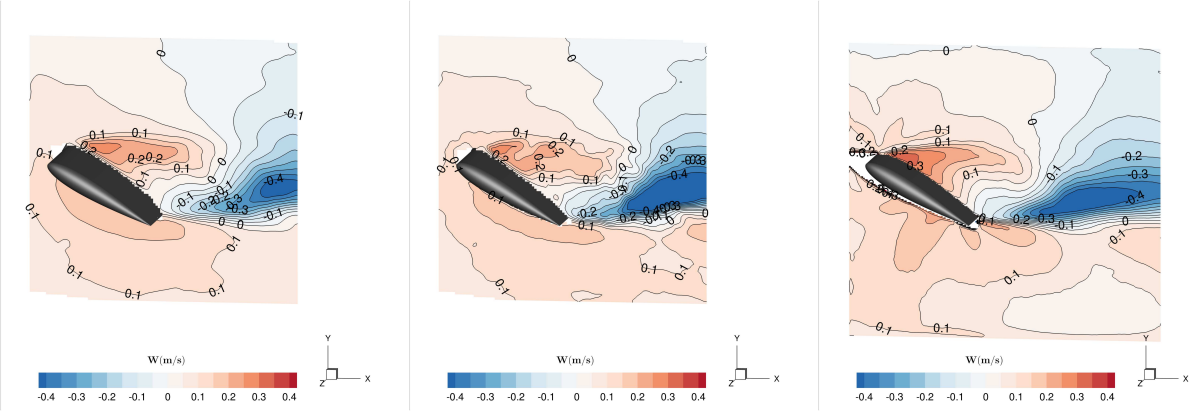
FIGURE 4.16 – Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 70 mm



(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)

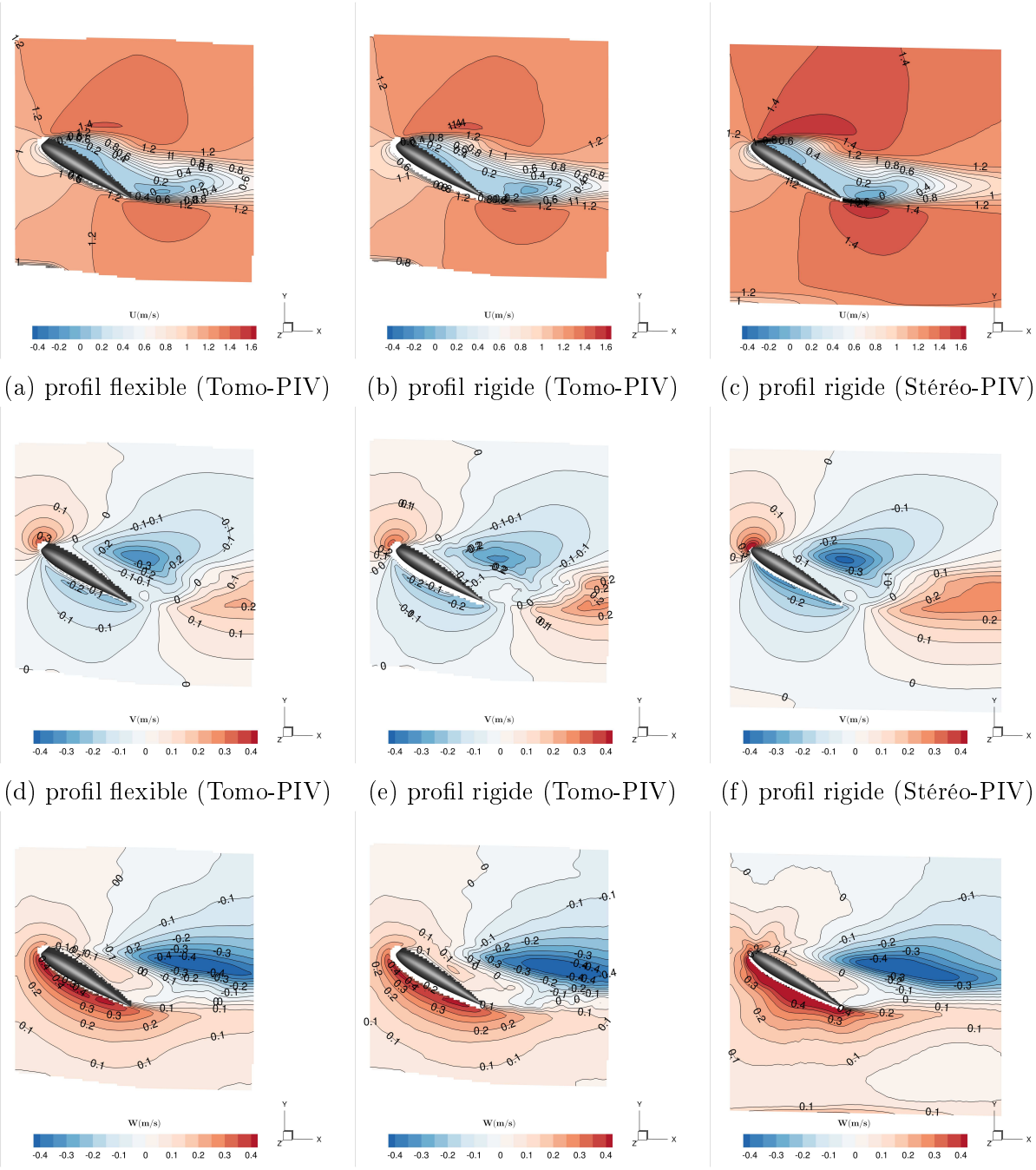


(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)



(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

FIGURE 4.17 – Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 105 mm

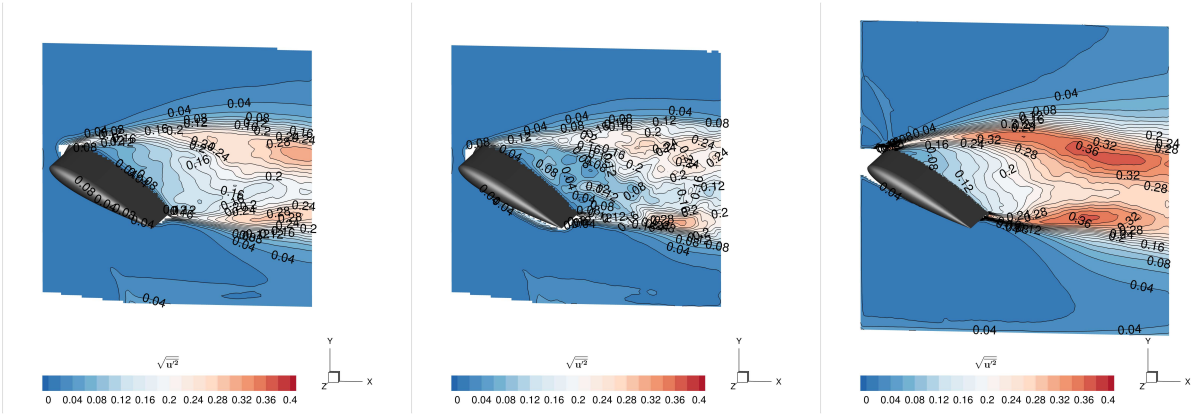


(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)

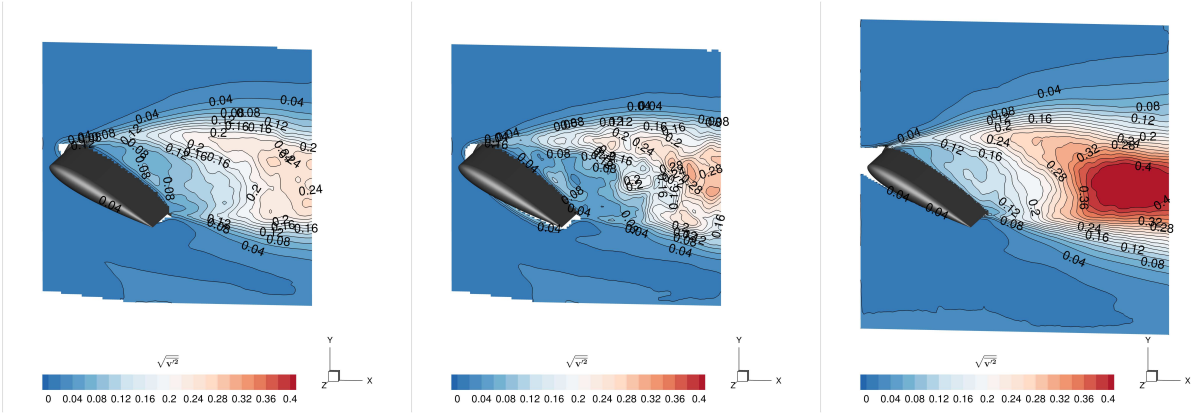
(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)

(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

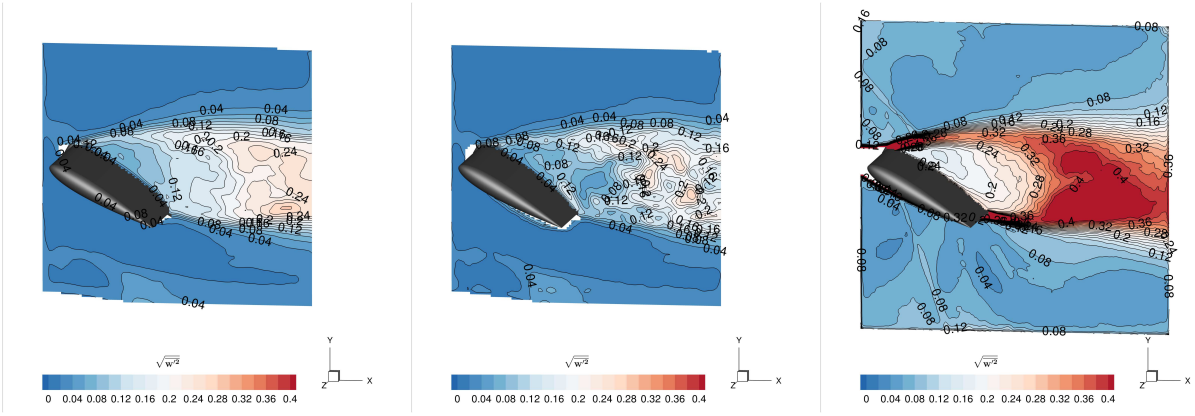
FIGURE 4.18 – Comparaison de la moyenne des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 140 mm



(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)

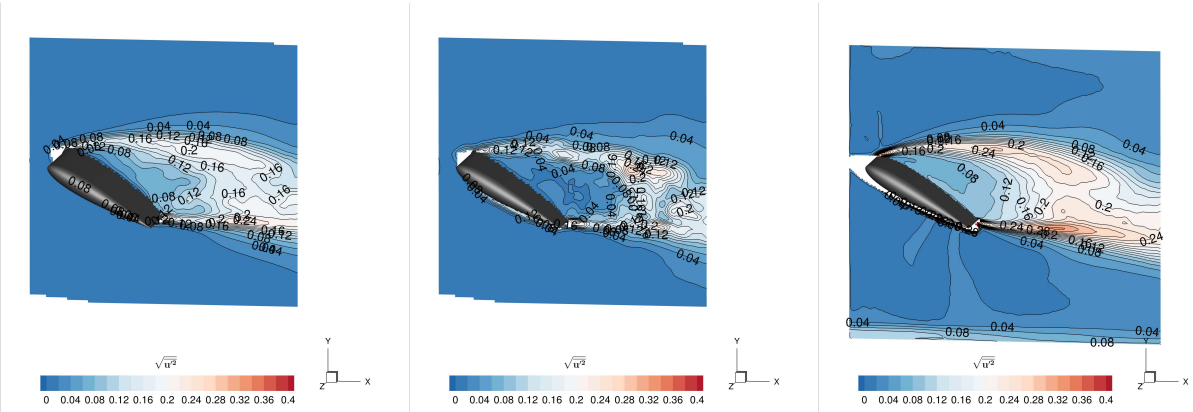


(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)

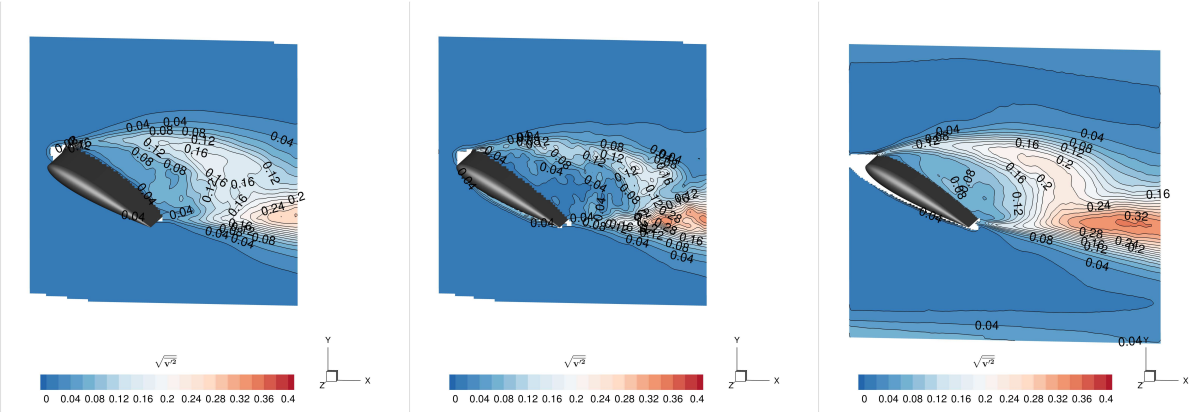


(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

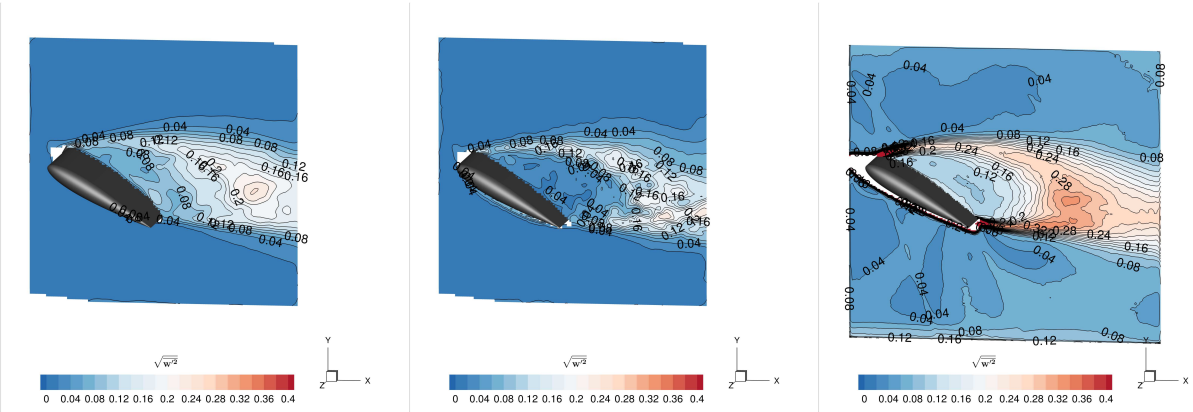
FIGURE 4.19 – Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 70 mm



(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)

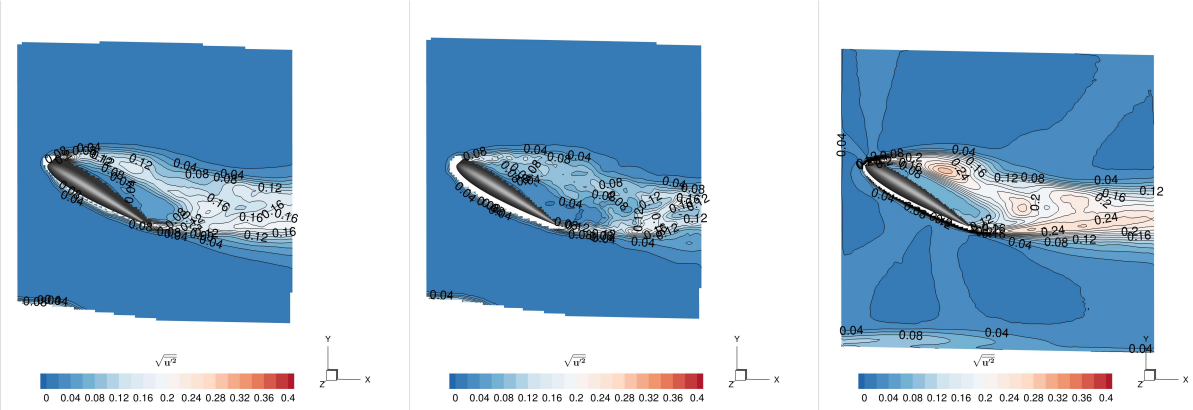


(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)

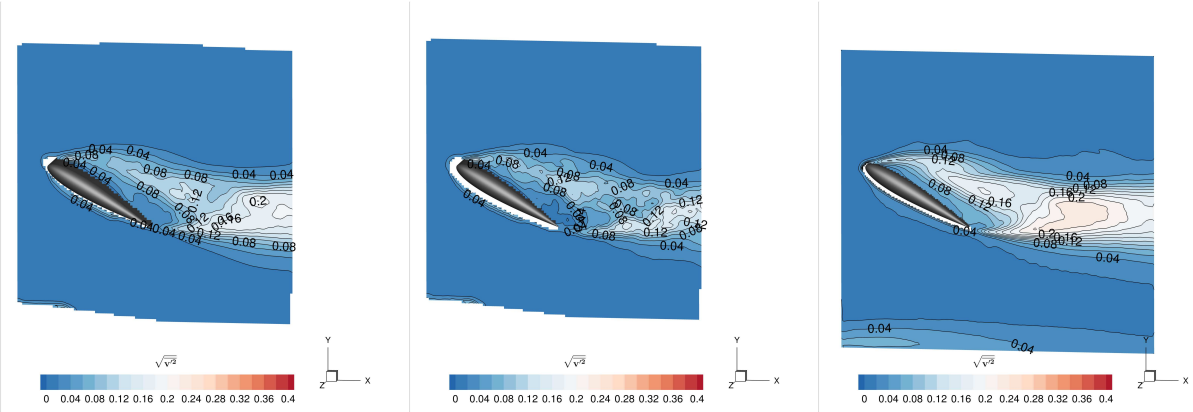


(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

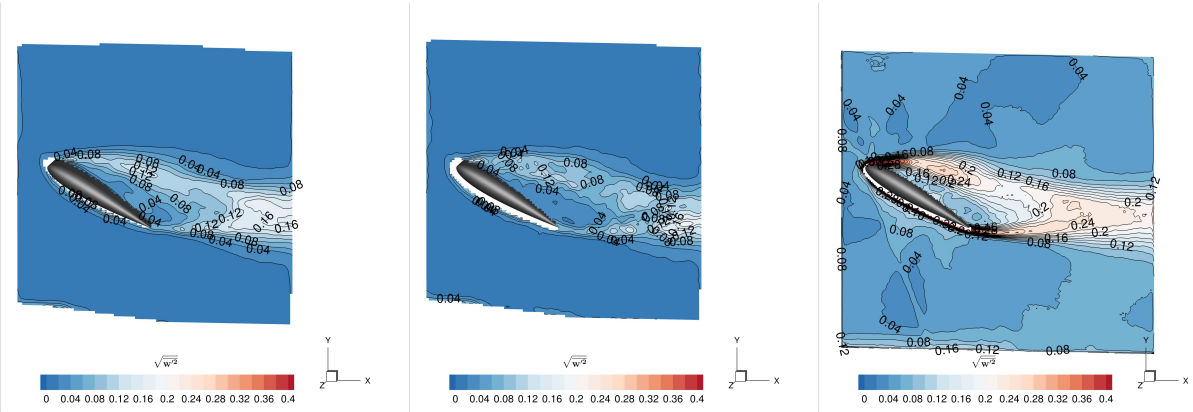
FIGURE 4.20 – Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 105 mm



(a) profil flexible (Tomo-PIV) (b) profil rigide (Tomo-PIV) (c) profil rigide (Stéréo-PIV)



(d) profil flexible (Tomo-PIV) (e) profil rigide (Tomo-PIV) (f) profil rigide (Stéréo-PIV)

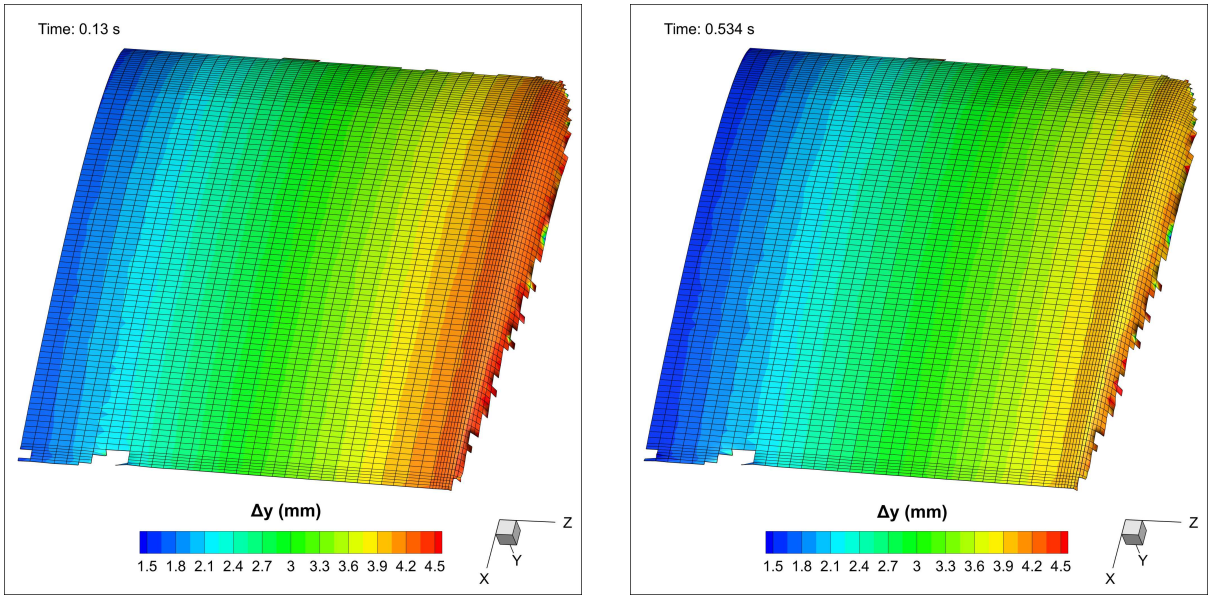


(g) profil flexible (Tomo-PIV) (h) profil rigide (Tomo-PIV) (i) profil rigide (Stéréo-PIV)

FIGURE 4.21 – Comparaison de la RMS des trois composantes de la vitesse de l'écoulement autour du profil flexible (mesure de Tomo-PIV à gauche) et autour du profil rigide (mesure de Tomo-PIV au centre et Stéréo-PIV à droite) pour le plan 140 mm

4.3 Déformation de la structure

La déformation de l'aile a été mesurée pour les deux expériences autour d'un profil d'aile rigide et autour d'un profil d'aile flexible. Les résultats de mesure de surface sont présentés dans cette section. Deux cartes de surface reconstruite pour le profil souple sont présentées sur la Figure 4.22, pour les déformations minimale et maximale. Les surfaces sont représentées dans le repère naturel du profil au repos : l'axe x est aligné avec la corde, l'axe y porte l'épaisseur du profil ($y > 0$ sur l'extrados) et l'axe z correspond à la ligne d'envergure. La surface estimée est représentée avec le maillage servant à l'estimation. Elle est colorée avec le scalaire de déplacement vertical (dans le repère du profil) Δy. Ce déplacement est estimé de manière eulérienne. En effet, pour la reconstruction de la surface, un maillage $(x_0, 0, z_0)$ est défini et l'altitude y est estimée en chaque point. Δy est calculé comme la différence d'altitude y estimée sur l'aile soumise aux efforts fluide et l'altitude estimée au repos. Il ne s'agit donc pas du déplacement lagrangien d'un point identifié sur la surface de l'aile. Cependant, dans notre cas, la déformation est de relativement faible amplitude (4 mm maximum) par rapport à l'envergure du profil donc l'approche eulérienne fournit des résultats de déplacements valides. De plus, on remarque que le déplacement est très homogène sur les sections du profil (z = constante). L'aile est donc soumise à une flexion simple avec une composante de torsion autour de l'axe z négligeable.



(a) Déformation maximale du profil

(b) Déformation minimale du profil

FIGURE 4.22 – Déformations maximale et minimale du profil souple issues de la série de mesures $z = 70$ mm

Comme la torsion est négligeable dans ce cas d'étude, l'analyse d'un point par tranche est suffisante pour caractériser l'évolution du profil. Une ligne d'altitude y, au niveau du quart de corde, a donc été extraite des surfaces pour les profils souple et rigide aux instants de déformation minimale et maximale. L'altitude le long de l'envergure au quart de corde est représentée pour ces quatre configurations sur la Figure 4.23. Les puces pleines représentent la déformation du profil souple et les puces vides la déformation du profil rigide. Les puces noires correspondent aux instants de déplacement maximal et

le puces rouges aux instants de déplacement minimal. On observe donc un déplacement maximal pour le profil souple de l'ordre de 4 mm en bout d'aile. Le profil rigide se déforme également, avec une amplitude maximale de 0,6 mm en bout d'aile, sous l'action des sollicitations du fluide.

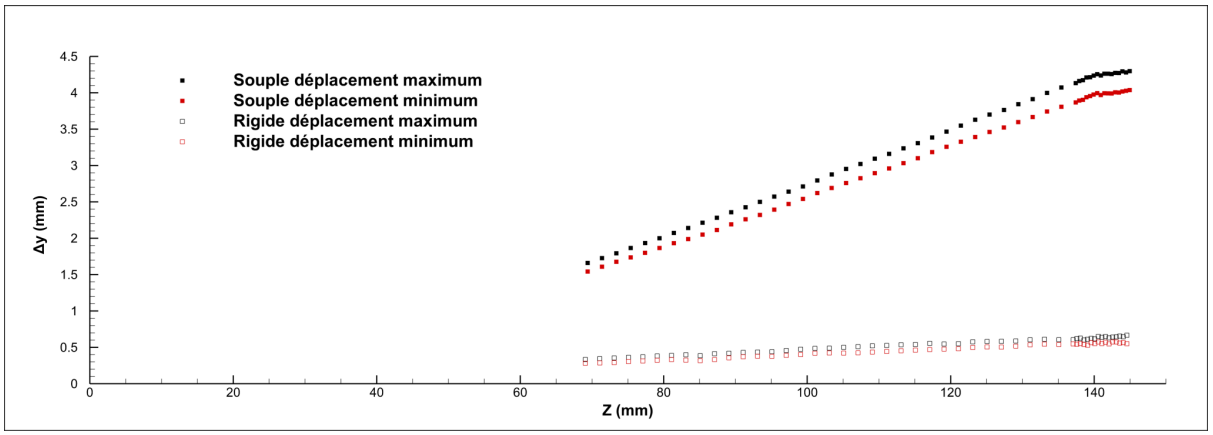


FIGURE 4.23 – Déformation de la surface le long de l'envergure au niveau du quart de corde pour les profils rigide et souple aux instants de déformation maximale et minimale (série de mesure $z = 70$ mm)

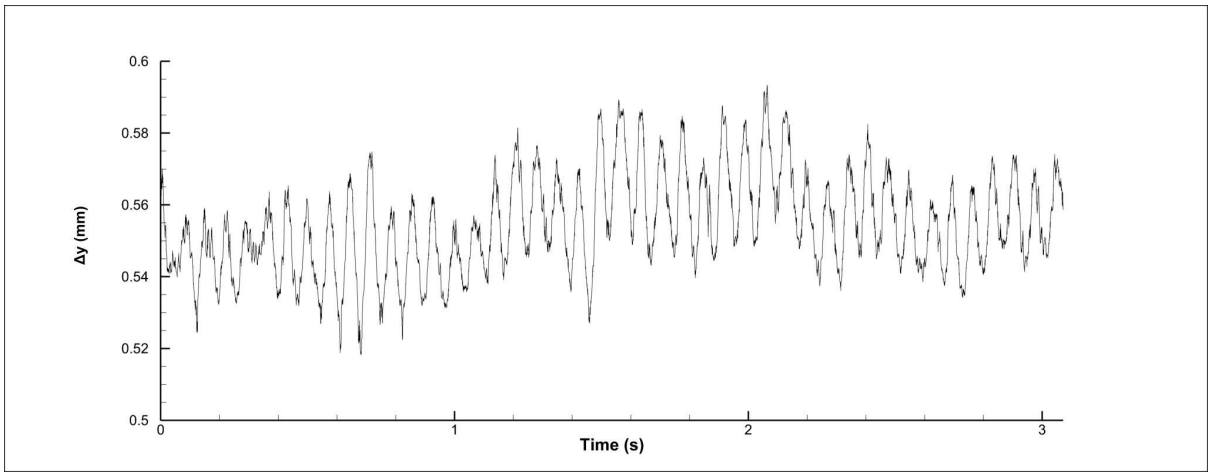


FIGURE 4.24 – Signal temporel de déformation du profil rigide au point x=20 mm, z=135 mm (série de mesure $z = 70$ mm)

Pour l'analyse temporelle de la déformation, un point en bout de section droite au niveau du quart de corde est extrait pour le profil souple et le profil rigide. Le point est extrait sur la section droite car la mesure au niveau du saumon tend à être un peu plus bruitée, à cause de la forte courbure. L'évolution temporelle du déplacement est tracée pour le profil rigide en Figure 4.24. L'aile oscille à faible amplitude (50 µm) à une fréquence de 14 Hz autour d'une déformation moyenne proche de 0,5 mm. Cette même fréquence d'oscillation se retrouve sur le profil souple (Figure 4.25) modulée par un déplacement plus basse fréquence. De la même manière, le profil se déplace dynamiquement sur une plage de 0,25 mm autour d'une position moyenne de 3,65 mm.

L'observation d'une signature à 14 Hz sur les spectres de pression d'arrêt de la sonde placée à l'amont du profil (Figure 4.26) laisse penser que cette oscillation est causée par une variation des conditions à l'infini amont liée à la veine d'essais.

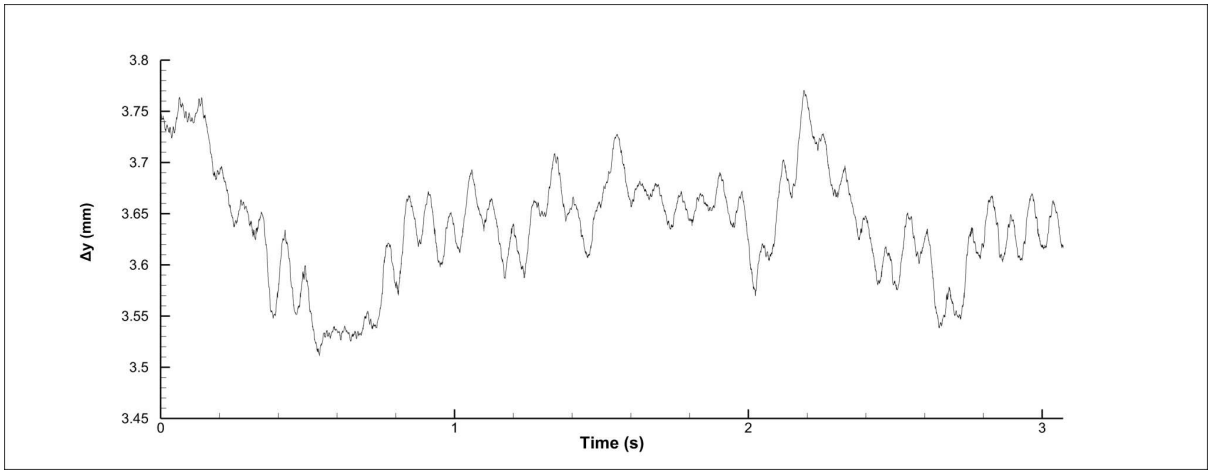


FIGURE 4.25 – Signal temporel de déformation du profil souple au point x=20 mm, z=135 mm (série de mesure $z = 70$ mm)

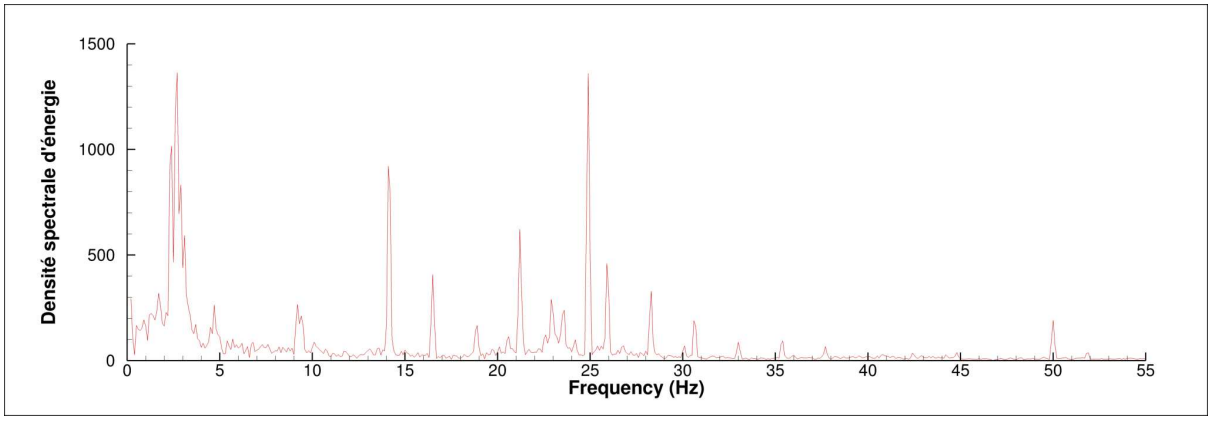


FIGURE 4.26 – Densité spectrale de puissance de la pression d'arrêt amont (moyenne sur trois signaux)

Finalement, malgré une amplitude de déformation presque 10 fois inférieure dans le cas rigide, on observe, dans les deux cas, une déformation dynamique sub-millimétrique qui évolue autour d'une composante moyenne d'amplitude dix fois supérieure. Une oscillation périodique à 14 Hz de la déformation du profil, très probablement liée à la veine d'essais, est observée dans les deux cas avec une modulation basse fréquence du signal, très marquée dans le cas flexible.

4.4 Analyse du couplage fluide-structure

Afin d'analyser le couplage fluide-structure, les signaux temporels d'altitude du profil ont été corrélés temporellement avec les composantes de vitesse issues de la Tomo-PIV dans le volume. La corrélation temporelle est réalisée point par point à temps décalés et normalisée. Ces données sont présentées uniquement pour le cas souple car les séries temporelles pour les cas rigides sont trop courtes pour ressortir une quelconque tendance.

Comme deux dynamiques distinctes ont été observées sur le signal d'altitude, les corrélations ont été réalisées sur le signal brut d'altitude et sur deux signaux où les basses fréquences et la fréquence 14 Hz ont été séparées par l'application d'une moyenne glissante

sur le signal. La longueur de la moyenne a été fixée à 0,1 s, séparant ainsi le signal en une partie basse fréquence (inférieure à 10 Hz) et une partie dite haute fréquence (supérieure à 10 Hz). Le signal ainsi décomposé est présenté sur la Figure 4.27.

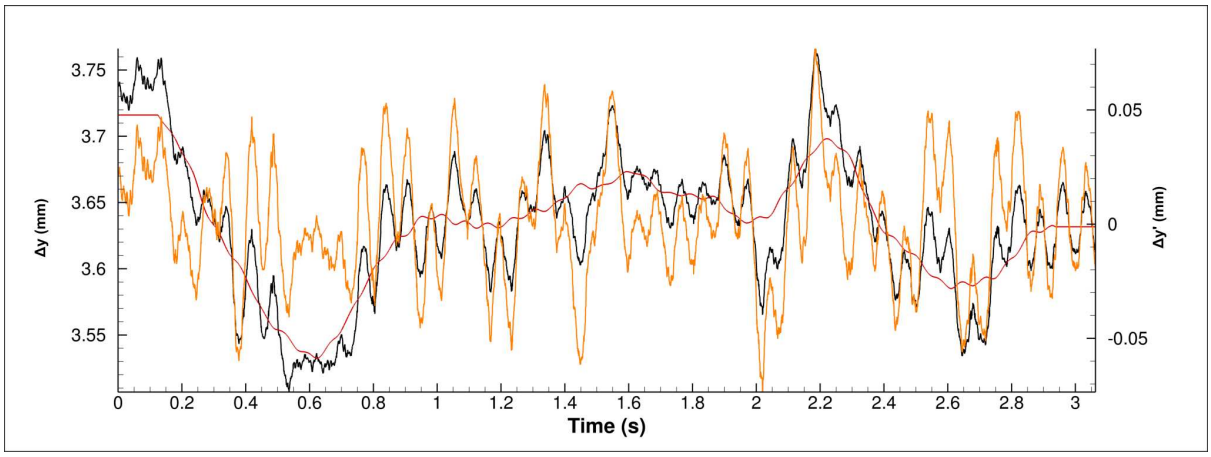


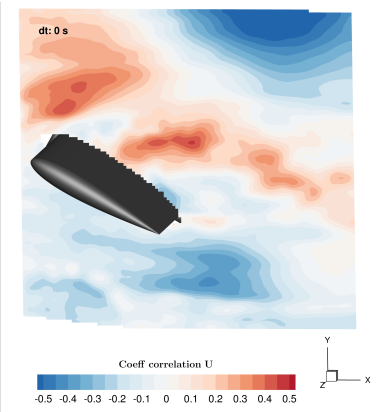
FIGURE 4.27 – Signal brut de déformation (courbe noire), signal de moyenne glissante sur 0,1 s (courbe rouge) et signal obtenu à partir de la soustraction de la moyenne glissante au signal brut (courbe orange)

Les corrélations temporelles sont présentées pour les trois composantes de vitesse et les trois signaux d'altitude sur les Figures 4.28, 4.29 et 4.30, respectivement pour les plans 70 mm, 105 mm et 140 mm.

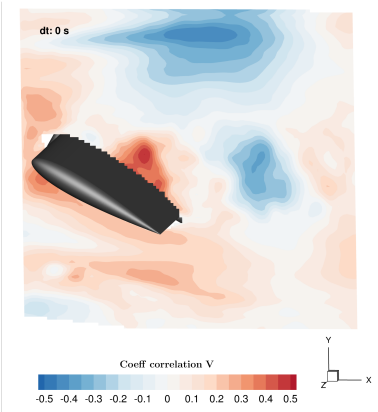
Pour le plan 70 mm, on observe une alternance de deux zones corrélées positivement au dessus du bord d'attaque puis négativement plus en aval dans l'écoulement externe supérieur pour les composante U et V. Les pics de corrélation sont respectivement de 0,36 et −0,54 pour la composante U. Des zones de corrélation élevée sont également observables dans la partie basse de l'écoulement libre. Ces zones de corrélation élevée sont vraisemblablement liées à une variation globale de la topologie du bulbe de recirculation qui modifie la vitesse dans le champ extérieur.

Dans le sillage proche, une paire de zones corrélées positivement dans la partie haute de la zone de recirculation et négativement dans la partie basse est observable sur la composante U (Figure 4.28a). Pour la composante V (Figure 4.28b), une paire de zones corrélées est également discernable avec une corrélation positive proche du profil et négative un peu en aval. Ces zones de corrélation sont très probablement associées à un mouvement de rotation dans la zone de recirculation. Les corrélations sur la composante W sont plus faibles que sur les autres composantes car les mouvements transverses dans cette région de l'écoulement sont assez faibles. L'analyse des cartes de corrélation associées aux signaux filtrés montrent que la topologie globale décrite précédemment est principalement associée à la dynamique basse fréquence du profil.

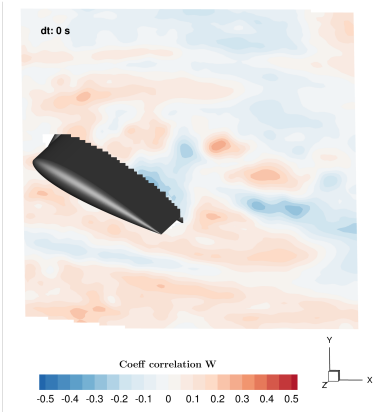
Dans le plan 105 mm, les corrélations sont globalement de plus forte amplitude. Même si le signal temporel utilisé pour la corrélation est plus court (environ deux tiers du précédent), ce qui a tendance à renforcer les intensités des coefficients de corrélation, l'origine de ces écarts importants est probablement physique. En effet, dans cette section, les déplacements de l'aile sont plus élevés et ont donc un impact plus important sur l'écoulement. D'autre part, les efforts du fluide sur l'aile dans cette section restent élevés et bénéficient d'un bras de levier plus important pour faire fléchir le profil. Les effets d'action du fluide sur le profil et de rétroaction sont donc plus importants et se manifestent par



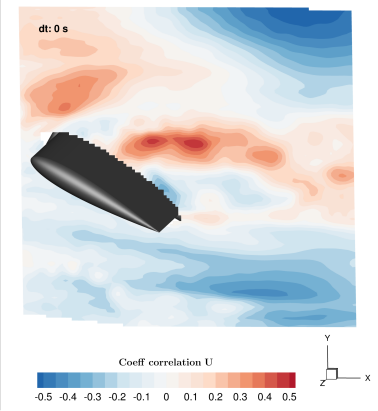
(a) Corrélation sur la composante x de la vitesse



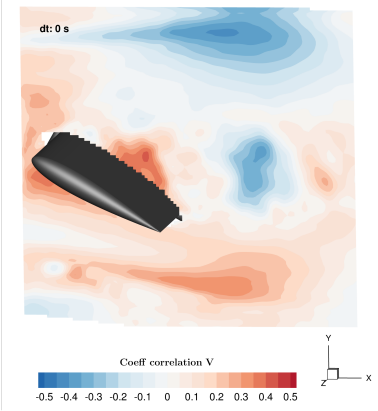
(b) Corrélation sur la composante y de la vitesse



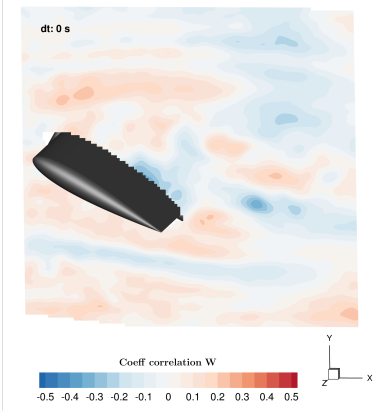
(c) Corrélation sur la composante z de la vitesse



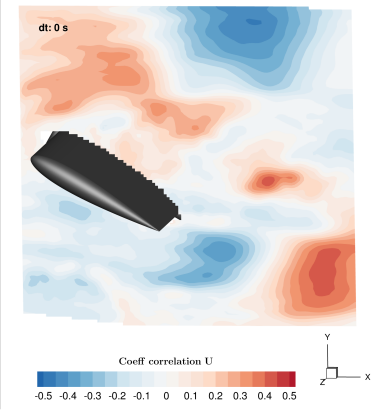
(d) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



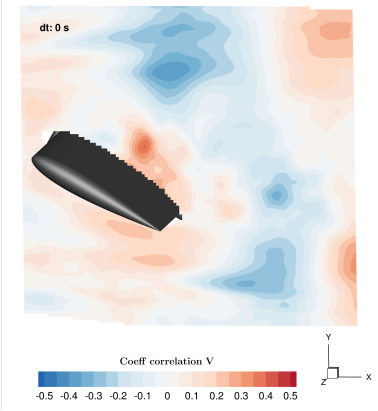
(e) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



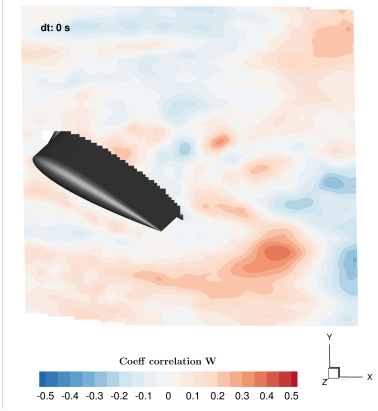
(f) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



(g) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

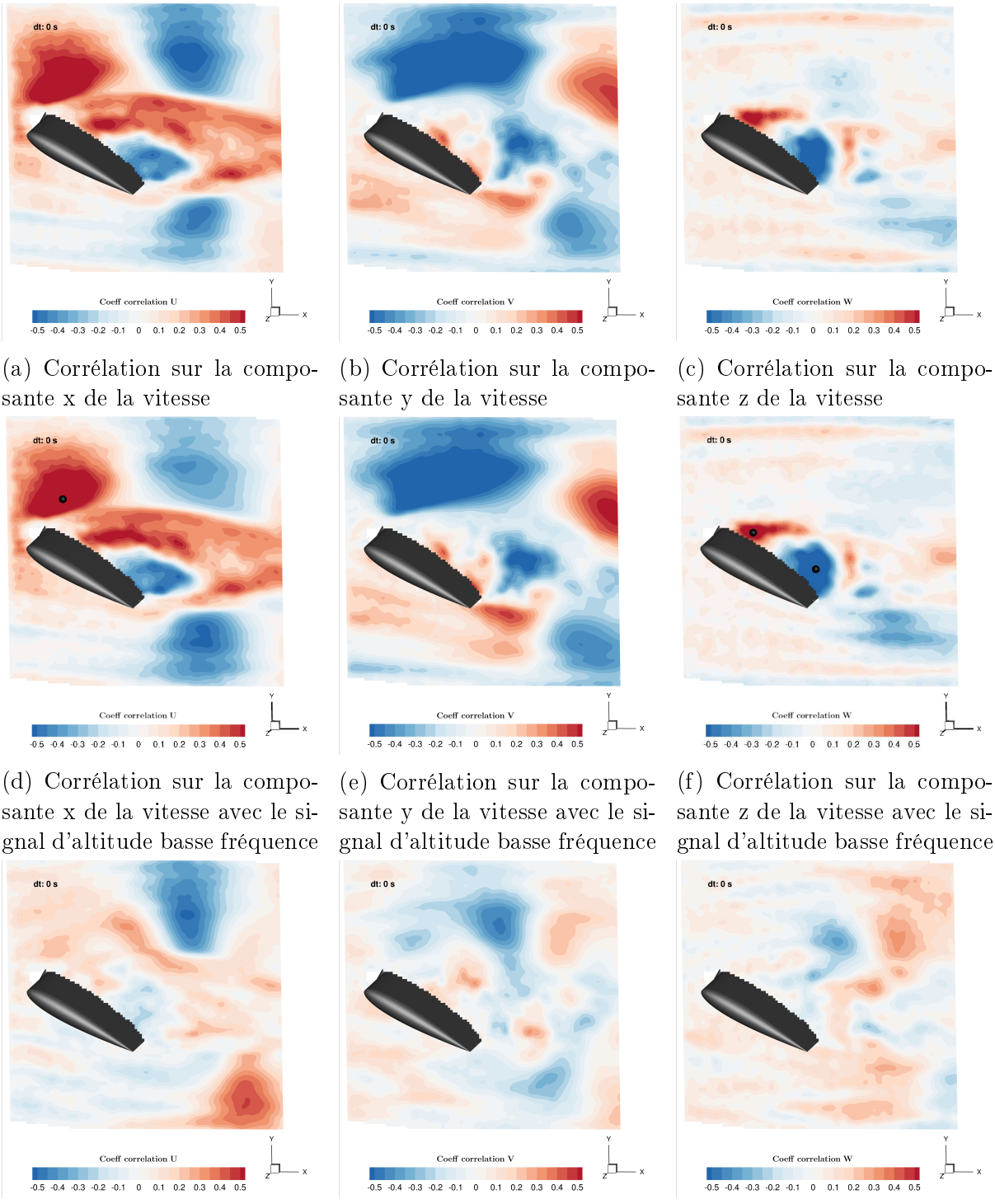


(h) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence



(i) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

FIGURE 4.28 – Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 70 mm



(a) Corrélation sur la composante x de la vitesse

(b) Corrélation sur la composante y de la vitesse

(c) Corrélation sur la composante z de la vitesse

(d) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence

(e) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence

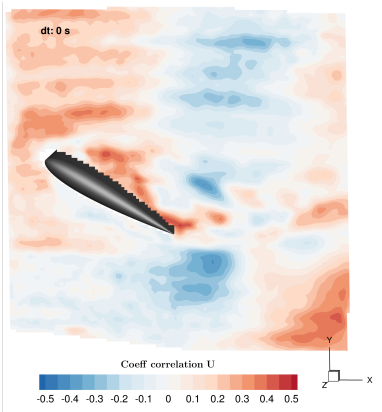
(f) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence

(g) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

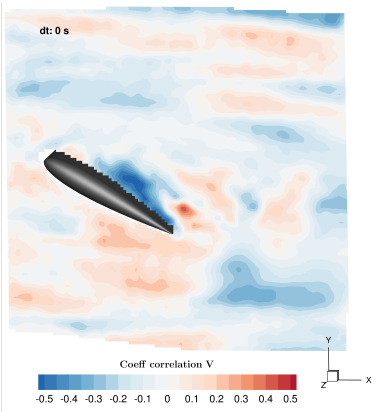
(h) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

(i) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

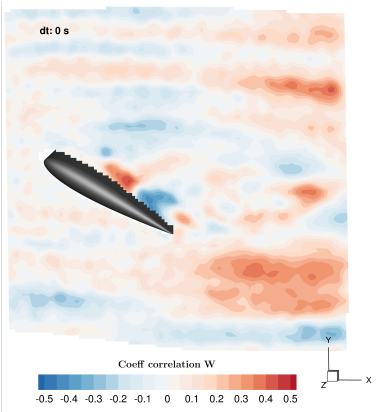
FIGURE 4.29 – Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 105 mm



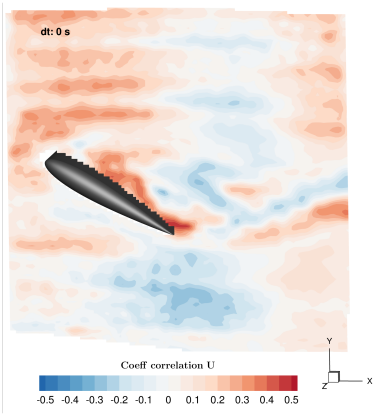
(a) Corrélation sur la composante x de la vitesse



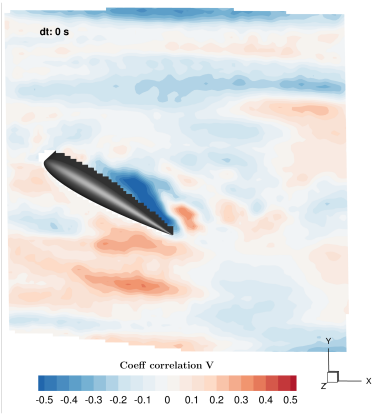
(b) Corrélation sur la composante y de la vitesse



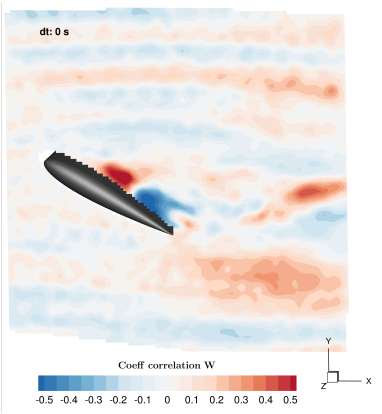
(c) Corrélation sur la composante z de la vitesse



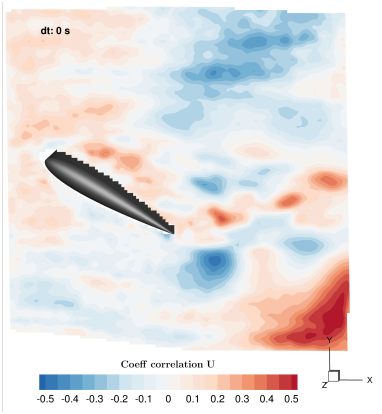
(d) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



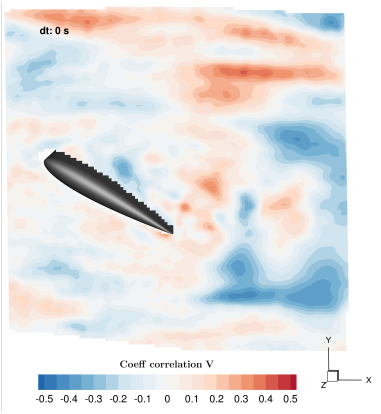
(e) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



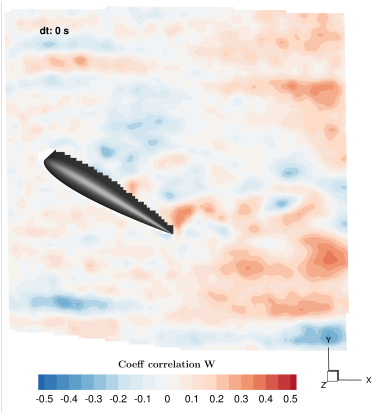
(f) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude basse fréquence



(g) Corrélation sur la composante x de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence



(h) Corrélation sur la composante y de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence



(i) Corrélation sur la composante z de la vitesse avec le signal d'altitude haute fréquence

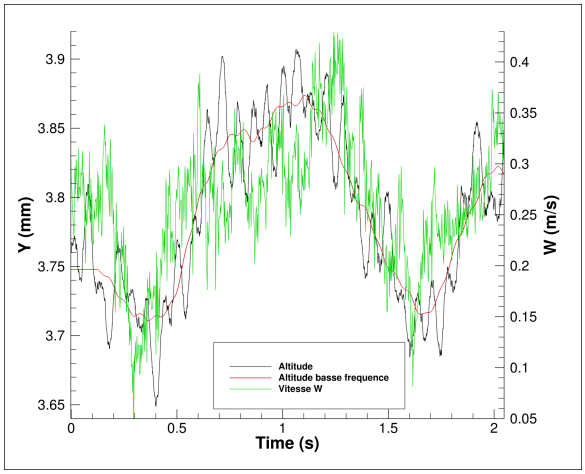
FIGURE 4.30 – Corrélations temporelles entre le signal brut d'altitude du profil souple et les deux signaux filtrés avec les trois composantes de la vitesse pour le plan 140 mm

une corrélation plus élevée.

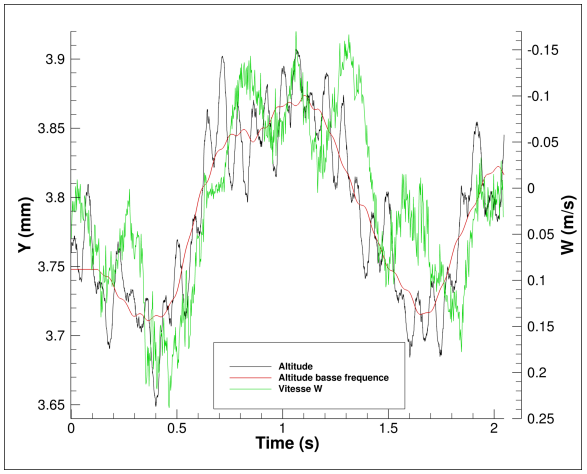
La topologie des corrélations est très similaire à celle du plan 70 mm. Les pics de corrélation sont cette fois de 0,73 et −0,58 pour la composante U dans l'écoulement libre supérieur et −0,75 pour la composante V. Dans le proche sillage les corrélations sont de 0,57 et −0,52 pour la composante U et 0,40 et −0,55 pour la composante V. La différence majeure sur les corrélations entre le plan 70 mm et le plan 105 mm est l'apparition d'une forte corrélation sur la composante W de la vitesse en très proche paroi sur l'extrados (0,60 proche du bord d'attaque et −0,72 proche du borde fuite). Les flux transverses, plus importants dans cette région semblent très fortement corrélés avec les mouvements du profil. Encore une fois, ces corrélations élevées sont toutes liées au mouvement basse fréquence du profil.

Enfin, l'analyse des cartes de corrélation pour le plan 140 mm permet d'observer une chute drastique des coefficients de corrélation dans ce plan. Il subsiste toutefois des zones de corrélation élevée très proches du profil, en particulier pour la composante W (Figures 4.30c et 4.30f). Les zones de forte corrélation pour cette composante sont réduites et ramenées vers le bord de fuite. Cependant la paire de zones de corrélation positive et négative présente la même organisation qu'au plan 105 mm, laissant supposer que des mouvements transverses de grande amplitude sont directement liés à la déformation du profil.

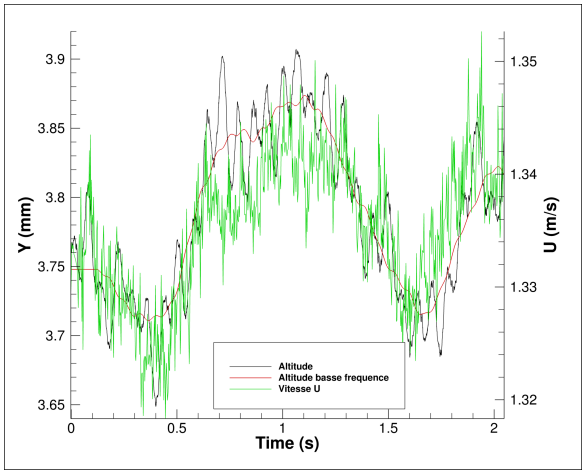
Les signaux temporels de vitesse dans les zones fortement corrélées du plan 105 mm ont été extraits et comparés aux signaux de déformation de l'aile. Trois tracés sont présentés en Figure 4.31. La Figure 4.31a présente le signal de vitesse W extrait dans la zone l'extrados du profil auprès du bord d'attaque, la Figure 4.31b, dont l'axe W a été inversé, présente la vitesse W extraite dans la zone l'extrados du profil près du bord de fuite, enfin la Figure 4.31c présente la vitesse U extraite dans la zone de l'écoulement extérieur proche du bord d'attaque. La position des trois points extraits est visible sur les Figures 4.29d et 4.29f. Les dynamiques ressemblantes de la vitesse et du mouvement du profil viennent étayer le fait qu'il existe un couplage entre la dynamique du fluide dans ces zones et les mouvements de la structure.



(a) Comparaison avec la composante W dans la zone de forte corrélation positive au point (12,28 mm, 14,89 mm, 105 mm)



(b) Comparaison avec la composante W dans la zone de forte corrélation négative au point (53,14 mm, −8,95 mm, 105 mm)



(c) Comparaison avec la composante U dans la zone de forte corrélation positive au niveau du bord d'attaque au point (1,8 mm, 37,19 mm, 105 mm)

FIGURE 4.31 – Comparaison du signal de déformation (et de déformation basse fréquence) et de la vitesse dans les zones de forte corrélation du plan 105 mm

4.5 Conclusion et perspectives

La réalisation des expériences de Stéréo-PIV et Tomo-PIV ainsi que la simulation numérique ont permis de caractériser l'écoulement dans sa globalité. Le bon accord entre l'expérience et la simulation IDDES réalisée a permis d'analyser conjointement l'écoulement autour du profil rigide à l'aide des informations fournies par les deux approches. Il a ainsi été possible de mettre en lumière la formation d'un système de tourbillons en fer à cheval à la jonction entre l'aile et la paroi de la veine ainsi que le développement d'un tourbillon marginal dans le sillage de l'aile. La zone de recirculation associée à des écoulements autour d'une aile placée à forte incidence a également été observée dans le proche sillage. Associées à cette zone de recirculation, on observe dans les plans proches de l'emplanture une structuration du sillage en allée tourbillonnaire alternée, de type Karman turbulent, ramenant les structures tourbillonnaires des couches cisaillées au cœur du sillage.

La mesure couplée de la déformation de l'aile a permis d'identifier la dynamique de la structure tant en configuration rigide que souple. En effet, il a été observé que les profils sont principalement sujet à une flexion et que la composante de torsion le long de l'envergure est négligeable dans ces régimes. Il apparaît que le profil dit rigide présente une flèche, de moindre mesure comparée au cas flexible, mais non négligeable. Il présente également des oscillations, à une fréquence caractéristique de 14 Hz, qui ont été attribuées à une variation des conditions amont au sein de la veine d'essais. Ces interactions doivent être étudiées afin de mesurer le forçage des conditions d'écoulement amont sur la structure et sur le fluide à cette fréquence et aux basses fréquences visibles sur le spectre de pression. Il convient de déterminer si ces variations de pression d'arrêt sont le fait d'une fluctuation des conditions d'écoulement amont liées à la veine d'essais ou si elles sont induites par la présence du profil. Une mesure de pression plus loin du profil à l'amont et une mesure sans aile pourrait apporter ces réponses.

Enfin, des zones de couplage entre la dynamique fluide et la dynamique de la structure ont été identifiées à l'aide de corrélations croisées vitesse-déformation. Cependant, les mécanismes de couplage restent à caractériser.

Afin de poursuivre l'étude, il serait intéressant de poursuivre l'analyse de la dynamique fortement instationnaire du sillage, de ses mécanismes d'interaction entre les structures des couches cisaillées, des mécanismes de lâchers tourbillonnaires dans le sillage et de l'interaction avec les structures cohérentes internes à la zone de recirculation. Cette analyse pourrait être facilitée par le calcul de corrélations vitesse-vitesse afin d'identifier l'évolution des structures tourbillonnaires (notamment celles des couches cisaillées). Une décomposition modale de type POD (décomposition orthogonale aux valeurs propres), POD spectrale ou DMD (décomposition en modes dynamiques) permettrait de décomposer l'écoulement en différents modes caractéristiques des mécanismes instationnaires et favoriserait ainsi l'établissement d'un lien entre certaines caractéristiques dynamiques du sillage et la déformation de la structure. L'étude de l'évolution des structures lagrangiennes ainsi que le calcul FTLE (Finite-time Lyapunov Exponent) pourraient également contribuer à cette analyse.

Afin de caractériser les mécanismes de couplage fluide-structure, la comparaison profil rigide-profil flexible pourra apporter des éléments de réponse sur la direction du couplage lorsque les séries seront calculées. En effet, les ressemblances et les différences de dynamique de sillage entre les deux cas apporteraient des éléments de réponse pour identifier le type de couplage existant dans cette configuration. Pour cela, une optimisation des

algorithmes FTEE doit être envisagée afin de rendre la technique plus efficace en terme de coût de calcul. Deux voies d'amélioration sont à considérer : d'une part l'amélioration de la parallélisation afin de pouvoir réaliser des calculs massivement parallèles et d'autre part l'initialisation de la solution par une extrapolation de la solution au pas de temps précédent. En effet, à l'heure actuelle, même si la méthode repose sur la fine résolution temporelle de l'écoulement pour le calcul des trajectoires, aucune optimisation algorithmique repose sur cette caractéristique.

Enfin, le calcul des champs de pression dans les volumes mesurés ainsi que celui de la force sur les sections correspondantes pourraient apporter une information précieuse pour l'analyse d'un couplage puisque la dynamique de la structure est directement liée aux sollicitations du fluide.

Conclusion

L'objectif fixé en début de thèse était d'étudier les mécanismes d'interaction fluide-structure dans le cas d'une aile flexible, d'allongement fini, placée en forte incidence dans un écoulement turbulent à nombre de Reynolds élevé. Les mesures réalisées pour résoudre ce couplage présentent un réel défi métrologique qui a été relevé. Afin de caractériser cette interaction, il a été nécessaire de mettre en place une mesure couplée de la déformation de la structure et de la vitesse du fluide. L'approche retenue repose sur la mesure des deux caractéristiques avec des systèmes optiques séparés synchronisés. La surface est évaluée à l'aide de techniques basées sur la corrélation d'images digitales (DIC) et les champs de vitesses sont obtenus à l'aide de la Tomo-PIV afin de capturer la forte tridimensionnalité de l'écoulement.

Pour mener à bien l'évaluation de la vitesse dans le cadre de mesures en veine hydrodynamique au travers de hublots épais, un nouveau modèle de caméra a été développé. Il a apporté, dans ce contexte, un gain significatif en précision dans la modélisation des fonctions de projection, améliorant ainsi la précision de la mesure de vitesse. Ce nouveau modèle de caméra repose sur la combinaison d'une fonction analytique et d'une correction discrète permettant de tenir compte des variations locales d'indice de réfraction présentes sur le chemin optique entre les traceurs PIV et la caméra. En plus d'améliorer la qualité de la mesure dans la configuration étudiée, il ouvre la voie à une seconde approche envisagée pour la mesure. Cette seconde approche repose sur la mesure de la déformation de la structure avec le système optique utilisé pour la Tomo-PIV. Le principe se base sur la localisation de traceurs incorporés à une structure transparente. Cette approche présente l'avantage d'utiliser un système optique unique et permettrait de remonter au champ de déformation interne à la structure. Le calcul du champ de déformation peut se faire à l'aide de techniques similaires à la Tomo-PIV (reconstruction d'un volume puis corrélation) ou de techniques proches de la PTV (triangulation puis suivi de particules). Pour mettre cette approche en application, il est nécessaire de prendre en compte la réfraction à l'interface entre le fluide et le solide au sein même du volume de mesure. Le modèle de caméra proposé permet de répondre à cette problématique. Cependant, des difficultés techniques subsistent. Tout d'abord, la présence d'interfaces optiques au sein du volume de mesure peut générer des déplacements de l'image des particules sur le capteur optique de plusieurs pixels, voire dizaines de pixels. Contrairement à un défaut de désalignement, la correction à apporter est locale et discontinue ce qui rend la triangulation de particules difficile, dans ces conditions. De plus, comme les particules sont immergées dans un solide fixe pour l'étape d'étalonnage du modèle, les calculs statistiques permettant l'évaluation précise de la correction à apporter sont mis à rude épreuve. Ensuite, il a été montré lors de la caractérisation du modèle proposé, que les erreurs de localisation deviennent importantes lorsque les corrections à apporter sont grandes. Il est donc nécessaire, pour ce type d'étalonnage, d'utiliser une procédure autre qu'une triangulation seule. Deux solutions peuvent être envisagées. Une première piste serait de réaliser, dans le contexte de

l'expérience, un balayage de la structure avec une nappe laser fine permettant de localiser précisément les traceurs de la structure dans la profondeur, améliorant ainsi la précision de la triangulation. Une seconde piste serait de localiser toutes les particules dans le profil au cours d'une procédure d'étalonnage dédiée et de se servir de la distribution connue pour améliorer la localisation dans le contexte de l'expérience.

Afin de valider le modèle de caméra développé au cours de la thèse, un simulateur d'images de particules prenant en compte la plupart des caractéristiques d'une mesure de Tomo-PIV a été implémenté. Ce simulateur d'images tient compte, en particulier, de l'ensemble des interfaces optiques présentes entre le volume de mesure et les caméras mais aussi de la variation d'intensité de l'éclairage laser, d'éventuelles ombres générées par des maquettes, de la distribution de taille des traceurs optiques et du bruit à l'enregistrement des images. Le déplacement des particules peut être modélisé à l'aide d'une fonction analytique ou d'une série de champs discrets. Ce simulateur d'images permet donc de reproduire avec une grande fidélité des expériences de Tomo-PIV complexes. Même si ce simulateur d'image a été conçu pour valider les développements algorithmiques réalisés, d'autres utilisations peuvent être envisagées. En effet, la simulation d'une configuration expérimentale pourrait servir de base pour l'estimation d'incertitudes dans le calcul de Tomo-PIV pour cette configuration expérimentale donnée. De plus, il permet la simulation d'images avec la présence d'une structure transparente dans le volume de mesure. Il est alors envisageable, dans le contexte de mesures volumiques de déformation présenté au paragraphe précédent, de se servir du simulateur pour prédire les déplacements locaux des images de particules induits par la présence de la structure transparente et ainsi initialiser la correction discrète du modèle de caméra.

Finalement cette thèse a contribué au développement d'outils permettant une mesure optique couplée de vitesse par Tomo-PIV et de déformation d'une structure favorisant l'analyse expérimentale des interactions fluide-structure. Une première expérience a été réalisée au sein du laboratoire validant la faisabilité de telles mesures. Les résultats obtenus, même s'ils n'ont, pour l'heure, pas permis de caractériser précisément les mécanismes physiques mis en jeu dans cette interaction, posent les bases de leur compréhension. En effet, les mesures couplées en association avec la simulation numérique IDDES ont permis de caractériser l'écoulement dans la configuration étudiée. Une zone de recirculation massive qui se développe à l'extrados de l'aile dans le sillage proche a été observée avec l'apparition de structures tourbillonnaires dans les couches cisaillées supérieure et inférieure. Dans le sillage proche de l'emplanture, la formation d'une allée alternée de type Karman turbulent a pu être identifiée. Cette organisation associée à une structuration quasi bidimensionnelle de l'écoulement est confinée dans la zone proche de l'emplanture du fait de l'influence de l'extrémité libre sur le sillage. En effet, la partie du sillage proche du bout de l'aile est fortement influencée par le contournement du fluide au niveau du saumon. Ce contournement est à l'origine de fortes vitesses transversales dans le sillage et donne naissance au tourbillon marginal. Enfin, la simulation numérique a permis d'observer la présence d'un système à trois tourbillons en fer à cheval au niveau de la paroi de l'emplanture. La mesure de la déformation de l'aile rigide et de l'aile flexible montre que les structures sont soumises à de la flexion simple et que la torsion selon l'axe z (le long de l'envergure) est négligeable, voire inexistante. Des déformations dynamiques submillimétriques ont été observées, dans les deux cas, autour d'une déformation moyenne de plus grande amplitude. L'amplitude dynamique de la déformation au niveau du saumon est de l'ordre de 0,25 mm et 0,07 mm autour d'une flèche moyenne de 4 mm et 0,55 mm, respectivement pour le profil flexible et le profil rigide. La partie dynamique peut être

décomposée en deux parties : une vibration à une fréquence proche de 14 Hz attribuée à la variation des conditions amont dans la veine d'essais et une modulation basse fréquence de l'ordre de 1 Hz. La comparaison entre l'écoulement autour d'un profil rigide et l'écoulement autour d'un profil flexible a montré que, malgré une flèche de la structure de près de 4 mm en bout d'aile dans le cas flexible, aucune différence significative n'est observable dans l'organisation de l'écoulement autour de l'aile. L'écoulement est juste translaté de la flexion locale de la structure. Néanmoins, même si la déformation de la structure n'impacte pas la topologie globale de l'écoulement, l'analyse des corrélations entre la déformation de l'aile et les vitesses locales de l'écoulement ont montré l'existence d'un couplage dans le cas flexible. En effet, des zones de forte corrélation ont été identifiées autour du plan $z = 105$ mm proche de l'extrados du profil, principalement sur la composante transverse de la vitesse, et dans les zones d'écoulement extérieur. Les zones de l'écoulement jouant un rôle clé dans ce couplage étant maintenant identifiées, une analyse approfondie de la dynamique instationnaire du sillage pourrait permettre de déterminer les mécanismes mis en jeu dans ce couplage. L'application d'outils d'analyse modale de type POD, POD spectrale, DMD et d'analyse lagrangienne tel que les FTLE pourrait contribuer à l'identification des phénomènes physiques à l'origine de ce couplage fluide-structure.

Les outils de mesure développés et utilisés avec succès dans la configuration présentée pourront être appliqués dans de nombreux contextes d'étude, tels que l'analyse de récupérateurs d'énergie utilisant des structures flexibles, l'étude d'amortisseurs de vagues ou pour la validation de simulations numériques faisant intervenir le couplage fluide-structure.

Annexe A

Réfraction et Réflexion à l'interface

Dans cette annexe, les loi de la réfraction (Snell-Descartes) et de la réflexion sont présentées sous forme tridimensionnelle vectorielle. Les vecteurs sont ici notés en petite lettre grasse afin de s'affranchir des flèches. Dans un milieu homogène d'indice de réfraction n_1, considérons un rayon porté par le vecteur $\mathbf{i}$, intersectant un dioptre de normale $\mathbf{n}$, orientée vers le milieu 1. Notons $\mathbf{t}$ le vecteur directeur du rayon transmis à travers le dioptre dans le milieu 2 d'indice n_2 et $\mathbf{r}$ celui du rayon réfléchi sur le dioptre. Tous les vecteurs normaux et directeurs sont ici considérés normés.

Chaque vecteur directeur peut être décomposé en deux contributions : l'une normale au vecteur $\mathbf{n}$ et l'autre tangente. On notera ces décompositions de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{i} = \mathbf{i}_{\parallel} + \mathbf{i}_{\perp} \\ \mathbf{i}_{\parallel} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} \\ \mathbf{i}_{\perp} = (\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{i} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} \end{cases} \tag{A.1}$$

$$\begin{cases} \mathbf{t} = \mathbf{t}_{\parallel} + \mathbf{t}_{\perp} \\ \mathbf{t}_{\parallel} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{t})\ \mathbf{n} \\ \mathbf{t}_{\perp} = (\mathbf{n} \wedge \mathbf{t}) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{t} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{t})\ \mathbf{n} \end{cases} \tag{A.2}$$

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \mathbf{r}_{\parallel} + \mathbf{r}_{\perp} \\ \mathbf{r}_{\parallel} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\ \mathbf{n} \\ \mathbf{r}_{\perp} = (\mathbf{n} \wedge \mathbf{r}) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{r} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\ \mathbf{n} \end{cases} \tag{A.3}$$

A.1 Réfraction

La loi de la réfraction est donnée en écriture vectorielle par la relation A.4.

$$n_1\ \mathbf{n} \wedge \mathbf{i} = n_2\ \mathbf{n} \wedge \mathbf{t} \tag{A.4}$$

On cherche à exprimer $\mathbf{t}$:

$$\mathbf{t} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{t})\ \mathbf{n} + (\mathbf{n} \wedge \mathbf{t}) \wedge \mathbf{n} \tag{A.5}$$

$$\mathbf{t} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{t})\ \mathbf{n} + \frac{n_1}{n_2}(\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}) \wedge \mathbf{n} \tag{A.6}$$

D'autre part comme $\mathbf{n} \perp (\mathbf{n} \wedge \mathbf{i})$ et $\mathbf{n}$ est unitaire, on peut écrire :

$$||\mathbf{t}||^2 = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{t})^2 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 ||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2 = 1 \tag{A.7}$$

Etant donné la convention d'orientation où $\mathbf{n}$ pointe vers le milieu 1 :

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{t}) = -\sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 ||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2} \tag{A.8}$$

Finalement on obtient l'orientation du vecteur transmis grâce à la relation suivante :

$$\mathbf{t} = \frac{n_1}{n_2}(\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}) \wedge \mathbf{n} - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 ||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2}\, \mathbf{n} \tag{A.9}$$

A.2 Réflexion

La loi de la réflexion peut être formulée en écriture vectorielle par les relations A.10.

$$\begin{cases} \mathbf{n} \wedge \mathbf{i} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{r} \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{i} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} \end{cases} \tag{A.10}$$

En partant de la décomposition de $\mathbf{r}$ en composantes parallèle et orthogonale à $\mathbf{n}$ (A.11) et en remplaçant les deux termes dépendant de $\mathbf{r}$ par les termes en $\mathbf{i}$ issus des relation de réflexion (A.10), on obtient l'équation (A.12) dans laquelle on peut réécrire le produit vectoriel avec la relation (A.1).

$$\mathbf{r} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\ \mathbf{n} + (\mathbf{n} \wedge \mathbf{r}) \wedge \mathbf{n} \tag{A.11}$$
$$\mathbf{r} = -(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} + (\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}) \wedge \mathbf{n} \tag{A.12}$$
$$\mathbf{r} = -(\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} + \mathbf{i} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} \tag{A.13}$$

Finalement, on trouve l'expression du vecteur unitaire du rayon réfléchi :

$$\mathbf{r} = \mathbf{i} - 2\ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} \tag{A.14}$$

Si l'on considère un dioptre qui transmet parfaitement la lumière, on négligera la réflexion tant qu'il y a transmission d'un rayon. Il y aura alors réflexion totale lorsque la condition $\mathbf{n} \cdot \mathbf{t} \leq 0$ n'est plus vérifié. Soit :

$$||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2 \geq \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \tag{A.15}$$

Dans le simulateur d'image, la propagation du rayon est alors modélisée par le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{s_2} = \mathbf{r} = \mathbf{i} - 2\ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i})\ \mathbf{n} & \text{si } ||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2 \geq \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \\ \mathbf{s_2} = \mathbf{t} = \frac{n_1}{n_2}(\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}) \wedge \mathbf{n} - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 ||\mathbf{n} \wedge \mathbf{i}||^2}\ \mathbf{n} & \text{sinon} \end{cases} \tag{A.16}$$

Annexe B

Quelques équations d'interfaces et calculs d'intersections

Dans cette annexe, le calcul d'intersection entre un rayon et une interface optique est détaillé pour des géométries utilisées au cours de la thèse. Tout d'abord, les calculs pour l'interface plane, modélisant les hublots de la veine d'essais, sont présentés, puis dans un second temps, ceux liés à un profil d'aile NACA d'envergure finie (profil utilisé pour les expériences).

Définissons, tout d'abord, un rayon porté par le vecteur directeur $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{pmatrix}$ normé, issu d'un point $A(x_A, y_A, z_A)$. Alors tous les points de ce rayon sont données par l'équation suivante :

$$P(t) = A + t\ \mathbf{d}\ , \qquad \forall t \in [0; +\infty] \tag{B.1}$$

On cherche alors à déterminer l'intersection de ce rayon (si elle existe) avec les interfaces présentes dans l'expérience. Toutes les interfaces sont définies par une fonction délimitant un domaine intérieur, numéroté 2 est un domaine extérieur numéroté 1. Ces notations d'intérieur et extérieur n'impliquent pas que la région soit fermée, seulement l'établissement de conventions pour définir (souvent par rapport à l'orientation de la normale) ces notions.

B.1 Interface plane

L'interface plane est définie par une équation de plan $a'\ x + b'\ y + c'\ z + d' = 0$ avec $\mathbf{n} = {}^{t}(a', b', c')$ un vecteur normal unitaire de la paroi, pointant vers le milieu numéroté 1, défini comme l'extérieur. Pour définir cette paroi, il suffit donc de renseigner un vecteur normal à la paroi, un point lui appartenant et les indices de réfraction des milieux intérieur et extérieur pour définir de manière complète le problème.

Afin de trouver le point d'intersection entre le plan et la droite, il suffit de résoudre l'équation du plan avec l'expression d'un point appartenant à la droite :

$$a'\ (x_A + d_x\ t) + b'\ (y_A + d_y\ t) + c'\ (z_A + d_z\ t) + d' = 0 \tag{B.2}$$

La solution est donc donnée par :

$$\begin{cases} t = -\dfrac{\mathbf{n} \cdot A + d'}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{d}} \\ P(t) = A + t\ \mathbf{d} \end{cases} \tag{B.3}$$

Afin d'optimiser le temps d'exécution de la fonction, les tests d'intersection sont réalisés au fur et à mesure du calcul des termes. En effet, si $\mathbf{n} \cdot \mathbf{d} = 0$, le rayon est parallèle à l'interface et il n'y a aucune solution (ou une infinité, mais cette solution n'est pas pertinente puisqu'elle implique que l'origine du rayon soit déjà sur l'interface). Ensuite, le calcul du numérateur est réalisé : si $t \leq 0$ alors l'interface se situe en arrière (ou à l'origine) du rayon et il n'y a pas de solution. Enfin, si $t > 0$, le point d'intersection peut être calculé à l'aide de l'équation de droite et le scalaire t correspond à la distance entre l'origine et l'interface le long du rayon.

Il est possible d'ajouter facilement des bornes au plan si l'on souhaite le délimiter dans l'espace. Il suffit alors de vérifier que le point d'intersection soit à l'intérieur de ces bornes pour valider l'intersection.

B.2 Pavé droit

A partir de la définition de l'intersection avec un plan, il est aisé de définir l'intersection avec une boite de dimensions fixées. Il suffit, pour cela de définir les six plans composant les faces du pavé droit, de trouver les intersections avec les faces puis de vérifier que le point d'intersection se situe bien dans les bornes définissant la boite.

B.3 Aile à profil NACA00XX

Le même travail de recherche d'intersection peut être réalisé pour une aile de profil NACA00XX d'envergure finie. Dans notre cas, l'aile est constituée d'une section droite d'envergure L (de profil NACA00XX) et d'un saumon formé par la rotation du profil autour de la corde en bout de section droite. Elle est définie par la longueur de sa corde c, son épaisseur e et son envergure L dans un repère local ayant pour origine le bord d'attaque à l'emplanture. L'axe $(O, \mathbf{x})$, orienté du bord d'attaque vers le bord de fuite, est porté par la corde du profil, l'axe $(O, \mathbf{z})$, orienté de l'emplanture vers le saumon est dans l'axe de l'envergure de l'aile et (O, x, y, z) forme un repère direct.

La définition du profil NACA00XX dans ce repère est donné par la fonction (B.4) où e correspond à l'épaisseur du profil $XX\%$, c la corde et x l'abscisse :

$$f(x) = c_0 \left(c_1 \sqrt{\left(\frac{x}{c}\right)} + c_2 \left(\frac{x}{c}\right) + c_3 \left(\frac{x}{c}\right)^2 + c_4 \left(\frac{x}{c}\right)^3 + c_5 \left(\frac{x}{c}\right)^4 \right),\ c_0 = \frac{c\,e}{0.2} \tag{B.4}$$

La surface de l'aile est donc décrite par les équations suivantes :

$$\begin{cases} y = \pm f(x) & \text{si } z \in [0, L] \\ y = \pm\sqrt{(f(x))^2 - (z-L)^2} & \text{si } z > L \text{ et } (f(x))^2 - (z-L)^2 \geq 0 \end{cases} \tag{B.5}$$

L'aile est ensuite positionnée dans l'espace par une rotation et une translation définies telles que les relations entre un point P, noté P_a dans le repère de l'aile et le même point

noté P_0 dans le repère du volume soit données par :

$$\begin{cases} P_a = {}^{t}\mathbf{R}P_0 - T \\ P_0 = \mathbf{R}\,(P_a + T) \end{cases} \tag{B.6}$$

Pour rechercher l'intersection entre un rayon et l'aile, il est nécessaire d'exprimer le rayon dans le repère de l'aile à l'aide de l'équation (B.6). Les points du rayon sont alors définis dans ce repère par : $P_a = d_a\ t + A_a$. Comme toute la recherche d'intersection se déroule dans le repère de l'aile, on omettra les indices de repère tant que cela ne nuit pas à la clarté du propos. Le retour dans le repère du volume est effectué à la toute fin de l'opération une fois l'intersection la plus proche trouvée (si elle existe).

La recherche d'intersections s'effectue pour les différentes surfaces élémentaires qui composent l'aile ; à savoir l'extrados, l'intrados, le saumon et la base. Si on utilise les équations NACA00XX originales, comme elles ne sont pas fermées au bord de fuite, il faut définir une surface (plane) supplémentaire pour fermer le volume. Le problème peut également être résolu en utilisant la variante des équations NACA00XX fermées.

Section droite

En combinant les expressions de x et y de l'équation de droite du rayon, on peut écrire l'équation suivante pour y si $d_x \neq 0$. Le cas particulier $d_x = 0$ est analysé juste après.

$$y = (x - x_A) - y_A, \text{ si } d_x \neq 0 \tag{B.7}$$

S'il y a une intersection entre le rayon et la section droite de l'aile, le point vérifie le système suivant, où le scalaire s permet de basculer de l'extrados ($s > 0$) à l'intrados ($s < 0$) :

$$\begin{cases} y = \dfrac{d_y}{d_x}(x - x_A) + y_A & \text{avec} \quad 0 \leq x \leq c \\ y = \pm f(x) = \dfrac{s}{||s||}\ f(x) & \qquad\quad 0 \leq z \leq L \end{cases} \tag{B.8}$$

Pour trouver les intersections, il faut résoudre l'équation ci dessous :

$$\begin{aligned} \frac{s}{||s||}\left(\frac{d_y}{d_x}x_A - y_A\right) + c_0\left(c_1\sqrt{\left(\frac{x}{c}\right)} + \left(c_2 - \frac{s}{||s||}\frac{d_y}{d_x}\frac{c}{c_0}\right)\left(\frac{x}{c}\right)\right. \\ \left. + c_3\left(\frac{x}{c}\right)^2 + c_4\left(\frac{x}{c}\right)^3 + c_5\left(\frac{x}{c}\right)^4\right) = 0 \end{aligned} \tag{B.9}$$

On peut alors poser le changement de variable $\xi = \sqrt{\frac{x}{c}}$ car $x \geq 0$ ce qui ramène la résolution de l'équation précédente à la recherche des racines du polynôme ci-dessous :

$$\begin{aligned} P(\xi) = & \frac{\mathbf{s}}{||\mathbf{s}||}\left(\frac{\mathbf{d_y}}{\mathbf{d_x}}\mathbf{x_A} - \mathbf{y_A}\right) \\ & + c_0c_1\xi \\ & + \left(c_0c_2 - \frac{\mathbf{s}}{||\mathbf{s}||}\frac{\mathbf{d_y}}{\mathbf{d_x}}\mathbf{c}\right)\xi^2 \\ & + c_0c_3\xi^4 \\ & + c_0c_4\xi^6 \\ & + c_0c_5\xi^8 \end{aligned} \tag{B.10}$$

Les termes dans le polynôme indiqués en gras sont les termes dépendant du rayon incident, les autres peuvent êtres pré-calculés car ils dépendent unique de la géométrie (fixée) du profil. Le calcul des racines (complexes) du polynôme est réalisé en déterminant les valeurs propres de la matrice compagnon du polynôme [1]. On sélectionne ensuite uniquement les racines réelles, puis on s'assure qu'elles vérifient successivement les conditions suivantes :

$$\begin{cases} 0 \leq \xi \leq 1 \ (\Leftrightarrow 0 \leq x \leq c) \\ t = \dfrac{(c\xi^2 - x_A)}{d_x} > 0 \\ 0 \leq z (= d_z \ t + z_A) \leq L \end{cases} \tag{B.11}$$

S'il existe une ou plusieurs racines respectant toutes les conditions de validités, on choisi celle qui correspond à la distance t la plus faible, puis on détermine le point d'intersection et la normale locale au profil à partir du calcul de la tangente (B.12).

$$f'(x) = c_0 \left(\frac{c_1}{2} \left(\frac{x}{c} \right)^{-0.5} + c_2 + 2\, c_3 \left(\frac{x}{c} \right) + 3\, c_4 \left(\frac{x}{c} \right)^2 + 4\, c_5 \left(\frac{x}{c} \right)^3 \right) \tag{B.12}$$

La normale est donnée par l'un des vecteurs $\mathbf{n}$ ci-dessous suivant les coordonnées du point d'intersection.

$$\begin{cases} \mathbf{n} = {}^{\mathrm{t}}(1,0,0) & \text{si } x = 0 \\ \mathbf{n} = {}^{\mathrm{t}}(-1,0,0) & \text{si } x = c \\ \mathbf{n} = {}^{\mathrm{t}}(f'(x),1,0) & \text{si } y < 0 \\ \mathbf{n} = {}^{\mathrm{t}}(f'(x),-1,0) & \text{si } y > 0 \end{cases} \tag{B.13}$$

Le cas particulier $d_x = 0$ implique que $x = x_A$, $\forall t \in [0; +\infty]$ est constant sur tout le rayon. Si $0 \leq x_A \leq c$, on calcule les deux solutions $y = \pm f(x_A)$ et on vérifie que $0 \leq z \leq L$ et $t > 0$. S'il existe des solutions, on conserve la solution de plus petite distance (t minimum) puis on calcule la normale locale avec les formules (B.13).

Saumon

De manière similaire, on cherche à déterminer s'il existe une intersection avec le saumon et résolvant le système dans le repère de l'aile :

$$\begin{cases} y = \dfrac{d_y}{d_x}(x - x_A) + y_A & & 0 \leq x \leq c \\ z = \dfrac{d_z}{d_x}(x - x_A) + z_A & \text{avec} & z > L \\ y^2 = (f(x))^2 - (z - L)^2 & & f(x))^2 - (z - L)^2 \geq 0 \end{cases} \tag{B.14}$$

En développant le carré de chaque terme et en effectuant, comme précédemment le changement de variable $\xi = \sqrt{\frac{x}{c}}$, on établi le polynôme suivant dont les racines permettent

1. http://sliplib.free.fr/doc_doxygen/slip_git/html/de/d92/classslip_1_1_polynomial.html#a4178c68588490cdbeb9b3accfa031acf

de déterminer les points d'intersection :

$$\begin{aligned} P(\xi) =& -\left(\frac{\mathbf{d_y}}{\mathbf{d_x}}\mathbf{x_A} - \mathbf{y_A}\right)^{\mathbf{2}} - \left(\frac{\mathbf{d_z}}{\mathbf{d_x}}\mathbf{x_A} - (\mathbf{z_A} - \mathbf{L})\right)^{\mathbf{2}} \\ &+ \left[c_0^2 c_1^2 + \mathbf{2c}\left(\frac{\mathbf{d_y^2} + \mathbf{d_z^2}}{\mathbf{d_x^2}}\mathbf{x_A} - \frac{\mathbf{d_y y_A} + \mathbf{d_z}(\mathbf{z_A} - \mathbf{L})}{\mathbf{d_x}}\right)\right]\xi^2 \\ &+ 2c_0^2 c_1 c_2 \xi^3 \\ &+ \left(c_0^2 c_2^2 - \mathbf{c^2}\frac{\mathbf{d_y^2} + \mathbf{d_z^2}}{\mathbf{d_x^2}}\right)\xi^4 \\ &+ 2c_0^2 c_1 c_3 \xi^5 \\ &+ 2c_0^2 c_2 c_3 \xi^6 \\ &+ 2c_0^2 c_1 c_4 \xi^7 \\ &+ c_0^2(c_3^2 + 2c_2 c_4)\xi^8 \\ &+ 2c_0^2 c_1 c_5 \xi^9 \\ &+ [2c_0^2(c_2 c_5 + c_3 c_4)]\xi^{10} \\ &+ c_0^2(c_4^2 + 2c_3 c_5)\xi^{12} \\ &+ 2c_0^2 c_4 c_5 \xi^{14} \\ &+ 2c_0^2 c_5^2 \xi^{16} \end{aligned} \tag{B.15}$$

Comme auparavant, on conserve l'intersection de plus petite distance qui vérifie les conditions énoncées précédemment. La normale à l'aile est calculée en faisant tourner la normale à l'extrados d'un angle θ autour de la corde en fin de section droite :

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f'(x) \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{y}{f(x)} \\ \sin\theta = \dfrac{z-L}{f(x)} \end{cases} \tag{B.16}$$

Finalement, on exprime la normale locale que l'on peut normaliser après coup :

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} f'(x) \\ -\dfrac{y}{f(x)} \\ -\dfrac{z-L}{f(x)} \end{pmatrix} \tag{B.17}$$

Dans le cas où $d_x = 0$, on observe que $x = x_A,\ \forall t \in [0; +\infty]$, on résout alors l'équation pour t, si $0 \leq x_A \leq c$, sinon il n'y a pas d'intersection :

$$(y(t))^2 + (z(t) - L)^2 = (f(x_A))^2 \tag{B.18}$$

On en dérive une équation du second degré :

$$(d_y^2 + d_z^2)\ t^2 + 2(d_y y_A + d_z(z_A - L))\ t + (y_A^2 + (z_A - L)^2 - (f(x_A))^2) = 0 \tag{B.19}$$

Dont les (ou la) solutions sont données par :

$$\begin{cases} t = \dfrac{-2(d_y y_A + d_z(z_A - L)) \pm \sqrt{\Delta}}{2(d_y^2 + d_z^2)} \\ \Delta = [2(d_y y_A + d_z(z_A - L)]^2 - 4(d_y^2 + d_z^2)(y_A^2 + (z_A - L)^2 - (f(x_A))^2) \end{cases} \tag{B.20}$$

Si $t > 0$, on peut évaluer $P(t) = \mathbf{d} \cdot t + A$, pour l'intersection la plus proche.

Base

La recherche d'intersection sur la base du profil revient à chercher l'intersection sur un plan d'équation $z = 0$ (cf paragraphe B.1) et vérifier que :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq c \\ |y| < f(x) \end{cases} \tag{B.21}$$

Conclusion

Une fois que l'on a vérifié la présence d'intersections avec l'ensemble des surfaces constituant l'aile, si l'ensemble des intersections n'est pas vide, il convient de retenir l'intersection de plus courte distance (t minimum) ainsi que la normale associée. Le point d'intersection et la normale sont alors exprimés dans le repère du volume de mesure pour effectuer la suite du calcul (propagation du rayon).

Le temps de recherche des racines pour les polynômes étant relativement long (devant un calcul d'intersection avec un plan), il peut être judicieux de définir deux boites englobant la section droite de l'aile et le saumon afin et de faire le test d'intersection sur ces objets et réaliser le calcul des racines uniquement quand cela est nécessaire (i.e. quand le rayon intersecte la boite correspondante).

Annexe C

Corrélation et convolution de fonctions gaussiennes

C.1 Identité matricielle

On vérifiera tout d'abord que si $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont deux matrices symétriques :

$$\begin{aligned} {}^{\mathrm{t}}(X-X_a)\mathbf{A}\,(X-X_a)+{}^{\mathrm{t}}(X-X_b)\mathbf{B}\,(X-X_b) = \\ {}^{\mathrm{t}}(X-X_c)\,(\mathbf{A}+\mathbf{B})\,(X-X_c)+{}^{\mathrm{t}}(X_a-X_b)\mathbf{C}\,(X_a-X_b) \end{aligned} \tag{C.1}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_c = (\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a+\mathbf{B}X_b) \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1}+\mathbf{B}^{-1})^{-1} \end{array} \right. \tag{C.2}$$

Numérotons (I) le premier terme de l'égalité de l'équation C.1 et (II) et (III) les membres de droite. Nous remarquerons qu'étant donné que $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ sont symétriques, $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ l'est aussi et encore $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}$ si elle existe. Développons les trois termes pour vérifier l'égalité (C.1).

$$\begin{aligned} (I) &= {}^{\mathrm{t}}(X-X_a)\mathbf{A}(X-X_a)+{}^{\mathrm{t}}(X-X_b)\mathbf{B}(X-X_b) \\ &= {}^{\mathrm{t}}X\mathbf{A}X-{}^{\mathrm{t}}X\mathbf{A}X_a-{}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}X+{}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}X_a+{}^{\mathrm{t}}X\mathbf{B}X-{}^{\mathrm{t}}X\mathbf{B}X_b-{}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}X+{}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}X_b \\ &= {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}+\mathbf{B})X-{}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}X_a+\mathbf{B}X_b)-({}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}+{}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B})X+{}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}X_a+{}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}X_b \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
(II) &= {}^{\mathrm{t}}(X - X_c)(\mathbf{A}+\mathbf{B})(X - X_c) \\
&= {}^{\mathrm{t}}(X - (\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b))(\mathbf{A}+\mathbf{B})(X - (\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b)) \\
&= {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}+\mathbf{B})X - {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}+\mathbf{B})((\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b)) \\
&\quad - {}^{\mathrm{t}}((\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b))(\mathbf{A}+\mathbf{B})X \\
&\quad + {}^{\mathrm{t}}((\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b))(\mathbf{A}+\mathbf{B})((\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b)) \\
&= {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}+\mathbf{B})X - {}^{\mathrm{t}}X\mathbf{Id}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b) \\
&\quad - ({}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A} + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B})(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}+\mathbf{B})X \\
&\quad + ({}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A} + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B})(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{Id}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b)) \\
&= {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}+\mathbf{B})X - {}^{\mathrm{t}}X(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_b) - ({}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A} + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B})X \\
&\quad + {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}X_a + {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b \\
&\quad + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}X_a + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(III) &= {}^{\mathrm{t}}(X_a - X_b)\mathbf{C}(X_a - X_b) \\
&= ({}^{\mathrm{t}}X_a - {}^{\mathrm{t}}X_b)(\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B})(X_a - X_b) \\
&= {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_a - {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b \\
&\quad - {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_a + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(II) + (III) - (I) &= {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}X_a + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}X_a \\
&\quad + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b + {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_a \\
&\quad - {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_a + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b \\
&\quad - {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}X_a - {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}X_b \\
&= {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}X_a) - {}^{\mathrm{t}}X_a\mathbf{A}X_a \\
&\quad + ({}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B} + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A})(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_b - {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}X_b \\
&\quad + {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A}X_a - {}^{\mathrm{t}}X_b\mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}X_a \\
&= {}^{\mathrm{t}}X_b(\mathbf{B}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{A} - \mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B})X_a \\
&= {}^{\mathrm{t}}X_b((\mathbf{B}^{-1}+\mathbf{A}^{-1})^{-1} - (\mathbf{A}^{-1}+\mathbf{B}^{-1})^{-1})X_a \\
&= 0
\end{aligned}
$$

L'égalité est donc bien vérifiée pour deux matrice symétriques $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$.

C.2 Corrélation de deux fonctions gaussiennes

Définissons tout d'abord deux fonctions gaussiennes $g_{a_{[K_a,X_a,A]}}(X)$ et $g_{b_{[K_b,X_b,B]}}(X)$ exprimées de la façon suivante :

$$
\left\{
\begin{array}{ll}
g_{a_{[K_a,X_a,A]}}(X) & = K_a \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X - X_a)\mathbf{A}(X - X_a)\right] \\
g_{b_{[K_b,X_b,B]}}(X) & = K_b \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X - X_b)\mathbf{B}(X - X_b)\right]
\end{array}
\right. \tag{C.3}
$$

La corrélation de deux fonctions gaussiennes est donnée par la formule suivante :

$$(g_a \cdot g_b)(X') = \int_{\mathbb{R}^n} g_a(X)\ g_b(X - X')\ dX \tag{C.4}$$

$$= \int_{\mathbb{R}^n} K_a \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X - X_a)\mathbf{A}(X - X_a)\right] K_b \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X - X' - X_b)\mathbf{B}(X - X' - X_b)\right]\ dX \tag{C.5}$$

$$= K_a K_b \int_{\mathbb{R}^n} \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X - X_0)(\mathbf{A} + \mathbf{B})(X - X_0)\right] \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X_a - X' - X_b)\mathbf{C}(X_a - X' - X_b)\right]\ dX \tag{C.6}$$

Après avoir exprimé le produit de gaussiennes à l'aide de la relation (C.1), pour laquelle on pose :

$$\begin{cases} X_0 = (\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}(X' + X_b)) \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})^{-1} \end{cases} \tag{C.7}$$

On peut sortir la deuxième exponentielle de l'intégrale puisqu'elle ne dépend pas de la variable d'intégration et on peut exprimer l'intégrale de la gaussienne de matrice $\mathbf{A} + \mathbf{B}$.

$$(g_a \cdot g_b)(X') = K_a K_b \sqrt{\frac{(2\pi)^n}{\det(\mathbf{A} + \mathbf{B})}} \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X' - (X_a - X_b))\mathbf{C}(X' - (X_a - X_b))\right] \tag{C.8}$$

Finalement la corrélation de deux fonctions gaussiennes donne une fonction gaussienne d'intensité K_c, de centre X_c de matrice $\mathbf{C}$.

$$(g_{a_{[K_a, X_a, A]}} \cdot g_{b_{[K_b, X_b, B]}})(X) = K_c \exp\left[-\frac{1}{2}\ {}^{\mathrm{t}}(X - X_c)\mathbf{C}(X - X_c)\right] \tag{C.9}$$

$$= g_{c_{[K_c, X_c, C]}}(X) \tag{C.10}$$

$$\tag{C.11}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_c = K_a K_b \sqrt{\dfrac{(2\pi)^n}{\det(A + B)}} \\ X_c = X_a - X_b \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})^{-1} \end{cases} \tag{C.12}$$

C.3 Convolution de deux fonctions gaussiennes

On utilise les mêmes fonctions gaussiennes $g_{a_{[K_a,X_a,A]}}(X)$ et $g_{b_{[K_b,X_b,B]}}(X)$ que précédemment pour écrire le produit de convolution :

$$(g_a * g_b)(X') = \int_{\mathbb{R}^n} g_a(X)\ g_b(X'-X)\ dX \tag{C.13}$$

$$= \int_{\mathbb{R}^n} K_a \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X-X_a)\mathbf{A}(X-X_a)\right] K_b \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X'-X-X_b)\mathbf{B}(X'-X-X_b)\right]\ dX \tag{C.14}$$

$$= K_a K_b \int_{\mathbb{R}^n} \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X-X_0)(\mathbf{A}+\mathbf{B})(X-X_0)\right] \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X'-(X_a+X_b))\mathbf{C}(X'-(X_a+X_b))\right]\ dX \tag{C.15}$$

Après avoir exprimé le produit de gaussiennes à l'aide de la relation (C.1), pour laquelle on pose :

$$\begin{cases} X_0 = (\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}(\mathbf{A}X_a + \mathbf{B}(X-X_b)) \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1}+\mathbf{B}^{-1})^{-1} \end{cases} \tag{C.16}$$

On peut sortir cette fois-ci la première exponentielle de l'intégrale puisqu'elle ne dépend pas de la variable d'intégration et on peut exprimer l'intégrale de la gaussienne de matrice $\mathbf{M}$.

$$(g_a * g_b)(X') = K_a K_b \sqrt{\frac{(2\pi)^n}{\det(\mathbf{A}+\mathbf{B})}} \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X'-(X_a+X_b))\mathbf{C}(X'-(X_a+X_b))\right] \tag{C.17}$$

Finalement la convolution de deux fonctions gaussiennes donne une fonction gaussienne d'intensité K_c, de centre X_c de matrice $\mathbf{C}$.

$$(g_{a_{[K_a,X_a,A]}} * g_{b_{[K_b,X_b,B]}})(X) = K_c \exp\left[-\frac{1}{2}\,{}^{\mathrm{t}}(X-X_c)\mathbf{C}(X-X_c)\right] \tag{C.18}$$

$$= g_{c_{[K_c,X_c,C]}}(X) \tag{C.19}$$

$$\tag{C.20}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_c = K_a K_b \sqrt{\dfrac{(2\pi)^n}{\det(\mathbf{A}+\mathbf{B})}} \\ X_c = X_a + X_b \\ \mathbf{C} = \mathbf{A}(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B} = (\mathbf{A}^{-1}+\mathbf{B}^{-1})^{-1} \end{cases} \tag{C.21}$$

Bibliographie

R. J. Adrian. Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23(1) :261–304, 1991. doi : 10.1146/annurev.fl.23.010191.001401. URL https://doi.org/10.1146/annurev.fl.23.010191.001401.

H.-E. Albrecht, M. Borys, N. Damaschke, and C. Tropea. *Choice of Particles and Particle Generation*, pages 605–625. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2003. ISBN 978-3-662-05165-8. doi : 10.1007/978-3-662-05165-8_13. URL https://doi.org/10.1007/978-3-662-05165-8_13.

C. Atkinson and J. Soria. An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 47(4) :553, Aug 2009. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-009-0728-0. URL https://doi.org/10.1007/s00348-009-0728-0.

J. Belden. Calibration of multi-camera systems with refractive interfaces. *Experiments in Fluids*, 54(2) :1463, Feb 2013. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-013-1463-0. URL https://doi.org/10.1007/s00348-013-1463-0.

J. Belden, T. T. Truscott, M. C. Axiak, and A. H. Techet. Three-dimensional synthetic aperture particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 21(12) : 125403, 2010. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/21/i=12/a=125403.

R. Ben-Salah. *Elaboration of 3D reconstruction tomographic method in particle image velocimetry based on marked point process.* Theses, Université de Poitiers - Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées, Sept. 2015. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01292656.

R. Ben-Salah, O. Alata, B. Tremblais, L. Thomas, and L. David. Tomographic reconstruction of 3d objects using marked point process framework. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 60(7) :1132–1149, Sep 2018. ISSN 1573-7683. doi : 10.1007/s10851-018-0800-6. URL https://doi.org/10.1007/s10851-018-0800-6.

A. Boutier and M. Elena. L'ensemencement en vélocimétrie laser. In A. Boutier, editor, *Vélocimétrie laser pour la mécanique des fluides*, chapter 7, pages 319–341. Hermes Science, 2012.

C. Brücker. Digital-particle-image-velocimetry (dpiv) in a scanning light-sheet : 3d starting flow around a short cylinder. *Experiments in Fluids*, 19(4) :255–263, Aug 1995. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/BF00196474. URL https://doi.org/10.1007/BF00196474.

D. Calluaud. *Développement d'une méthode de mesures tridimensionnelles par PIV Stéréoscopique : application à l'étude de l'écoulement naissant et établi autour d'un parallélépipède*. PhD thesis, Poitiers, 2003.

D. Calluaud and L. David. Quantification des aberrations optiques lors de mesures par stéréo-piv. *CFVL 9, Bruxelles*, 2004a.

D. Calluaud and L. David. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block. *Experiments in Fluids*, 36(1) :53–61, Jan 2004b. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-003-0628-7. URL https://doi.org/10.1007/s00348-003-0628-7.

F. Champagnat, P. Cornic, A. Cheminet, B. Leclaire, G. L. Besnerais, and A. Plyer. Tomographic piv : particles versus blobs. *Measurement Science and Technology*, 25 (8) :084002, 2014. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/25/i=8/a=084002.

L. Chatellier, S. Jarny, F. Gibouin, and L. David. A parametric piv/dic method for the measurement of free surface flows. *Experiments in Fluids*, 54(3) :1488, Mar 2013. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-013-1488-4. URL https://doi.org/10.1007/s00348-013-1488-4.

P. Cornic, C. Illoul, A. Cheminet, G. L. Besnerais, F. Champagnat, Y. L. Sant, and B. Leclaire. Another look at volume self-calibration : calibration and self-calibration within a pinhole model of scheimpflug cameras. *Measurement Science and Technology*, 27(9) :094004, 2016. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/27/i=9/a=094004.

L. David, R. Fraticelli, B. Wieneke, and L. Thomas. Study of three-dimensional vortex structures in cross-flow by time resolved tomographic piv. *7th Int. Symp. on PIV, Roma, Italy, 11-14 September 2007*, Sept. 2007.

L. David, T. Jardin, P. Braud, and A. Farcy. Time-resolved scanning tomography piv measurements around a flapping wing. *Experiments in Fluids*, 52(4) :857–864, Apr 2012. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-011-1148-5. URL https://doi.org/10.1007/s00348-011-1148-5.

S. Discetti and T. Astarita. A fast multi-resolution approach to tomographic piv. *Experiments in Fluids*, 52(3) :765–777, Mar 2012. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-011-1119-x. URL https://doi.org/10.1007/s00348-011-1119-x.

S. Discetti and F. Coletti. Volumetric velocimetry for fluid flows. *Measurement Science and Technology*, 29(4) :042001, 2018. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/29/i=4/a=042001.

P. A. Durbin. Technical note : On the k-3 stagnation point anomaly. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 17 :9–90, 1996. doi : 10.1016/0142-727X(95)00073-Y. URL https://ci.nii.ac.jp/naid/80009137024/en/.

T. Earl, Y. J. Jeon, B. Lecordier, and L. David. F2dpr : a fast and robust cross-correlation technique for volumetric piv. *Measurement Science and Technology*, 27(8) :084007, 2016. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/27/i=8/a=084007.

T. A. Earl, S. Cochard, L. Thomas, B. Tremblais, and L. David. Implementation of vibration correction schemes to the evaluation of a turbulent flow in an open channel by tomographic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 26 (1) :015303, dec 2014. doi : 10.1088/0957-0233/26/1/015303. URL https://doi.org/10.1088%2F0957-0233%2F26%2F1%2F015303.

G. E. Elsinga, F. Scarano, B. Wieneke, and B. W. van Oudheusden. Tomographic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 41(6) :933–947, Dec 2006. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-006-0212-z. URL https://doi.org/10.1007/s00348-006-0212-z.

A. Fadai-Ghotbi. *Turbulence modelling for unsteady flows using URANS and hybrid RANS-LES methods. Accounting for wall effects by elliptic blending.* Theses, Université de Poitiers, Apr. 2007. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00163592.

M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(7) :1760–1765, 1991. doi : 10.1063/1.857955. URL https://doi.org/10.1063/1.857955.

S. Ghaemi and F. Scarano. Multi-pass light amplification for tomographic particle image velocimetry applications. *Measurement Science and Technology*, 21(12) :127002, nov 2010. doi : 10.1088/0957-0233/21/12/127002. URL https://doi.org/10.1088%2F0957-0233%2F21%2F12%2F127002.

G. Gomit, L. Chatellier, D. Calluaud, L. David, D. Fréchou, R. Boucheron, O. Perelman, and C. Hubert. Large-scale free surface measurement for the analysis of ship waves in a towing tank. *Experiments in Fluids*, 56(10) :184, Sep 2015. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-015-2054-z. URL https://doi.org/10.1007/s00348-015-2054-z.

G. Gomit, G. Acher, L. Chatellier, and L. David. Uncertainty analysis of an optical method for pressure estimation in fluid flows. *Measurement Science and Technology*, 29(2) :024004, jan 2018a. doi : 10.1088/1361-6501/aa99c0. URL https://doi.org/10.1088%2F1361-6501%2Faa99c0.

G. Gomit, C. Beaulieu, P. Braud, and L. David. Démarche d'estimation des incertitudes en PIV basée sur la méthode GUM. In *16ème Congrès Francophone de Techniques Laser pour la mécanique des fluides*, Dourdan, France, Sept. 2018b. CNRS, CentraleSupélec, Université Paris Saclay, IRSN. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02097807.

R. Hain and C. J. Kähler. Fundamentals of multiframe particle image velocimetry (piv). *Experiments in Fluids*, 42(4) :575–587, Apr 2007. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-007-0266-6. URL https://doi.org/10.1007/s00348-007-0266-6.

K. D. Hinsch. Holographic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 13(7) :R61, 2002. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/13/i=7/a=201.

Y. J. Jeon, L. Chatellier, and L. David. Fluid trajectory evaluation based on an ensemble-averaged cross-correlation in time-resolved piv. *Experiments in Fluids*, 55(7) :1766, Jun 2014. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-014-1766-9. URL https://doi.org/10.1007/s00348-014-1766-9.

Y. J. Jeon, G. Gomit, T. Earl, L. Chatellier, and L. David. Sequential least-square reconstruction of instantaneous pressure field around a body from tr-piv. *Experiments in Fluids*, 59(2) :27, Jan 2018. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-018-2489-0. URL https://doi.org/10.1007/s00348-018-2489-0.

W. Jones and B. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2) :301 – 314, 1972. ISSN 0017-9310. doi : https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-2. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0017931072900762.

K. Lasinger, C. Vogel, T. Pock, and K. Schindler. Variational 3d-piv with sparse descriptors. *Measurement Science and Technology*, 29(6) :064010, 2018. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/29/i=6/a=064010.

B. Launder and D. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2) :269 – 289, 1974. ISSN 0045-7825. doi : https://doi.org/10.1016/0045-7825(74)90029-2. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045782574900292.

B. Lecordier and J. Westerweel. The europiv synthetic image generator (s.i.g.). In M. Stanislas, J. Westerweel, and J. Kompenhans, editors, *Particle Image Velocimetry : Recent Improvements*, pages 145–161, Berlin, Heidelberg, 2004. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-642-18795-7. URL https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-18795-7_11.

B. Lecordier, C. Gobin, C. Lacour, A. Cessou, B. Tremblais, L. Thomas, and L. David. Tomographic piv study of lifted flames in turbulent axisymmetric jets of methane. *16th Int Symp on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal*, July 2012. URL http://ltces.dem.ist.utl.pt/LXLASER/lxlaser2012/upload/377_abstract_ywqbvr.pdf.

K. Lynch and F. Scarano. A high-order time-accurate interrogation method for time-resolved piv. *Measurement Science and Technology*, 24(3) :035305, 2013. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/24/i=3/a=035305.

K. P. Lynch and F. Scarano. An efficient and accurate approach to mte-mart for time-resolved tomographic piv. *Experiments in Fluids*, 56(3) :66, Mar 2015. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-015-1934-6. URL https://doi.org/10.1007/s00348-015-1934-6.

H. Maas, A. Gruen, and D. Papantoniou. Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. *Experiments in Fluids*, 15(2) :133–146, 1993.

R. Manceau. Industrial codes for cfd. *Course of the Master Program "Turbulence" and 3rd year of ENSMA*, 2019. URL http://remimanceau.gforge.inria.fr/Documents_en.html.

R. Mei. Velocity fidelity of flow tracer particles. *Experiments in Fluids*, 22(1) :1–13, Nov 1996. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/BF01893300. URL https://doi.org/10.1007/BF01893300.

C. D. Meinhart, S. T. Wereley, and J. G. Santiago. A piv algorithm for estimating time-averaged velocity fields. *Journal of Fluids Engineering*, 122(2) :285–289, 2000.

A. Melling. Tracer particles and seeding for particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 8(12) :1406, 1997. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/8/i=12/a=005.

F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8) :1598–1605, 1994. doi : 10.2514/3.12149. URL https://doi.org/10.2514/3.12149.

F. R. Menter and M. Kuntz. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. In R. McCallen, F. Browand, and J. Ross, editors, *The Aerodynamics of Heavy Vehicles : Trucks, Buses, and Trains*, pages 339–352, Berlin, Heidelberg, 2004. Springer Berlin Heidelberg. ISBN 978-3-540-44419-0.

J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4) :308–313, 01 1965. ISSN 0010-4620. doi : 10.1093/comjnl/7.4.308. URL https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308.

F. Nicoud and F. Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62(3) :183–200, Sep 1999. ISSN 1573-1987. doi : 10.1023/A:1009995426001. URL https://doi.org/10.1023/A:1009995426001.

M. Novara and F. Scarano. Performances of motion tracking enhanced tomo-piv on turbulent shear flows. *Experiments in Fluids*, 52(4) :1027–1041, Apr 2012. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-011-1187-y. URL https://doi.org/10.1007/s00348-011-1187-y.

M. Novara, K. J. Batenburg, and F. Scarano. Motion tracking-enhanced mart for tomographic piv. *Measurement Science and Technology*, 21(3) :035401, 2010. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/21/i=3/a=035401.

F. Pereira, M. Gharib, D. Dabiri, and D. Modarress. Defocusing digital particle image velocimetry : a 3-component 3-dimensional dpiv measurement technique. application to bubbly flows. *Experiments in Fluids*, 29(1) :S078–S084, Dec 2000. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s003480070010. URL https://doi.org/10.1007/s003480070010.

A. K. Prasad. Stereoscopic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 29(2) : 103–116, Aug 2000. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s003480000143. URL https://doi.org/10.1007/s003480000143.

M. Riethmuller, L. David, and B. Lecordier. Vélocimétrie par images de particules piv. In A. Boutier, editor, *Vélocimétrie laser pour la mécanique des fluides*, chapter 6, pages 189–317. Hermes Science, 2012.

F. Scarano. Tomographic piv : principles and practice. *Measurement Science and Technology*, 24(1) :012001, 2012.

A. Sciacchitano, F. Scarano, and B. Wieneke. Multi-frame pyramid correlation for time-resolved piv. *Experiments in Fluids*, 53(4) :1087–1105, Oct 2012. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-012-1345-x. URL https://doi.org/10.1007/s00348-012-1345-x.

M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets, and A. K. Travin. A hybrid rans-les approach with delayed-des and wall-modelled les capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(6) :1638 – 1649, 2008. ISSN 0142-727X. doi : https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2008.07.001. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X08001203.

J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, 1963. doi : 10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2. URL https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:GCEWTP>2.3.CO;2.

S. M. Soloff, R. J. Adrian, and Z.-C. Liu. Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 8(12) :1441, 1997. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/8/i=12/a=008.

P. Spalart and S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th aerospace sciences meeting and exhibit*, page 439, 1992. doi : 10.2514/6.1992-439. URL https://doi.org/10.2514/6.1992-439.

P. Spalart, W.-H. Jou, M. Strelets, and S. Allmaras. Comments on the feasibility of les for wings, and on a hybrid rans-les approach. *International Conference on DNS/LES*, January 1997. URL https://www.researchgate.net/publication/236888805_Comments_on_the_Feasibility_of_LES_for_Wings_and_on_a_Hybrid_RANSLES_Approach.

P. R. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1) : 181–202, 2009. doi : 10.1146/annurev.fluid.010908.165130. URL https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.010908.165130.

P. R. Spalart, S. Deck, M. L. Shur, K. D. Squires, M. K. Strelets, and A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(3) :181, May 2006. ISSN 1432-2250. doi : 10.1007/s00162-006-0015-0. URL https://doi.org/10.1007/s00162-006-0015-0.

M. Strelets. Detached eddy simulation of massively separated flows. In *39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2001. doi : 10.2514/6.2001-879. URL https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2001-879.

L. Thomas, B. Tremblais, and L. David. Optimization of the volume reconstruction for classical tomo-piv algorithms (mart, bimart and smart) : synthetic and experimental studies. *Measurement Science and Technology*, 25(3) :035303, 2014. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/25/i=3/a=035303.

A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. Spalart. Detached-eddy simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63(1) :293–313, Jan 2000. ISSN 1573-1987. doi : 10.1023/A:1009901401183. URL https://doi.org/10.1023/A:1009901401183.

A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. R. Spalart. Physical and numerical upgrades in the detached-eddy simulation of complex turbulent flows. In R. Friedrich and W. Rodi, editors, *Advances in LES of Complex Flows*, pages 239–254, Dordrecht, 2002. Springer Netherlands. ISBN 978-0-306-48383-7. doi : 10.1007/0-306-48383-1_16. URL #https://doi.org/10.1007/0-306-48383-1_16#.

E. R. Van Driest. On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23 (11) :1007–1011, 1956. doi : 10.2514/8.3713. URL https://doi.org/10.2514/8.3713.

P. L. van Gent, D. Michaelis, B. W. van Oudheusden, P. É. Weiss, R. de Kat, A. Laskari, Y. J. Jeon, L. David, D. Schanz, F. Huhn, S. Gesemann, M. Novara, C. McPhaden, N. J. Neeteson, D. E. Rival, J. F. G. Schneiders, and F. F. J. Schrijer. Comparative assessment of pressure field reconstructions from particle image velocimetry measurements and lagrangian particle tracking. *Experiments in Fluids*, 58 (4) :33, Mar 2017. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-017-2324-z. URL https://doi.org/10.1007/s00348-017-2324-z.

B. W. van Oudheusden. Piv-based pressure measurement. *Measurement Science and Technology*, 24(3) :032001, jan 2013. doi : 10.1088/0957-0233/24/3/032001. URL https://doi.org/10.1088%2F0957-0233%2F24%2F3%2F032001.

H. Wang, Q. Gao, R. Wei, and J. Wang. Intensity-enhanced mart for tomographic piv. *Experiments in Fluids*, 57(5) :87, May 2016. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-016-2176-y. URL https://doi.org/10.1007/s00348-016-2176-y.

J. Weng, P. Cohen, and M. Herniou. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 14 :965–980, 10 1992. ISSN 0162-8828. doi : 10.1109/34.159901. URL doi.ieeecomputersociety.org/10.1109/34.159901.

B. Wieneke. Volume self-calibration for 3d particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 45(4) :549–556, Oct 2008. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-008-0521-5. URL https://doi.org/10.1007/s00348-008-0521-5.

B. Wieneke. Iterative reconstruction of volumetric particle distribution. *Measurement Science and Technology*, 24(2) :024008, 2013. URL http://stacks.iop.org/0957-0233/24/i=2/a=024008.

B. Wieneke. *PIV Uncertainty Quantification and Beyond*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2017.

B. Wieneke. Improvements for volume self-calibration. *Measurement Science and Technology*, 29(8) :084002, jul 2018. doi : 10.1088/1361-6501/aacd45. URL https://doi.org/10.1088%2F1361-6501%2Faacd45.

D. C. Wilcox. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11) :1299–1310, 1988. doi : 10.2514/3.10041. URL https://doi.org/10.2514/3.10041.

N. A. Worth and T. B. Nickels. Acceleration of tomo-piv by estimating the initial volume intensity distribution. *Experiments in Fluids*, 45(5) :847, Jun 2008. ISSN 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-008-0504-6. URL https://doi.org/10.1007/s00348-008-0504-6.

Z. Xue, J. J. Charonko, and P. P. Vlachos. Particle image velocimetry correlation signal-to-noise ratio metrics and measurement uncertainty quantification. *Measurement Science and Technology*, 25(11) :115301, sep 2014. doi : 10.1088/0957-0233/25/11/115301. URL https://doi.org/10.1088%2F0957-0233%2F25%2F11%2F115301.

Z. Zhang. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations. In *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*, volume 1, pages 666–673 vol.1, Sept 1999. doi : 10.1109/ICCV.1999.791289.